

Modelle von Raum und Zeit

Thomas Filk

Skript zur Vorlesung

Sommersemester 1999 an der Universität Freiburg

Wintersemester 2002/03 an der Universität Freiburg

Wintersemester 2010/11 an der Universität Freiburg

(Version vom 21. Dezember 2011)

Vorlesungsankündigung

Die Suche nach einer Quantentheorie der Gravitation, nach einer Theorie von Raum und Zeit bei Abständen von der Größenordnung der Planck-Skala ($\approx 10^{-33}$ cm), zwingt uns heute, unsere Vorstellungen von Raum und Zeit zu überdenken. Der klassische Streit zwischen Newton und Leibniz – der Gegensatz zwischen einem absoluten Raum bzw. einer absoluten Zeit einerseits und einem relationalen Raum-Zeit-Begriff andererseits – spielt bei dieser Suche wieder eine große Rolle. Obwohl in der allgemeinen Relativitätstheorie die Raumzeit zu einer dynamischen Größe geworden ist, die von der in ihr enthaltenen Materie beeinflusst werden kann, hat sie sich nicht vollständig von den newtonschen Vorstellungen lösen können. Und auch in den aktuellen Modellen zur Raumzeit, wie sie beispielsweise von den String-Theorien geliefert werden, spielt ein absoluter Hintergrund, in den die Dynamik des Strings und damit auch der Gravitation eingebettet ist, immer noch eine unverzichtbare Rolle.

Die Vorlesung möchte in erster Linie auf die grundlegenden Probleme aufmerksam machen, die in unserer heutigen Vorstellung von Raum und Zeit (sei es absolut im Sinne Newtons oder auch dynamisch im Sinne Einsteins) und der damit verbundenen Theorie von Bewegung immer noch vorhanden sind. In erster Linie soll diese Problematik anhand von Originalarbeiten (Descartes, Newton, Leibniz, Mach, Einstein) aufgearbeitet werden. Dabei steht weniger ein geschichtliches oder philosophisches Interesse im Vordergrund, sondern es wird sich zeigen, dass die in diesen Texten angesprochenen Fragen zum Teil immer noch aktuell sind. Es sollen aber auch neuere Modelle und Ansätze zur Entwicklung eines Raumzeit-Begriffs vorgestellt werden: Diskrete Raumzeit-Modelle, die Raumzeit-Problematik in der String-Theorie, die relationale Punktmechanik von Julian Barbour etc.

Die Vorlesung richtet sich an Hörerinnen und Hörer aller Semester, die an Grundlagenproblemen der Physik Interesse haben. Es genügen Grundkenntnisse zur speziellen und allgemeinen Relativitätstheorie, wie sie in vielen populärwissenschaftlichen Büchern vermittelt werden.

„PROLOG“

Unter allen Naturwissenschaften rühmt sich die Physik mit durchaus nicht unbegründetem Recht die exakteste zu sein. Diese Behauptung stützt sich im wesentlichen darauf, dass in der Physik der Grad an Mathematisierung am weitesten getrieben ist, das heißt, dass sich die Aussagen der Physik mehr als in den anderen Naturwissenschaften als mathematische Aussagen treffen lassen. Für den Physiker hat dies den Vorteil, dass er auf den umfangreichen Apparat der Mathematik mit ihren weitreichenden und exakten Aussagen zurückgreifen kann und somit oftmals zu Ergebnissen gelangt, die durch reine Anschauung oder Intuition in dieser Eindeutigkeit nur schwer zu erzielen gewesen wären. Für den interessierten Laien andererseits hat dies den Nachteil, dass die physikalische Fachliteratur ohne ein eingehendes Studium der Mathematik kaum verständlich wird. Diese Kluft wird oft beklagt, und in vielen Fällen kann man der modernen Physik durchaus zurecht vorwerfen, dass sich die Mathematisierung gegenüber dem physikalischen Verständnis verselbstständigt hat.

Historisch gesehen ist der Gebrauch der Mathematik in der Physik noch nicht sehr alt, auch wenn schon bei den Griechen erste Ansätze zu finden sind. Meist wird Galilei als einer derjenigen angesehen, die die Mathematik ihrer Zeit auch auf die Physik erfolgreich anwandten, und oftmals ist es Newton, dem durch den Gebrauch der Mathematik die erste exakte Formulierung physikalischer Gesetze zugestanden wird. Meist wird jedoch – auch von den Physikern selber – übersehen, dass sich ihr Fach nicht vollständig auf die Mathematik reduzieren lässt.

So kann dem Physiker eine Aufgabe von der Mathematik nicht abgenommen werden: Er muss sich darüber Rechenschaft ablegen, warum gewisse physikalische Begriffsbildungen durch gewisse mathematische Objekte beschrieben werden dürfen. Oder als Frage formuliert: Was wird in der Physik überhaupt Mathematisiert? Zunächst gibt es ja keine „a priori“ gegebene Zuordnung mathematischer Begriffsbildungen zu den Erfahrungen der Erlebniswelt. Vielmehr werden diese Erfahrungen, wie in jeder anderen Wissenschaft, in einer Frühphase durch gewisse eigenständige Begriffsbildungen geordnet und so in zunächst naiver Weise „verständlich“ gemacht. Mathematisierung heißt nun, diese noch rohen Begriffe in ein logisches Regelwerk einzubinden, welches erlaubt, sie nach genau definierten Regeln zu kombinieren und in Relation zueinander zu setzen. Ein wesentliches Anliegen unserer Untersuchung ist nun einzusehen, dass eben dieser Prozess der Mathematisierung selbst nicht irgendeiner exakten Vorschrift unterliegt und daher auch nicht frei von Willkür ist. Gerade an einer solchen Schnittstelle greifen jene allgemeinen Fragen an, der sich nach A. Einstein kein Wissenschaftler entziehen kann:

Was für ein Ziel will und kann die Wissenschaft erreichen, der ich mich hingebe? Inwiefern sind deren allgemeine Ergebnisse „wahr“? Was ist wesentlich, was beruht nur auf Zufälligkeiten der Entwicklung? [A. Einstein, Nachruf auf E. Mach]

Je früher sich in der Erlebniswelt bestimmte Begriffsbildungen aufdrängen, desto fundamentaler empfinden wir sie. Zu solchen zunächst naiv gebildeten Begriffen zählen wir sicherlich Raum (bzw. Ort), Zeit (bzw. Dauer) und Bewegung, aber auch Kraft (durch Erfahren von

Druck bzw. Stoß), Trägheit und Masse (bzw. Gewicht). All diese Konzepte erlernen wir bereits mit unseren ersten Versuchen zu gehen und andere Körper in Bewegung zu setzen. Wir benutzen sie fortan meist unbewusst und dann mit größter Effektivität und Virtuosität. Es ist deshalb wenig erstaunlich, dass die ersten Versuche einer Mathematisierung der Physik, nämlich der Newtonschen Mechanik, gerade diese Begriffe betrafen, und dass bis heute mehr oder weniger alle fundamentalen Theorien der Physik mathematische Modelle von Raum und Zeit angeben und ihre Gesetze als *Bewegungs*-gleichungen formulieren. Sie erscheinen daher fast als Vorbedingung jeder physikalischen Theorie. Doch mag man sich hier an die mahnenden Worte Einsteins erinnern, der im Nachruf auf Ernst Mach sagte:

Begriffe, welche sich bei der Ordnung der Dinge als nützlich erwiesen haben, erlangen über uns leicht eine solche Autorität, dass wir ihres irdischen Ursprungs vergessen und sie als unabänderliche Gegebenheiten hinnehmen. Sie werden dann zu „Denknotwendigkeiten“, „Gegeben a priori“ usw. gestempelt. Der Weg des wissenschaftlichen Fortschritts wird durch solche Irrtümer oft für lange Zeit ungangbar gemacht. Es ist deshalb keine müßige Spielerei, wenn wir darin geübt werden, die längst geläufigen Begriffe zu analysieren und zu zeigen, von welchen Umständen ihre Berechtigung und Brauchbarkeit abhängt, wie sie im einzelnen aus der Erfahrung herausgewachsen sind. ...

Derartige Analysen erscheinen dem Fachwissenschaftler, dessen Blick mehr auf das Einzelne gerichtet ist, meist überflüssig, gespreizt, zuweilen gar lächerlich. Die Situation ändert sich aber, wenn eine der gewohnheitsmäßig benutzten Begriffe durch einen schärferen ersetzt werden soll, weil es die Entwicklung der betreffenden Wissenschaft erheischt.

Es gibt heute keine einheitliche Theorie der fundamentalen Prozesse in der Natur. Wir haben die allgemeine Relativitätstheorie, die uns die Phänomene der Gravitation bis hin zur Kosmologie gut beschreibt, und wir haben die Quantentheorie bzw. das Standardmodell der Elementarteilchenphysik (eine sogenannte Quantenfeldtheorie), mit der wir die Prozesse und Wechselwirkungen zwischen den Elementarteilchen beschreiben können – sofern Gravitation keine Rolle spielt. Was wir jedoch nicht wissen, ist, wie die Gravitation auf kleinsten Skalen durch die Quantentheorie beeinflusst wird, d.h. wir haben keine Quantentheorie der Gravitation. Es existieren zwar viele Ansätze und „Vorschläge“ (die Stringtheorie ist der vielleicht populärste und auch vielversprechendste unter ihnen), aber keines dieser Modelle gilt als auch nur annähernd gesichert.

In dieser Vorlesung sollen einige dieser fundamentalen Begriffe betrachtet werden, auf die sich die modernen physikalischen Theorien stützen. Auch wenn die Konzepte von „Raum“ und „Zeit“ dabei im Vordergrund stehen werden, lässt es sich kaum vermeiden, auch auf verwandte Begriffe wie „Bewegung“, „Kraft“, „Trägheit“, „Materie“ etc. einzugehen. Insbesondere wollen wir untersuchen, ob bzw. inwieweit die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie den Newtonschen Konzepten wirklich eine radikale Absage erteilen, und ob die modernsten Theorien wie die Stringtheorie ebenso radikal über diese hinausgeht.

Schon sehr einfachen Fragen der Alltagsphysik führen rasch an die Grenzen sowohl der physikalischen Begriffsbildungen wie auch der Erkenntnisse der modernen Physik. Dazu bedarf es meist keiner komplizierten Mathematik, sondern eher des ständigen Hinterfragens auch scheinbar selbstverständlicher Aussagen. Dabei soll es sich weder um eine philosophische noch eine wissenschaftsgeschichtliche Vorlesung handeln, auch wenn beide Aspekte oft eine

wichtige Rolle spielen werden.

Die Vorlesung wird mit einem historischen Abriss beginnen und schließlich zu den Newtonschen Konzepten kommen und ausführlich deren Gehalt und Kritikpunkte schildern. Im Zentrum der Aufmerksamkeit steht dabei diejenige alternative (Leibniz-Machsche) Auffassung, wonach der Raum nur als eine Ordnungsstruktur von substanziellen Dingen gedacht werden soll, sodass ihm also keine eigene Substantialität, ja überhaupt keine selbständige Existenz zukommt. Wir werden sehen, dass auch die allgemeine Relativitätstheorie diese Vorstellung nicht realisiert, und dass in ihr die Trennung von Raum (bzw. Raum-Zeit) und Materie auch gar nicht mehr ohne Willkür möglich ist. Die simple Frage „Gibt es leeren Raum?“ führt somit unmittelbar zu grundlegenden Problemen der Physik und es wird zu überlegen sein, welche Art von Antwort man auf eine solche und ähnliche Fragen überhaupt erwarten kann. Zum Schluss wenden wir uns wieder der heutigen Entwicklung zu und behandeln die Frage, wie sich deren Begriffe von Raum und Zeit zu der geschilderten Diskussion stellen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	13
1.1	Allgemeine Vorbemerkungen	13
2	Problemstellungen	19
2.1	Probleme zur Struktur des Raumes	19
2.1.1	Die Metrik des Raumes	20
2.1.2	Die Identifizierbarkeit von Raumpunkten	23
2.1.3	Bestimmung der Raummetrik	26
2.2	Die Zeit	27
2.2.1	Die topologische Zeit	27
2.2.2	Die metrische Zeit	28
2.3	Der Kraftbegriff	29
2.4	Die Trägheitskraft	30
3	Die alten Griechen	33
3.1	Platon	33
3.2	Aristoteles	35
3.2.1	Das 8. Kapitel des IV. Buches	36
3.2.2	Die Formen von Bewegung bei Aristoteles	39
3.2.3	Der Zeitbegriff bei Aristoteles	41

3.3	Aristarchus von Samos und Eratostenes von Kyrene	44
3.3.1	Aristarchus von Samos – das heliozentrische Weltbild	44
3.3.2	Eratostenes von Kyrene – die Messung des Erddurchmessers	46
4	Das Mittelalter der Naturwissenschaft	49
4.1	Augustinus	49
4.2	Kopernikus und Kepler	52
4.3	Galileo Galilei	53
4.4	René Descartes	56
4.4.1	Vorbemerkungen	56
4.4.2	Raum und Bewegung bei Descartes	58
5	Isaac Newton	63
5.1	De Gravitatione	64
5.2	Newtons Principia	68
5.2.1	Die Definitionen	69
5.2.2	Das Scholium	72
5.2.3	Axiome oder Gesetze der Bewegung	76
5.3	Optik	78
5.4	Die Ursprünge der Newtonschen Raum-Vorstellung	81
6	Gottfried Wilhelm Leibniz	83
6.1	Philosophische Grundlagen bei Leibniz	84
6.2	Der Briefwechsel zwischen Clarke und Leibniz	84
6.2.1	Relationale versus absolute Raumzeit	85
6.2.2	Trägheitskräfte	88
6.2.3	Fernwirkung	89
6.2.4	Was ist „leerer Raum“?	91
6.3	Descartes, Newton und Leibniz	94

7	Jean Lerond d'Alembert	97
7.1	Der Proportionalitätsstreit und das Maß der Kraft	98
7.2	Raum und Zeit bei d'Alembert	103
8	Ernst Mach	107
8.1	Die träge Masse	108
8.1.1	Drei Verfahren zur Bestimmung der trägen Masse	108
8.1.2	Konsistenz der Verfahren	109
8.2	Zeit, Raum und Bewegung	112
9	Die Entwicklung des Inertialsystems	119
9.1	Historische Vorbemerkungen	119
9.2	Bezugssystem und Inertialsystem	120
9.3	Ludwig Gustav Lange	121
9.4	Peter Guthrie Tait	123
10	Der Zeitpfeil	125
10.1	Äquivalenz der Zeitpfeile	126
10.1.1	Ordnung als Folge des zweiten Hauptsatzes	127
10.1.2	Der psychologische Zeitpfeil und die Entropie	128
10.1.3	Die anderen Zeitpfeile	130
10.2	Entropie und statistische Mechanik	130
10.3	Die Bedeutung der Anfangsbedingungen	132
11	Die spezielle Relativitätstheorie	135
11.1	Der Äther	135
11.2	Das Experiment von Michelson und Morley	137
11.3	Gekoppelte Pendel als Modell der Lorentz-Kontraktion	139
11.4	Von der Ätherhypothese zur Relativitätstheorie	142

11.5	Axiomatische Herleitung der speziellen Relativitätstheorie	144
11.6	Die Synchronisation von Uhren	147
11.6.1	Synchronisation durch Lichtsignale	147
11.6.2	Die Einstein-Synchronisation	149
11.6.3	Synchronisation mit der Ätherhypothese	150
11.7	Die Äquivalenz von Masse und Energie	152
11.8	Die vierdimensionale Raum-Zeit	155
12	Die ART I	157
12.1	Die Motivation für die allgemeine Relativitätstheorie	157
12.1.1	Das Äquivalenzprinzip	157
12.1.2	Das Machsche Prinzip	159
12.1.3	Das Relativitätsprinzip	162
12.1.4	Raum und Zeit nehmen nicht an der Dynamik teil	163
12.2	Geometrisierung des Raumes	163
12.3	Die mathematischen Bausteine der Allgemeinen Relativitätstheorie	167
13	Die ART II	171
13.1	Uhren im Gravitationsfeld	171
13.2	Beschleunigte Beobachter – das Rindler-Universum	173
13.3	Schwarze Löcher	176
13.4	Gravitationswellen	179
13.5	Kosmologische Modelle	180
13.5.1	Das Olberssche Paradoxon	181
13.5.2	Expandierende Universen	182
14	Raum-Zeit und Quantenmechanik	185
14.1	Das Vakuum in der Quantenmechanik	185
14.1.1	Die Grundzustandsenergie in der QM	186

14.1.2 Die Grundzustandsenergie des elektromagnetischen Feldes	187
14.1.3 Das Vakuum für Fermionen - der Fermi-See	187
14.1.4 Spontane Symmetriebrechung und das Vakuum im Standardmodell	188
14.2 ART und QM	189
14.3 Die String-Theorien	191
14.3.1 Teilchen in der String-Theorie	191
14.3.2 Gravitonen als Quantenteilchen der Gravitation	192
14.3.3 Raumzeit in der String-Theorie	193
15 Diskrete Modelle zur Raum-Zeit	195
15.1 Weshalb diskrete Raumzeiten?	195
15.2 Der Regge-Kalkül	197
15.3 Kombinatorische Triangulationen	199
15.4 Kausale kombinatorische Triangulationen	201
15.5 Kausale Mengen	202
15.6 Spinnnetzwerke	202
A1 Anhang: Zitate	205
A1.1 Ludwig Boltzmann	253
Index	260

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Allgemeine Vorbemerkungen

Wenn man sich mit Grundlagenproblemen und Modellen von „Raum“ und „Zeit“ beschäftigen möchte, so wird man nicht umhin können, auch auf andere fundamentale Begriffe der Physik einzugehen. In erster Linie gehört dazu natürlich der Begriff der „Bewegung“, denn Zeit und Bewegung lassen sich kaum voneinander trennen. Ob es überhaupt Zeit gibt, wenn es keine Bewegung gibt, wird schon bei Aristoteles diskutiert, und auch bei Augustinus wird die Frage nach dem geeigneten Maß der Zeit mit ausgezeichneten Bewegungsvorgängen in Beziehung gebracht. Für Mach ist Zeit überhaupt nur durch Relativbewegung definiert, und in der speziellen Relativitätstheorie wird das Maß der Zeit sogar vom Bewegungszustand der Uhren abhängig.

Aber auch der Begriff der Trägheit ist eng mit der Raumvorstellung verknüpft. Oftmals verdeutlichen die Erklärungen des Trägheitsprinzips erst die zugrundegelegte Raumvorstellung. Die unterschiedliche Auffassung von Trägheit – bei Newton eine Art von „Einflussnahme“ des absoluten Raumes auf einen Körper, bei Mach eine Wechselwirkung mit der Materie im Universum (dem Fixsternhimmel) – machen den engen Zusammenhang dieser Begriffe deutlich. Gerade für relationale Raummodelle – beispielsweise das Modell von Descartes – wird die Erklärung des Trägheitsprinzips oft zu einem besonderen Problem.

Der allgemeine Kraftbegriff wird im Rahmen dieser Diskussion ebenfalls immer wieder eine Rolle spielen. Schon die Definition der Kraft (als Ursache der Bewegung bei Aristoteles oder als Ursache der Bewegungsänderung bei Newton) hängt unmittelbar mit den Raumvorstellungen zusammen. Das Problem der Fernwirkung von Kräften sowie der Feldbegriff sind ebenfalls eng mit der Raumproblematik verknüpft. Ganz konkret zeigt sich der Zusammenhang zwischen dem Kraftbegriff und der Vorstellung von Raum bzw. Raum-Zeit in den Theorien der Gravitation bis hin zur allgemeinen Relativitätstheorie, wo es zu einer Frage des Standpunktes wird, ob eine Bewegungsänderung als Folge einer Kraft interpretiert wird oder als Folge der Eigenschaften der Raum-Zeit.

Und schließlich muss man auch den Begriff der „Materie“ behandeln. Während in den Raum-Zeit-Vorstellungen Newtons Raum und Zeit auch ohne Materie denkbar sind, sind in relationalen Modellen – beispielsweise bei Leibniz – unsere Vorstellungen von Raum und Zeit eine Art Ordnungsprinzip für die Relationen des Nebeneinander bzw. des Nacheinander zwischen den Körpern. Aber auch in anderen Modellen vom Raum, beispielsweise der Theorie vom Äther als dem Träger der Lichtwellen, hängen Raum und Materie eng zusammen. In manchen Modellen wird Materie sogar als Singularität oder als topologisch nichttriviale Konfigurationen (Knoten) von „Raum“ interpretiert. Außerdem wird auch die Frage immer wieder eine Rolle spielen, ob die Eigenschaften der Materie „intrinsisch“ sind, d.h. innere Eigenschaften der Körper unabhängig von ihrer Umgebung, oder ob diese Eigenschaften erst durch die Relationen dieser Körper untereinander oder mit dem sie umgebenden Raum entstehen. Das Beispiel der Massenerzeugung im Standardmodell durch spontane Symmetriebrechung ist ein typisches Beispiel, bei dem die Masse dieser Teilchen erst durch ihre Wechselwirkung mit dem nichttrivialen Vakuum entsteht.

Will man sich mit Modellen von Raum und Zeit nicht nur unter einem philosophischen und geschichtlichen Aspekt beschäftigen, sondern insbesondere auch im Hinblick auf moderne Forschung, so kann man zunächst zwei Fragen stellen:

1. Welche Alternativen gibt es?
2. Was gibt es an den bestehenden Begriffsbestimmungen auszusetzen?

Beginnen wir mit der ersten Frage. Grundsätzlich gibt es viele Alternativen für die Struktur von Raum und Zeit. Der folgende Alternativen- bzw. Fragenkatalog ist bei weitem nicht vollständig:

- Ist Raum (Zeit) diskret oder kontinuierlich?
- Ist Raum (Zeit) dynamisch oder statisch?
Damit eng zusammen hängen die Fragen: Beeinflusst Raum (Zeit) die Materie? Wird Raum (Zeit) von Materie beeinflusst?
- Gibt es leeren Raum oder ist Raum immer mit Substanz (Körpern) angefüllt? Gibt es Zeit ohne Veränderung?
- Ist Raum etwas anderes als die Relationen zwischen den Körpern und ist Zeit etwas anderes, als was von Uhren angezeigt wird? (Relationale Raumzeit versus absolute Raumzeit)
Eng damit zusammen hängt die Frage: Ist Raum mit nur einem einzelnen Teilchen denkbar?
- Sind die Eigenschaften von elementaren Objekten (Ladung, Masse, etc.)
 - intrinsisch, oder
 - in ihren Relationen zu Raum und Zeit, oder
 - relational zu anderen Objekten gegeben?
- Ist Raum (Zeit) fundamental oder emergent?

- Ist Raum (Zeit) ontisch oder epistemisch?
- Ist Raum (Zeit) endlich oder unendlich? Falls endlich, wie ist diese Endlichkeit zu verstehen? Was bedeutet es, wenn man sagt, Zeit hat irgendwann angefangen oder hört irgendwann auf?

Zu den meisten dieser Alternativen gibt es Modelle, die teilweise schon von den Philosophen vergangener Jahrhunderte und Jahrtausende diskutiert wurden. Daher ist es auch nicht uninteressant, ihre Argumente für oder gegen eine bestimmte Alternative aus unserer heutigen Sichtweise zu untersuchen.

Kommen wir nun auf die andere Frage zu sprechen: Warum sollten wir mit den bestehenden Begriffsbildungen unzufrieden sein? Doch was sind die bisherigen Begriffsbildungen? Wie definiert die Physik Raum und Zeit (und damit zusammenhängend auch die Begriffe Materie, Bewegung, Trägheit, etc.)?

Es hat zunächst den Anschein, als ob wir mit der allgemeinen Relativitätstheorie eine wunderbare und fundamentale Theorie von Raum, Zeit und Materie besitzen, die sämtliche in diesem Zusammenhang relevanten Beobachtungen erklären kann. Doch wenn wir in einem Buch über Relativitätstheorie (oder irgendeinem anderen Lehrbuch der Physik) nachschlagen und eine Begriffsbestimmung suchen, werden wir rasch enttäuscht. Viele Physikbücher machen sich überhaupt nicht die Mühe, die fundamentalen Begriffe „Raum“, „Zeit“, „Kraft“ etc. zu erklären, und selbst wenn der Versuch einer Begriffsbestimmung unternommen wird, stößt man bei einigem Hinterfragen sofort auf weitere Probleme.

Ähnlich wie schon bei der ersten Frage können wir wieder einen Fragenkatalog erstellen und untersuchen, ob eine bestimmte Begriffsdefinition eine Antwort auf diese Frage gibt, und ob diese Antwort zufriedenstellend ist. So können wir vorhandene Begriffsbildungen „unter die Lupe nehmen“. Neben den oben schon angeführten Fragen kommen noch hinzu:

- Sind die strukturellen Eigenschaften von Raum und Zeit (einige sind in den folgenden Fragen aufgezählt) *a priori* gegeben, oder entstehen sie erst mit der Materie im Raum?
- Wie lassen sich Punkte im Raum identifizieren?
- Woher wissen Punkte, ob sie „nahe beieinander“ oder weit von einander entfernt sind? Besitzen Raum und Zeit eine „Topologie“ (d.h. den Stetigkeitsbegriff bzw. Grenzwertbegriff)? Gibt es eine „differenzierbare Struktur“? Wenn ja, woher?
- Haben die fundamentalen Naturkonstanten (Plancksches Wirkungsquantum, Lichtgeschwindigkeit, Newtons Konstante, Elektronenmasse, etc.) eine geometrische Bedeutung? Wie lässt sich das Vorhandensein von Skalen überhaupt erklären, falls die fundamentale Struktur von Raum und Zeit nicht diskret sein sollte?
- Woher wissen wir, was gerade Linien (Geodäten) sind. Wie können wir Abstände messen? Woher wissen wir, ob zwei Abstände an verschiedenen Raumpunkten gleich sind?
- Wodurch ist die topologische Zeit (die Ordnung der Augenblicke und ihre Richtung) gegeben?

- Woher wissen wir, was gleichförmige Zeit ist? Wie können wir überprüfen, ob eine Uhr genauer ist als eine andere?

Doch angenommen, wir akzeptieren eine gewisse „Ungenauigkeit“ bei der Definition fundamentaler Begriffe. Für die Anwendung genügen meist die Regeln, wie man mit einer Sache umzugehen hat, und das ist in der allgemeinen Relativitätstheorie formuliert. Gibt es noch andere Gründe, die bestehende Form der Theorie zu hinterfragen?

Heinrich Hertz findet eine sehr schöne Formulierung für die Antwort auf diese Frage [31] (S.71):

Es erscheint nun von vornherein sehr fernliegend, dass man an der logischen Zulässigkeit dieses Bildes [der newtonschen Mechanik] auch nur zweifeln könne. Es erscheint fast unmöglich, dass man daran denke, logische Unvollkommenheiten aufzufinden in einem System, welches von unzähligen und von den besten Köpfen immer und immer wieder durchdacht worden ist. Aber ehe man hieraufhin die Untersuchung abbricht, wird man fragen müssen, ob auch alle und ob die besten Köpfe immer von dem System befriedigt gewesen sind. In jedem Falle muss es billig gleich im Anfang Wunder nehmen, wie leicht es ist, Betrachtungen an die Grundgesetze anzuknüpfen, welche sich ganz in der üblichen Redeweise der Mechanik bewegen und welche doch das klare Denken unzweifelhaft in Verlegenheit setzen.

Nach einer Diskussion der Fliehkraft, wo er die Problematik im Zusammenhang mit dem Begriff der Trägheit bzw. der trägen Masse aufzeigt, fährt er fort (S. 73):

Doch haben wir nicht nötig, auf die Untersuchung weiterer Beispiele einzugehen. Wir können allgemeine Wahrnehmungen als Zeugen für die Berechtigung unserer Zweifel aufrufen. Eine erste solche Wahrnehmung scheint mir die Erfahrung zu bilden, dass es sehr schwer ist, gerade die Einleitung in die Mechanik denkenden Zuhörern vorzutragen ohne einige Verlegenheit, ohne das Gefühl, sich hier und da entschuldigen zu müssen, ohne den Wunsch, recht schnell über die Anfänge hinwegzugelangen zu Beispielen, welche für sich selbst reden. Ich meine, Newton selbst müsse diese Verlegenheit empfunden haben, wenn er die Masse etwas gewalttätig definiert als Produkt aus Volumen und Dichtigkeit [vgl. [50], S.37]. Ich meine, die Herren Thomson und Tait müssen ihm nachempfunden haben, wenn sie anmerken, dies sei eigentlich mehr eine Definition der Dichtigkeit als der Masse, und sich gleichwohl mit derselben als einzigen Definition der Masse begnügen. Auch Lagrange, denke ich, müsse jene Verlegenheit und den Wunsch, um jeden Preis vorwärtszukommen, verspürt haben, als er seine Mechanik kurzerhand mit der Erklärung einleitete, eine Kraft sei eine Ursache, welche einem Körper eine Bewegung erteilt „oder zu erteilen strebt“; gewiss nicht ohne die logische Härte einer solchen Überbestimmung zu empfinden.

Daher wird es auch ein Ziel dieser Vorlesung sein, wichtige Texte im Original zu lesen und zu sehen, ob diese „Köpfe immer von dem System befriedigt gewesen sind“. Gerade der Begriff der Kraft bzw. der Trägheit, aber auch die Vorstellungen vom absoluten Raum und der absoluten Zeit, wurden beispielsweise von Newton immer wieder hinterfragt, und er war – entgegen vieler heutiger Darstellungen – alles andere als zufrieden mit diesen Definitionen.

Ein drittes Argument für die Suche nach einer besseren Begriffsbildung fundamentaler Konzepte in der Physik soll nicht unerwähnt bleiben, obwohl es für diese Vorlesung eher im Hintergrund steht. Die allgemeine Relativitätstheorie ist nicht vollständig, da sie die Phänome von

Raum und Zeit nur auf großen Skalen richtig beschreibt. Für sehr kleine Skalen, beispielsweise der Planck-Skala,

$$l_{\text{P}} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1,616 \cdot 10^{-33} \text{ cm} ,$$

kann die allgemeine Relativitätstheorie nicht mehr uneingeschränkt gültig sein. Spätestens auf dieser Skala wird auch für reine Effekte der Gravitation – und damit der Dynamik von Raum und Zeit – die Quantentheorie wichtig. Eine Quantentheorie der Gravitation existiert noch nicht, aber es ist ziemlich sicher, dass wir einige grundlegende Konzepte der allgemeinen Relativitätstheorie oder der Quantentheorie (oder von beidem) werden aufgeben müssen, um diese beiden Theorien zu vereinigen. Daher ist es auch notwendig, über die Begriffsbildungen der fundamentalen Konzepte dieser beiden Theorien zu reflektieren.

Eine solche Vorlesung wird manchmal einer Vorlesung zur Geschichte der Physik ähneln. Das wird sich kaum vermeiden lassen, wenn ich auch versuchen möchte, die rein geschichtlichen Aspekte auf das Notwendigste zu beschränken. An anderen Stellen wiederum wird man vielleicht den Eindruck gewinnen, dass es sich eher um eine Vorlesung aus dem Bereich der Wissenschaftsphilosophie handelt. Doch auch hier kann ich nur wieder betonen, dass mein Hauptanliegen nicht historischer oder philosophischer Natur ist, sondern in den heutigen Problemen zu Raum und Zeit liegt. In diesem Sinne wird das folgende Einstein-Zitat ebenfalls ein Leitfaden sein:

Oft und gewiss nicht ohne Berechtigung ist gesagt worden, dass der Naturwissenschaftler ein schlechter Philosoph sei. Warum sollte es also nicht auch für den Physiker das Richtigste sein, das Philosophieren dem Philosophen zu überlassen? In einer Zeit, in welcher die Physiker über ein festes, nicht angezweifelt System von Fundamentalbegriffen und Fundamentalgesetzen zu verfügen glaubten, mag dies wohl so gewesen sein, nicht aber in einer Zeit, in welcher das ganze Fundament der Physik problematisch geworden ist, wie gegenwärtig. In solcher Zeit des durch die Erfahrung erzwungenen Suchens nach einer neuen, solideren Basis kann der Physiker die kritische Betrachtung der Grundlagen nicht einfach der Philosophie überlassen, weil nur er selber am besten weiß und fühlt, wo ihn der Schuh drückt; auf der Suche nach einem neuen Fundament muss er sich über die Berechtigung beziehungsweise Notwendigkeit der von ihm benutzten Begriffe nach Kräften klar zu werden versuchen. [Aus meinen späten Jahren; Physik und Realität (1936), [18]]

Kapitel 2

Problemstellungen

In diesem Kapitel wollen wir auf einige der Probleme, die uns später beschäftigen werden und die wir anhand von Modellen und Zitaten aus Originalarbeiten erörtern wollen, kurz eingehen. Dabei werden eher Fragen aufgeworfen, als Antworten gegeben.

Das newtonsche Weltbild und insbesondere die newtonschen Raum-Zeit-Vorstellungen sind für uns heute aufgrund unserer schulischen Ausbildung so selbstverständlich geworden, dass es uns oft schwer fällt, uns zumindest gedanklich davon zu befreien. Die Fragestellungen, die frühere Philosophen und Physiker noch geplagt haben, sind für uns vor diesem Hintergrund oft schwer nachvollziehbar, ohne dass man aber sagen kann, diese Fragestellungen seien gelöst oder als physikalisch nicht sinnvoll anzusehen. Im Sinne von Goethes „Man sieht nur das, was man kennt“, soll dieses Kapitel als Vorbereitung dienen und uns für einige Probleme der physikalischen Grundlagen neu „sensibilisieren“.

2.1 Probleme zur Struktur des Raumes

Ist Raum eine Menge? Wenn ja, was sind die Elemente dieser Menge? Die Antwort erscheint trivial: Die Elemente des Raumes sind die Punkte des Raumes, oder die „Raumpunkte“! Ist das wirklich so trivial? Ist ein Punkt in der Physik nicht immer eine Idealisierung, die wir dann vornehmen, wenn die Ausdehnung eines Objektes für die jeweilige Fragestellung vernachlässigt werden kann? Doch welche Alternativen würden sich hier anbieten? Wir können beispielsweise die möglichen Volumina – eventuell eingeschränkt auf physikalisch sinnvolle Volumina – als die Bausteine des Raumes auffassen, und den Versuch, die Elemente der Menge „Raum“ zu finden, ganz aufgeben (vgl. hierzu die Ansätze von ??, das Kontinuum nicht durch die Menge der Punkte, ihre Topologie und ihre Ordnungsstruktur, sondern durch die Menge der Intervalle und ihre Beziehungen zu definieren [?]).

Eigentlich sollten sich solche Alternativen in der Physik entscheiden lassen, indem man sich überlegt, was eigentlich beobachtet wird. Aber was beobachten wir vom Raum? Weder Punkte

noch Volumina! Wir beobachten nur die Materie *im* Raum bzw. Ereignisse in der Raum-Zeit (und auch hier müssen wir die Aussage einschränken, wenn wir Quanteneffekte einbeziehen). Also stehen wir wieder vor einer Alternative: Sollen wir auf das Konzept von Raum als „Behälter“ von Materie verzichten und unsere Überlegungen nur auf der beobachteten Materie und den Relationen zwischen den Bestandteilen der Materie aufbauen (relationaler Raum), oder sollen wir das Konzept von Raum beibehalten, weil sich die Relationen zwischen der beobachteten Materie am einfachsten durch die Einbettung in einen solchen Raum beschreiben lassen.

Sollten wir uns für das Konzept eines Raumes unabhängig von der in ihm enthaltenen Materie entscheiden, so stehen wir vor weiteren Problemen. Raum als Menge von Punkten (oder Menge von Volumina) alleine kann kaum die beobachteten Phänomene erklären. Die Menge muss eine Struktur haben. Welche Strukturen das genau sind und wie sich diese Strukturen vielleicht erklären lassen, werden wir unter anderem in dieser Vorlesung untersuchen. Einige Vorbemerkungen sind in den folgenden Abschnitten enthalten.

2.1.1 Die Metrik des Raumes

Um zu verdeutlichen, welche Probleme im Zusammenhang mit den Strukturen des Raumes auftreten, möchte ich mit einem einfachen Beispiel beginnen. Angenommen, unser Raum bestünde nur aus diskreten Punkten, den Raumpunkten, ohne weitere Struktur (vgl. Abb. 2.1(a)). Welcher Abstand ist größer: Der Abstand AB oder der Abstand ab ?

Zunächst würde man vielleicht antworten: Der Abstand AB ist größer. Begründung: Wir sehen doch, dass dieser Abstand größer ist.

Diese Antwort geht offensichtlich davon aus, dass der Abstand zwischen A und B durch die Einbettung in die Papierebene definiert ist, und auf dem Papier gibt es eine Metrik. Wenn wir aber „Raum“ nur als die Punktmenge ansehen wollen und die Einbettung nichts mit der Realität zu tun hat, ist diese Begründung sicherlich falsch. Die Anordnung (b) (Abb. 2.1) der Raumpunkte ist identisch mit der vorherigen, wenn man nur intrinsische Eigenschaften zulässt. Und in diesem Fall erscheint der Abstand AB kleiner.

Eine weitere naheliegende Antwort wäre auch: Der Abstand AB ist kleiner als der Abstand ab . Begründung: Die Anzahl der Punkte zwischen A und B ist kleiner als die Anzahl der Punkte zwischen a und b , daher ist der Abstand zwischen a und b größer.

Hier geht man davon aus, dass die Anzahl der Punkte zwischen den jeweiligen Raumpunkten als Maß für den Abstand dient. Das ist zwar eine intrinsische Argumentation, geht aber von zwei Annahmen bzw. Strukturen aus, die zunächst nicht vorliegen: Erstens wird angenommen, dass die lineare Anordnung der Punkte Nachbarschaftsverhältnisse definiert, und zweitens wird der Abstand zwischen zwei benachbarten Punkten in beiden Fällen als gleich angenommen (beispielsweise als Einheit 1). Während die zweite Annahme in Abwesenheit anderslautender Information sicherlich vernünftig ist, hängt die erste Annahme wiederum von der Art der Einbettung der Punkte ab. Die lineare Anordnung ist hier sehr verführerisch, definiert aber wiederum eine Struktur, die nicht vorausgesetzt wurde.

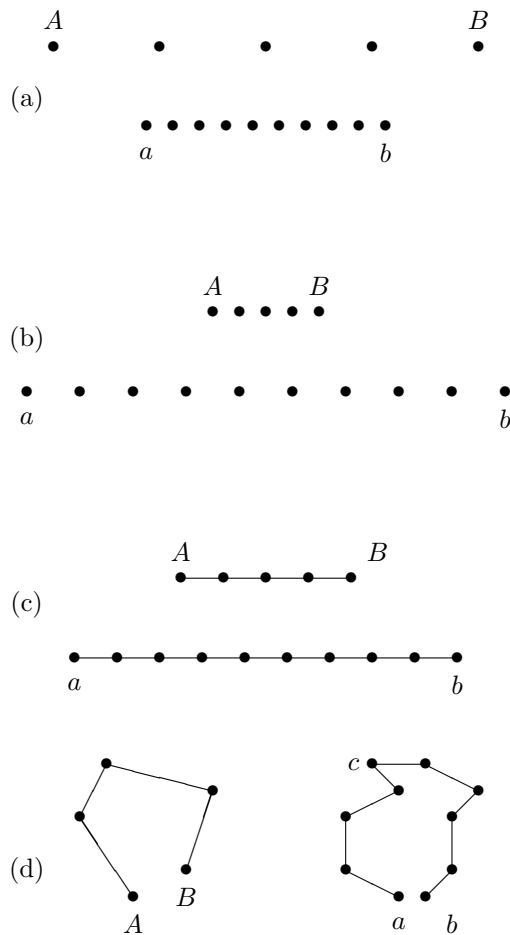
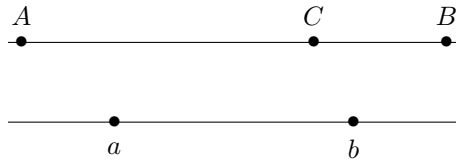


Abbildung 2.1: „Raumpunkte“. Die Abstände AB und ab sind nur in Teil (c) und (d) der Abbildung definiert, falls man Linien als Nachbarschaftsrelationen interpretiert und jeder Linie denselben Abstand zuordnet. Die unterschiedlichen Längen der Linien in Teil (d) beruhen daher auch nur auf der Einbettung in die Papierebene und haben keine intrinsische Bedeutung. Dementsprechend liegt der Punkt c in der rechten Anordnung in Teil (d) auch näher an Punkt a als der Punkt b .



Abbildungung 2.2: „Raum“ ist nun ein (eindimensionales) Kontinuum. Doch ohne Kenntnis der Metrik ist auch hier ein Vergleich der Abstände zwischen AB und ab nicht möglich. Aufgrund der topologischen Verhältnisse kann man jedoch sagen, dass der Abstand AC kleiner ist als der Abstand AB . Ob aber C näher bei A oder näher bei B liegt, ist ebenfalls ohne Metrik nicht entscheidbar.

Wir sehen also, dass ohne eine Struktur auf der Menge der Raumpunkte, die es erlaubt, Abstände direkt oder indirekt zu vergleichen, die obige Frage sinnlos ist. Es muss übrigens auf dieser Menge keine Metrik, d.h. kein Abstandsfunktional definiert sein. Es muss aber ein Verfahren gegeben sein, Abstände zu vergleichen.

Wenn wir zwischen den einzelnen Punkten Nachbarschaftsverhältnisse definieren (Teil (c) der Abb. 2.1), dann gibt uns dies auch eine vernünftige Vorschrift an die Hand, Abstände zu vergleichen. Bei Definition einer Skala (beispielsweise 1 für eine Linie) können wir auch Abstände messen. In diesem Fall ist der Abstand zwischen ab offensichtlich größer als zwischen AB . Die Einbettung der Punkte in Form einer geraden Linie ist dabei vollkommen willkürlich. In Teil (d) (Abb. 2.1) wurden die Punkte weder äquidistant (bzg. der Metrik auf dem Papier) noch linear eingebettet. Was zählt, sind nur die Nachbarschaftsverhältnisse, und die sind in Teil (d) und Teil (c) identisch. Daher ist auch in Teil (d) trotz gegenteiligen Augenscheins der Abstand zwischen ab größer, als zwischen AB . Und der Punkt c in Abb. 2.1(d) liegt näher an a als der Punkt b .

Betrachten wir nun einen zweiten Fall, bei dem der Raum ein Kontinuum bildet (Abb. 2.2). Zunächst einmal müssen wir uns fragen, was es eigentlich bedeutet, dass eine bestimmte Punktmenge ein Kontinuum bildet. Welche zusätzliche Struktur muss auf dieser Menge erklärt sein, damit man von einem Kontinuum sprechen kann? Nach dem EDM [15] ist ein Kontinuum ein „zusammenhängender, kompakter, metrischer Raum, der aus mehr als einem Punkt besteht“. Die wesentliche Struktur, die erklärt sein muss, ist daher wiederum die Metrik. Ist eine Metrik gegeben, so hat man auch eine Topologie, d.h. kann die Frage des „zusammenhängend“ und „kompakt“ entscheiden.

Ist das aber wirklich der Fall, wenn wir so einfach behaupten, Raum sei ein Kontinuum? Der absolute Raum Newtons (siehe Abschn. 5) wird immer als Kontinuum bezeichnet, obwohl auf diesem Raum keine natürliche Metrik gegeben ist. Wir gehen beim newtonschen Raum jedoch meist davon aus, dass sich Abstände vergleichen lassen. Durch die Definition einer Skala erhalten wir so eine Metrik. Zum Vergleich von Abständen setzen wir wiederum voraus, dass wir Längenmaßstäbe längentreu verschieben können. Das aber ist eine Annahme, die wir nicht überprüfen können. Eine universelle - d.h. alle Längen gleichermaßen betreffende - Deformation, lässt sich nicht nachweisen. Wir können daher nur überprüfen, ob das Verfahren zum Vergleich von Abständen konsistent ist. Diese Fragen werden uns im Zusammenhang mit der allgemeinen

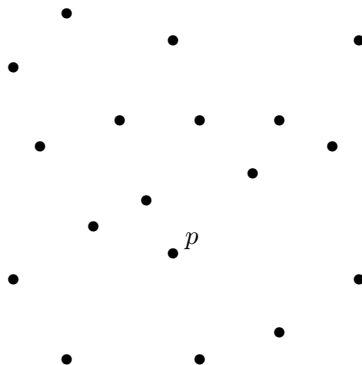


Abbildung 2.3: Wie können wir den Punkt p beschreiben, ohne uns auf die Einbettung zu beziehen?

Relativitätstheorie und der Geometrie der Raum-Zeit noch im Detail beschäftigen.

Das Problem, dass der so definierte topologische Raum nicht kompakt ist, spielt meist keine Rolle. „Zusammenhängend“ ist ebenfalls eine Eigenschaft, die immer angenommen werden kann. Zumindest lokal kann man vom Newtonschen Raum in diesem Sinne als von einem Kontinuum sprechen.

Wir sehen, dass die Tatsache, dass wir Abstände messen können, alles andere als trivial ist. Der Raum muss einige Voraussetzungen haben, die dies erst möglich machen. Ob, wie im oben angegebenen diskreten Fall, Nachbarschaftsverhältnisse wirklich die physikalisch beobachtete Metrik definieren, ist eine andere Frage. Sie sind in diesem Fall eine naheliegende und einfache Erklärung. Was aber letztendlich den Raum metrisierbar macht, bleibt eine offene Frage.

2.1.2 Die Identifizierbarkeit von Raumpunkten

Noch eine weitere Eigenschaft des Raumes wird oft als selbstverständlich angenommen, zeigt sich aber bei genauerer Betrachtung als höchst nichttrivial. Betrachten wir auch hierzu ein Beispiel. Wiederum ist eine Menge von Punkten gegeben, die Raumpunkte darstellen sollen (Abb. 2.3). Und wiederum soll die Einbettung ohne Bedeutung sein.

Wir wollen nun eine Behauptung der Form „Am Punkte p befindet sich ein Elektron“ aufstellen. Ist eine solche Behauptung sinnvoll? In der Mathematik stellt sich diese Frage nicht. Die Elemente einer Menge gelten in der Mathematik als identifizierbar. Wenn also jemand eine Aussage über den Punkt p macht, dann gilt der Punkt p als bekannt, d.h. die Aussage ist

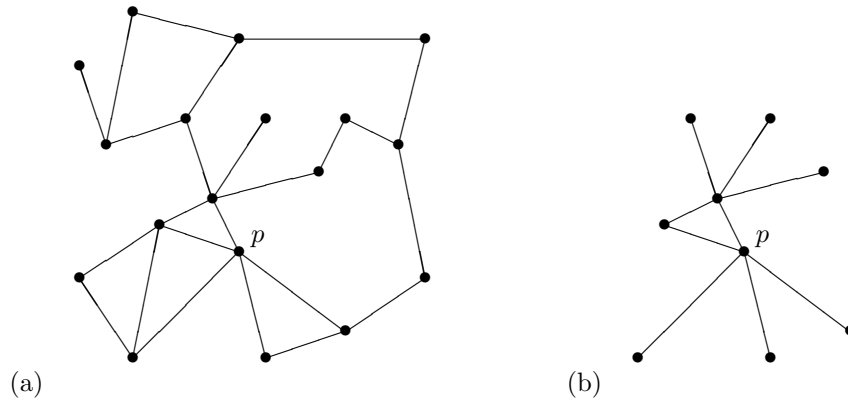


Abbildung 2.4: Auf einem ausreichend ungeordneten Graphen lässt sich ein Punkt durch die Angabe seiner Valenz sowie die Angabe der Anzahl von Punkten mit einer bestimmten Valenz in einem bestimmten Abstand charakterisieren. So hat beispielsweise der Punkt p die Valenz 5 und im Abstand 1 befindet sich kein Punkt mit der Valenz 1. Diese Angabe charakterisiert den Punkt p eindeutig. Das ist nicht selbstverständlich, wie der in Teil (b) wiedergegebene Ausschnitt zeigt. Intrinsisch hat dieser Graph eine hohe Symmetrie. Keiner der Punkte mit Valenz 1 lässt sich eindeutig charakterisieren, und auch die beiden Punkte mit Valenz 5 sind nicht unterscheidbar. Lediglich der eine Punkt mit Valenz 2 ist durch diese Angabe eindeutig charakterisiert.

sinnvoll.

Wie steht es aber in der Physik, wenn es sich bei den Punkten um die Elemente des Raumes oder der Raum-Zeit handeln soll. Wir müssen in diesem Fall ein objektives und operationales Verfahren angeben, wie sich der Punkt p bestimmen lässt. Stellen wir uns vor, wir wollen jemandem am Telefon mitteilen, welches der Punkt p ist, über den wir eine Aussage machen wollen. Können wir das?

Im Allgemeinen nicht! Aussagen der Form „Der Punkt oben rechts“ oder „unten links“ oder „rechts neben der Mitte“ etc. machen von der Einbettung Gebrauch. Und auch Aussagen der Form „der mittlere der drei eng zusammenliegenden Punkte“ setzen voraus, dass eine Metrik gegeben ist. Und selbst in diesem Fall ist noch nicht klar, ob eine solche Aussage den Punkt p wirklich eindeutig identifiziert. In der Abbildung 2.4 sind zu den Punkten noch Nachbarschaftsverhältnisse angegeben, d.h. in dem oben erwähnten Sinne existiert auf dieser Punktmenge nun auch eine Metrik. Nun lässt sich der Punkt p charakterisieren, beispielsweise als der Punkt vom Grade (Valenz) 5, der keinen Nachbarn vom Grade 1 hat.

Beispiele für Räume, auf denen eine solche Identifizierung eines Punktes nicht möglich ist,

können auch bei symmetrischen Mannigfaltigkeiten auftreten, beispielsweise einer Kugeloberfläche. Wie sollen wir jemanden mitteilen, welches der Punkte p auf einer Kugeloberfläche ist, über den wir eine Aussage machen wollen? Wir müssen den Spieß herumdrehen und irgendeine besondere Eigenschaft zur Charakterisierung des Punktes p benutzen. Statt der Aussage „am Punkte p befindet sich ein Elektron“ müssen wir beispielsweise sagen „ p ist der Punkt, an dem sich ein Elektron befindet“. Auch der absolute Raum Newtons besitzt eine so hohe Symmetrie, dass keiner seiner Punkte durch irgendeine geometrische oder topologische Eigenschaft charakterisiert werden kann.

Hieraus ergibt sich aber sofort ein weiteres Problem. Wenn wir einen Punkt p dadurch charakterisieren, dass wir eine besondere Eigenschaft hervorheben, wie beispielsweise „ p ist der Punkt, an dem sich ein Elektron befindet“, was passiert dann, wenn das Elektron sich bewegt? Bewegt es sich zu einem anderen Punkt? Diese Aussage wäre auf einer rein mathematischen Punktmenge, auf der die Punkte als identifizierbar gelten, wiederum eindeutig zu entscheiden. Doch in unserem Beispiel der Kugeloberfläche oder des newtonschen Raumes haben wir p ja gerade durch den Ort des Elektrons identifiziert. Es ist also gar nicht sinnvoll, von einer Bewegung des Elektrons zu sprechen. Das Elektron bleibt bei dem durch seine Anwesenheit charakterisierten Punkte p .

Die Situation ändert sich, wenn wir den Punkt p durch eine andere Eigenschaft charakterisieren können, beispielsweise als den Punkt, der von drei anderen (unterscheidbaren) Teilchen eine bestimmte Entfernung hat. Nun kann man auch der Aussage „das Elektron bewegt sich“ einen Sinn beimessen: Es bewegt sich *relativ zu* dem Punkt, der die bestimmte Entfernung von den drei anderen Teilchen hat. Bewegung ist also immer eine relative Aussage. Erst, wenn wir eine von dem zu beschreibenden System unabhängige Möglichkeit haben, einen Punkt im Raum zu charakterisieren, wird Bewegung zu einem sinnvollen Konzept.

Im Allgemeinen charakterisieren wir Punkte im Raum durch Koordinatensysteme bzw. durch die Angabe der Abstände zu einem ausgezeichneten Satz von Punkten oder Linien. Die Anzahl dieser Punkte hängt von der Dimension des Raumes ab, für einen dreidimensionalen Raum benötigen wir vier generische Punkte, wenn wir keine Orientierung vorgegeben haben. Ist bekannt, was eine Linksschraube ist, dann genügt die Angabe von drei generischen Punkten.

Diese Möglichkeit der Charakterisierung von Punkten eines Raumes setzt wiederum die Existenz einer Metrik bzw. die Möglichkeit des Vergleichs von Abständen voraus. Ist diese Möglichkeit nicht gegeben, wird die Charakterisierung eines Punktes komplizierter. Wir benötigen eine ausreichend komplexe zusätzliche Struktur. Eine Möglichkeit wäre beispielsweise die Existenz von Feldern über dem Raum. Ein Feld ist eine Funktion, die an jedem Punkt des Raumes einen bestimmten Wert annimmt. (Koordinatensysteme sind nichts anderes als ein vollständiger Satz solcher Felder. In der Physik müssen solche Koordinatensysteme aber durch objektiv beobachtbare Felder realisiert sein.) Ein Beispiel für ein Feld ist das Temperaturfeld. Wir können einen Punkt dadurch charakterisieren, dass wir seine Temperatur angeben: „ p ist der Punkt, an dem das Temperaturfeld den Wert 5°C annimmt“. Im Allgemeinen wird diese Angabe aber den Punkt p nicht eindeutig identifizieren, sondern es wird eine ganze Schar (Varietät) von Punkten geben, die durch dieses Merkmal bestimmt werden. Wir benötigen daher meist mehrere unabhängige Felder – ihre Anzahl hängt wiederum von der Raumdimension ab. Auf einer zweidimensionalen Ebene genügen im Allgemeinen zwei unabhängig Felder, beispiels-

weise ein Temperatur- und ein Dichtefeld: „ p ist der Punkt mit der Temperatur 5°C und dem Druck 1026 mb.“

Können wir Veränderungen von solchen Feldern feststellen? Im Allgemeinen nicht, es sei denn, es treten plötzlich Wertkombinationen auf, die es vorher nicht gab, oder andere Werte verschwinden. Steigt die Temperatur, könnte es beispielsweise plötzlich keinen Punkt mehr mit der Temperatur 5°C geben. Probleme dieser Art werden in der Morse-Theorie behandelt. Man erkennt hier die Problematik einer solchen Charakterisierung von Punkten. Im Allgemeinen können wir erst für ein zusätzliches Feld die Veränderung dieses Feldes *relativ zu* den charakterisierenden Feldern feststellen.

2.1.3 Bestimmung der Raummetrik

Wir hatten schon erwähnt, dass wir ohne eine Metrik, d.h. die Möglichkeit der Abstandsmessung im Raum, oft schon die einfachsten Fragen nicht beantworten können. Doch woher erhalten wir eine Metrik? Üblicherweise denken wir an einen starren Stab (das Urmeter in Paris) oder eine andere Definition einer Längenskala (die Wellenlänge bestimmter Linien in einem Atomspektrum), die wir dann mit uns herumtragen können und bei Bedarf zur Ausmessung von Abständen benutzen. Doch das setzt voraus, dass sich der Stab nicht verändert, wenn wir ihn „herumtragen“. Es gibt aber keinen ideal starren Körper! Das verbietet schon die spezielle Relativitätstheorie: Wenn wir auf die eine Seite eines ideal starren Körpers einen Druck ausüben, würde sich dieser Druck *instantan* auf das andere Ende des Körpers übertragen und zu einer Verschiebung führen. Da aber jede Ausbreitung von Energie mit einer endlichen Geschwindigkeit erfolgen muss, kann es keinen ideal starren Körper geben. Was garantiert also, dass ein Maßstab auf der Erde dieselbe Länge hat, wie ein Maßstab auf dem Mond? Oder handelt es sich dabei um eine Konvention?

Betrachten wir ein anderes, ähnliches Beispiel. Woher wissen wir, was eine gerade Linie ist? Üblicherweise nehmen wir an, dass sich Licht entlang gerader Linien ausbreitet. Doch ist das nicht auch Konvention? In der allgemeinen Relativitätstheorie fordern wir tatsächlich, dass die Bahnen von Lichtstrahlen in der Raumzeit einer Geodäten folgen. Wir definieren (lichtartige) Geodäten dadurch. Doch ist eine solche Definition bzw. Konvention konsistent?

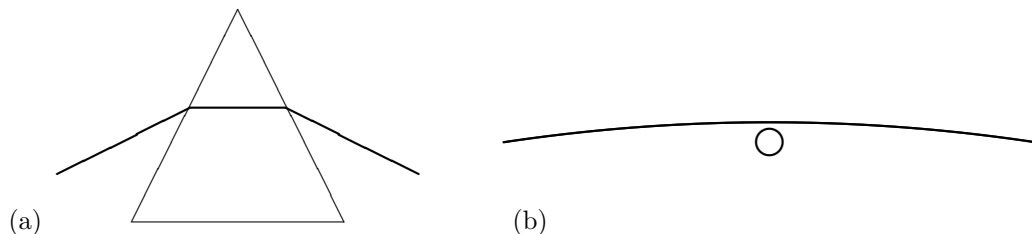


Abbildung 2.5: Ablenkung von Lichtstrahlen in einem Prisma (a) und die Ablenkung von Lichtstrahlen im Gravitationsfeld der Sonne.

Wir alle kennen das Fermatsche Gesetz: Licht breitet sich durch den Raum entlang des optisch kürzesten Weges aus. Dabei wird der optische Weg dadurch berechnet, dass wir den normalen Abstand noch mit der optischen Dichte, d.h. dem Brechungsindex, multiplizieren. So können wir einfach erklären, warum Licht in einem Prisma gebrochen wird (Abb. 2.5). Können wir nun postulieren, dass es sich bei dem geknickten Weg des Lichtes um eine Geodäte handelt? Können wir dem Raum bzw. dem Prisma eine Metrik zuschreiben? Solange wir nur mit einer Form von Licht experimentieren, ist das widerspruchsfrei. Doch wenn wir verschiedene Wellenlängen zulassen, haben wir es auch mit unterschiedlichen Brechungsindizes zu tun. Die optische Weglänge hängt somit von der Wellenlänge des Lichts ab und es ist nicht sinnvoll, eine der vielen Geodäten auszuzeichnen.

Die allgemeine Relativitätstheorie besagt, dass eine Massenverteilung zu einer Krümmung der Raumzeit führt. Die Ablenkung von Licht an der Sonne lässt sich bei einer Sonnenfinsternis beobachten. Doch ist das nicht der gleiche Fall, wie bei dem Prisma? Nicht ganz! Die Ablenkung des Lichtes an der Sonne ist nämlich unabhängig von der Wellenlänge. Es gibt keine Dispersionserscheinungen. Diese „Universalität“ der Ablenkung wird durch das sogenannte Äquivalenzprinzip (vgl. Abschn. 12.1.1) garantiert. Ohne diese Universalität wäre die Konvention, Geodäten durch Lichtstrahlen zu definieren, vollkommen willkürlich und widersprüchlich.

Auch bei der Frage nach der Metrik des Raumes ist daher immer zu entscheiden, ob etwas von der Natur vorgegeben wird, oder ob etwas von uns durch Konvention festgelegt wird. Und wenn wir Konventionen treffen, so müssen wir diese auf ihre Widersprüchlichkeit hin überprüfen.

2.2 Die Zeit

2.2.1 Die topologische Zeit

In den siebziger Jahren enthielten einige Bände der Jugendbücher *Das neue Universum* Rätsel, bei denen ungefähr 15 Szenen einer Geschichte wiedergegeben waren, wobei die Reihenfolge der Bilder jedoch durcheinander geraten war (beispielsweise Bd. 84, S. 210–3; Bd. 85, S. 380–3). Aufgabe des Lesers war es, aufgrund der abgebildeten Szenen durch logisches Denken die dargestellte Geschichte und damit die richtige Reihenfolge der Bilder zu rekonstruieren. Daraus ergibt sich ein interessantes Problem: Welche Eigenschaften muss eine Menge von Bildern haben, damit sich diese Bilder eindeutig zu einer fortlaufenden Geschichte ordnen lassen?

Die Bilder dürfen sicherlich nicht zu verschieden sein. Zwanzig Abbildungen von Hotelanlagen aus einem Reisekatalog werden sich kaum eindeutig zu einer fortlaufenden Geschichte ordnen lassen. Aber auch zu ähnlich dürfen die Bilder nicht sein, oder zu wenig Information enthalten. Außerdem hängt die Möglichkeit, ihre Reihenfolge herzustellen, von dem Vorwissen des Betrachters ab. Eine Serie von Urlaubsbildern kann vielleicht derjenige ordnen, der diesen Urlaub erlebt hat, nicht aber im Allgemeinen eine unbeteiligte Person.

Beide Aspekte der topologischen Zeit werden hier angesprochen: Die (ungerichtete) Reihenfolge von Augenblicken und die Richtung, also das, was man üblicherweise mit dem Problem des Zeitpfeils verbindet. Beide Probleme sind unabhängig voneinander, wie ein einfaches Bei-

spiel zeigt: Die drei Bilder eines Stoßprozesses zweier Teilchen lassen sich im Allgemeinen sehr einfach hinsichtlich ihrer ungerichteten Reihenfolge ordnen – es muss nur entschieden werden, welches der drei Bilder in der Mitte ist. Eine Entscheidung über die Richtung des Prozesses ist aber meist nicht möglich. Bei der Ordnung der Bilder muss jedoch noch vorausgesetzt werden können, dass es sich nur um die Darstellung *eines* Stoßprozesses handelt, also eine gewisse „Einfachheit“ der Geschichte hinter den Bildern steckt. Vermutlich lässt sich zu jeder Reihenfolge von Bildern eine entsprechend komplizierte Geschichte erfinden.

Während wir das Problem des Zeitpfeils meist auf das Gesetz von der Entropiezunahme zurückführen, hängt das Problem der Herstellung einer ungerichteten Reihenfolge noch von anderen Aspekten ab.

2.2.2 Die metrische Zeit

Das Problem der metrischen Zeit stellt die Frage nach geeigneten Uhren. Die Eigenrotation der Erde (Tag), der Umlauf der Erde um die Sonne (Jahr) und andere Bewegungen der Himmelskörper dienten schon seit alters her als „Taktgeber“ einer Zeit. Doch schon Augustinus stellt die Frage, ob ein Tag nun vierundzwanzigmal so schnell wäre, wenn die Sonne ihren Lauf um die Erde (für ihn galt noch das ptolemäische Weltbild) in einer Stunde ausführen würde.

Auch hier geht es offensichtlich wieder um zwei Aspekte: Welchen Einfluss hat eine veränderte Zeitmetrik auf die Beschreibung der Bewegungen, und gibt es eine Klasse ausgezeichnete Zeitmetriken (beispielsweise die Zeitmessung, bei der ein kräftefreier Körper in gleichen Zeiten auch gleiche Strecken zurücklegt).

Eine besondere Bedeutung erlangt diese Frage in der allgemeinen Relativitätstheorie. Hier findet man beispielsweise Behauptungen der Form: In einem Gravitationsfeld geht die Zeit langsamer. Wie ist eine solche Aussage zu verstehen? Zunächst einmal bedeutet es natürlich, dass in einem Gravitationsfeld Uhren langsamer gehen („Zeit ist, was von einer Uhr angezeigt wird“). Heißt das, dass wir bessere Uhren bauen müssen, die von einem Gravitationsfeld nicht beeinflusst werden?

Betrachten wir ein einfaches Beispiel. Noch heute findet man noch in vielen Wohnungen sogenannte Pendeluhren. Das Pendel als Taktgeber für die Zeit wurde schon von Galilei untersucht, der die Unabhängigkeit der Schwingungsdauer eines Pendels sowohl von der Masse als auch von der Amplitude des Pendels (bei nicht zu großen Ausschlägen) erkannte. Bis zu Beginn dieses Jahrhunderts waren Pendeluhren die genauesten Taktgeber für die Zeithaltung. Bereits im 18. Jahrhundert konnten Genauigkeiten von rund 0,1 s pro Tag erreicht werden.

Bekanntlich gilt für die Schwingungsdauer in der harmonischen Näherung

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

wobei l die Länge des Pendels und g die Konstante der Gravitationsbeschleunigung ist. Was passiert mit einer Pendeluhr, wenn wir sie auf dem Mond aufstellen? Da g dort wesentlich

kleiner als auf der Erdoberfläche ist, wird die Schwingungsdauer dort wesentlich größer sein. Bedeutet das, dass „die Zeit auf dem Mond langsamer geht“? Offensichtlich nicht. Das Pendel ist außerhalb der Erdoberfläche eben keine geeignete Uhr mehr. Doch wie steht es dann mit der Aussage der allgemeinen Relativitätstheorie, dass Uhren im Gravitationsfeld langsamer gehen? Haben wir auch in diesem Fall nur die falschen Uhren?

Irgendwie scheint das Problem damit zusammenzuhängen, dass sich manche physikalischen Systeme eher als Uhr eignen als andere. Dabei geht es nicht nur um das Problem der Gleichförmigkeit, denn auch ein Pendel schwingt auf dem Mond gleichförmig.

2.3 Der Kraftbegriff

Seit der Zeit der Griechen verstand man unter Kraft die Ursache von Bewegung. Ohne eine Mathematisierung physikalischer Begriffe war es jedoch schwer, zwischen Kraft, Impuls und Energie (insbesondere der kinetischen Energie) zu unterscheiden.

Für Aristoteles und die Peripatetiker war Bewegung ohne Kraft nicht denkbar, daher war Kraft auch der Geschwindigkeit proportional: $F \propto v$ (vgl. Abschn. 3.2.1). Auch der Impetus von Buridan (Abschn. 3.2.2) wurde vielfach noch als Kraft aufgefasst, obwohl er unserem Impuls sehr viel näher stand.

Erst Newton hat Kraft als die Ursache einer Bewegungsänderung definiert. Dabei hatte „Bewegung“ neben der allgemeinen Bedeutung einer Ortsveränderung bei Newton noch ganz konkret die Bedeutung des Impulses ([50], siehe Anhang ??, Definition 2). Die Bezeichnung „Bewegungsmenge“ für Impuls war bis zum Ende des 19. Jahrhunderts gebräuchlich. Die Beziehung,

$$F = \frac{dp}{dt},$$

bleibt auch in der Relativitätstheorie noch gültig, wobei die Abhängigkeit von p als Funktion der Geschwindigkeit sich jedoch ändert.

Seit alters her hat man immer wieder versucht, Kraft nicht nur durch die hervorgerufene Wirkung zu verstehen, sondern direkt nach ihren Ursachen zu suchen. Da die einzige bekannte Ursache einer Bewegungsänderung der Stoßprozess (sowie daraus ableitbare Kräfte wie beispielsweise der Druck) war, hat es nicht an Versuchen gefehlt, sämtliche Kräfte auf Stoßprozesse zu reduzieren. Noch bis zum Ende des 19. Jahrhunderts galt für viele Physiker ein physikalisches Phänomen als nicht verstanden, wenn es sich nicht im Sinne der Mechanik durch Stoßprozesse beschreiben lässt. Ein bekanntes Beispiel ist das Zitat von Kelvin aus dem Jahre 1884, der die elektromagnetische Lichttheorie mit der Begründung ablehnte, sie sei nicht mechanisch (Zitat aus Simonyi [60], S. 393): „Ich bin niemals zufrieden, bevor ich ein mechanisches Modell des Gegenstandes konstruiert habe, mit dem ich mich beschäftige. Wenn es mir gelingt, ein solches herzustellen, verstehe ich, anderenfalls nicht. Daher kann ich die elektromagnetische Theorie des Lichts nicht begreifen.“

Eine typisches Modell jener Zeit versucht die universelle Anziehung und das $1/r^2$ -Gesetz der Gravitation zu erklären (aus Feynman [21], *Character of Physical Law*, S.37–39). Danach

schwirren durch den Raum kleinste Teilchen in alle Richtungen, die manchmal mit massiven Körpern wechselwirken und dabei durch Stoßprozesse einen Impuls übertragen. Stehen sich nun zwei Massen gegenüber, so schirmen sich diese Massen teilweise gegenseitig von diesem Schwall der Teilchen ab. Dadurch werden sie bevorzugt von einer Seite getroffen und fliegen aufeinander zu. Da der Raumwinkel, unter dem eine Masse die andere Masse sieht, wie $1/r^2$ abnimmt, wäre dies auch eine Erklärung für die $1/r^2$ -Abhängigkeit.

Newton hat jegliche Form einer Fernwirkung immer abgelehnt (vgl. das Zitat in Abschnitt 5.3, S. 80; oder auch die Äußerungen Clarks, Abschnitt 6.2.3, S. 90). Während Newton sich aber hinsichtlich der Erklärung der Gravitationskraft nicht festlegen wollte, und vielleicht sogar Ansätze eines Feldbegriffs vor Augen hatte, kam für Leibniz als Erklärung für eine Kraft nur eine mechanistische Deutung in Frage (ebenfalls Abschnitt 6.2.3, S. 90).

2.4 Die Trägheitskraft

Ein weiteres Problem tritt jedoch auf, wenn man Kraft „als die vor der Bewegung und unabhängig von der Bewegung bestehende Ursache der Bewegung“ (Hertz [31], S. 70) auffasst. Hertz diskutiert in diesem Zusammenhang als Beispiel einen Stein, den wir an einer Schnur im Kreis herumschwingen. Die auftretenden Kräfte, die den Stein nach außen treiben und die von unserer Hand kompensiert werden müssen, d.h. die Fliehkräfte (Hertz spricht von „Schwungkraft“) sind nicht von der genannten Art. Hertz schreibt dazu (S. 72):

Dürfen wir, ohne unsere Begriffe zu verwirren, jetzt auf einmal von Kräften reden, welche erst durch die Bewegung entstehen, welche eine Folge der Bewegung sind? Dürfen wir uns den Anschein geben, als hätten wir über diese neue Art von Kräften in unseren Gesetzen schon etwas ausgesagt, als könnten wir ihnen mit dem Namen „Kraft“ auch die Eigenschaften der Kräfte verleihen? All diese Fragen sind offenbar zu verneinen, es bleibt uns nichts übrig als zu erläutern: die Bezeichnung der Schwungkraft als einer Kraft sei eine uneigentliche, ihr Name sei wie der Name der lebendigen Kraft [gemeint ist die kinetische Energie] als eine historische Überlieferung hinzunehmen und die Beibehaltung dieses Names sei aus Nützlichkeitsgründen mehr zu entschuldigen als zu rechtfertigen.

Die Natur des Trägheitsprinzips bzw. der Trägheitskräfte war immer schon ein besonderes Problem. Zunächst verstand man darunter eine mystische „Wesenheit“, die einem Körper innewohnt, sich aber erst bei beschleunigten Bewegungen zeigt. Newton beschreibt in seiner *Principia* die Wirkung dieser Trägheitskräfte, geht aber kaum auf ihre Natur ein. Man hat sich jedoch vorzustellen, dass der absolute Raum hier auf einen Körper einwirkt. Doch was ist das für eine Eigenschaft des absoluten Raumes, die einem Körper vermittelt, dass er sich nicht gleichförmig und geradlinig bewegt? Und ist es der absolute Raum, der auf einen Körper eine Kraft ausübt? Wie steht es dann mit der Gegenkraft? Übt ein Körper auch auf den Raum eine Kraft aus? Handelt es sich nicht nur um eine „Einwirkung“ des Raumes auf einen Körper, sondern vielleicht sogar um eine „Wechselwirkung“ zwischen Raum und Körper?

Erst Mach hat gefordert, dass die mystische Wechselwirkung zwischen einem Körper und dem absoluten Raum durch eine Wechselwirkungen zwischen Körpern untereinander zu ersetzen

sei. Dies wird später von Einstein als „Machsches Prinzip“ bezeichnet. Mach stellte sich die Wirkung der Trägheitskräfte als Teil der Gravitation vor. Der Körper wechselwirkt dabei mit der Materie im Kosmos, insbesondere mit dem Fixsternhimmel. Einstein hatte ursprünglich gehofft, dass seine allgemeine Relativitätstheorie (bei der Raum bzw. Raum-Zeit dynamisch wird, also eine Wechselwirkung von Materie auf die Raum-Zeit eine Wirkung zeigt) auch das Machsche Prinzip erfüllt (vgl. Abschnitt 12.1.2).

Es hat nicht an Versuchen gefehlt, die newtonsche Gravitation so zu erweitern, dass das Machsche Prinzip erfüllt wird, d.h. dass sich die Trägheitskräfte als Teil der Gravitationswechselwirkung erweisen, die allerdings nur bewegte bzw. beschleunigte Körper betrifft. So hat bereits 1872 Francois Tisserand versucht, das Webersche Gesetz der Elektrodynamik auf die Gravitation umzuschreiben. Nach seiner Theorie ist die Kraft zwischen zwei relativ zueinander bewegten Massepunkten durch

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \left[1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{2r}{c^2} \frac{d^2 r}{dt^2} \right]$$

gegeben, wobei c die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Gravitation bezeichnet, und positives F einer Anziehung entspricht. Dieses Gesetz ist jedoch mit den Beobachtungen im Sonnensystem nicht kompatibel (aus [25]).

Kapitel 3

Die alten Griechen

Eine Geschichte der Begriffe „Raum“, „Zeit“, „Materie“, „Kraft“, „Trägheit“ und „Bewegung“ etc. verlangte sicherlich, viele der griechischen Philosophen genauer zu behandeln. Parmenides und Zenon als Vertreter der Schule der Eleaten und ihre Leugnung von Bewegung schlechthin oder Leukipp und Demokrit als die Begründer der Atomtheorie sind nur einige Beispiele. Eine angemessene Behandlung dieser Denker würde jedoch den Rahmen dieser Abhandlung mehr als sprengen. Daher möchte ich mich zunächst auf Platon und Aristoteles beschränken. Nicht nur sind ihre Vorstellungen am ausführlichsten überliefert, sie haben auch mehr als jeder andere Philosoph des Altertums die abendländische Denkweise beeinflusst. Die vorliegenden Darstellungen sind sehr grob und entstammen im wesentlichen den Büchern von Hund [33], Simonyi [60] und Laue [39]. Gegen Ende dieses Kapitels werde ich noch kurz auf Aristarchos von Samos und Eratostenes von Kyrene eingehen. Sie fanden eine Möglichkeit, den Abstand Erde–Sonne und den Sonnendurchmesser zumindest prinzipiell zu bestimmen und entwickelten daraus das heliozentrische Weltbild.

3.1 Platon

Geb. um 427 v. Chr. in Athen; gest. um 347 v. Chr. in Athen

Platon hat auch heute noch einen sehr großen Einfluss auf unser Bild der Wissenschaft, allerdings weniger wegen seiner konkreten Modelle zur Physik als wegen seiner Vorstellungen von dem, wie eine physikalische Theorie aussehen soll. Für Platon bestand die eigentliche Realität in ewigen, zeitlosen Wahrheiten sowie den „Ideen“ in einem transzendenten Ideen-„himmel“. Die wahrgenommene Welt ist nur eine vorübergehende Erscheinung, ein schlechtes Abbild dieser Ideen.

Platon versuchte daher auch weniger durch Betrachtung der Welt zu seinen Aussagen zu gelangen als durch Nachdenken. Seiner Meinung nach sind sämtliche Wahrheiten über die Ma-

thematik oder auch die Natur der unsterblichen (d.h. schon seit ewigen Zeiten existierenden) Seele bereits bekannt, sie sind dem Geist jedoch nicht mehr bewusst. Durch Überlegung und logisches Denken kann der Mensch diese Wahrheiten jedoch wieder finden.

Sein physikalisches Weltbild erläutert Platon in erster Linie im *Timaios* [55]. Dort beschreibt er „Zeit“ als „ein in Zahlen fortschreitendes ewiges Abbild der in dem Einen verharrenden Ewigkeit“ (Kap.10; 37d). Interessanterweise ist Zeit bei Platon auch nicht ewig: „Die Zeit entstand also mit dem Himmel, damit, sollte je eine Auflösung stattfinden, sie, als zugleich erzeugt, zugleich aufgelöst würden, und nach dem Vorbilde der ewigen Natur, dass jene ihm so ähnlich wie möglich sei; denn das Vorbild ist die ganze Ewigkeit hindurch seiend, der Himmel hingegen fortwährend zu aller Zeit geworden, seiend und sein werdend.“ (Kap.11, 38b)

Im 18. Kapitel äußert er sich zum „Raum“ als den „allen Werdens bergende Hort wie eine Amme (49a)“. Raum bezeichnet er als die „Natur, die alle Körper in sich aufnimmt; diese ist als stets dieselbe zu bezeichnen, denn sie tritt aus ihrem eigenen Wesen durchaus nicht heraus (50b)..., [sie] liegt für alles als Prägemasse bereit, die durch die eintretenden Dinge bald bewegt und gestaltet wird und durch jene bald so und bald anders erscheint (50c)“. Raum ist „ein unsichtbares, gestaltloses, allaufnehmendes Gebilde, das aber auf eine irgendwie höchst unerklärliche Weise am Denkbaren teilnimmt und äußerst schwierig zu erfassen ist (51a). ... Als Feuer erscheine jeweils dessen in Brand geratener Teil, der verflüssigte als Wasser, als Erde und Luft, soweit es immer Abbilder dieser in sich aufnimmt (51b).“ Und weiter beschreibt er den Raum als „immer seiend, Vergehen nicht annehmend, allem, was ein Entstehen besitzt, einen Platz gewährend, selbst aber ohne Sinneswahrnehmung durch ein gewisses Bastard-Denken erfassbar, kaum zuverlässig (52b)“.

Hier klingen Ideen eines absoluten Raums an, wie sie später von Newton verfeinert werden. Raum als Behälter, der alles aufnimmt. Raum als ewig Existierendes, das (im Gegensatz zur Zeit) nicht mit dem „Himmel“ (heute würden wir von Kosmos sprechen) entstanden ist und daher auch nicht damit vergehen wird.

Aus heutiger Sicht als absurd erscheint sein Modell der Materie (Kap.20 ff, siehe auch [60]). Den vier Elementen – Feuer, Erde, Luft, Wasser – werden die vier symmetrischen Körper – Tetraeder, Würfel, Oktaeder, Ikosaeder – zugeordnet, wobei die gleichseitigen Dreiecke von Tetraeder, Oktaeder und Ikosaeder nochmals in jeweils 6 rechtwinklige Dreiecke unterteilt werden. Die quadratischen Seiten des Würfels werden in jeweils vier rechtwinklige (gleichschenklige) Dreiecke unterteilt. Mit diesem Modell versucht er nun verschiedene Eigenschaften zu erklären. Beispielsweise spricht er dem Feuer die größte Zerstörungskraft zu, da die Ecken des Tetraeders am spitzesten sind. Da Erde (Würfel) aus anderen Dreiecken aufgebaut ist, als die anderen Elemente, sind Reaktionen, bei denen sich Erde in die drei anderen Elemente umwandelt, seltener, als Reaktionen, bei denen sich die drei anderen Elemente untereinander umwandeln.

Außerdem gibt es schon elementare Ansätze von „Chemie“: Luft (Oktaeder) besteht aus acht gleichseitigen Dreiecken (bzw. 48 rechtwinkligen Dreiecken), Feuer aus vier gleichseitigen Dreiecken (24 rechtwinkligen Dreiecken). Somit kann man eine elementare Beziehung der Form $L = F_2$ aufstellen. Wasser besteht aus zwanzig gleichseitigen Dreiecken, d.h. $W = L_2 F$.

Obwohl uns diese Modelle heute als lächerlich anmuten, hat Platon hier doch einen sehr modernen Schritt unternommen: Er versucht die Eigenschaften der fundamentalen Bestandteile

der Natur mathematisch zu beschreiben, indem er ihnen geometrische Objekte zuordnet. Dabei konnte er nur auf die Geometrie zurückgreifen, da kaum ein anderer Bereich der Mathematik zu seiner Zeit so weit fortgeschritten war, dass sinnvolle Resultate bekannt waren.

Wie modern diese Ansicht ist, beschreibt Heisenberg [28] (Kap.20, S.280): „‘Am Anfang war die Symmetrie’, das ist sicher richtiger als die Demokritsche These ‘Am Anfang war das Teilchen’. Die Elementarteilchen verkörpern die Symmetrien, sie sind ihre einfachsten Darstellungen, aber sie sind erst eine Folge der Symmetrien.“

Später finden wir bei Kepler wieder den Wunsch, die Natur durch Geometrie verstehen zu können, als er die Radien der Planetenbahnen durch Ineinanderschachtelung der Planetensphären in Form Platonischer Körper zu erklären versuchte. Der wesentliche Unterschied zwischen Kepler und Platon ist jedoch, dass Kepler sein geometrisches Modell mit den Daten verglich und, nachdem er keine Übereinstimmung finden konnte, sein Modell wieder verwarf.

3.2 Aristoteles

Geb. 384 v. Chr. in Stagira; gest. 322 v. Chr. in Chalkis auf Euböia

Aristoteles war zwar ein Schüler von Platon, hat sich jedoch später in wesentlichen Punkten von dessen Philosophie distanziert. Insbesondere war Aristoteles eher ein „Empiriker“ ([4], S. 53). Er suchte die Wahrheiten nicht in transzendenten Welten oder Ideenhimmeln, sondern hier auf der Erde. Das, was wir sehen und erfahren, gilt es zu beschreiben.

Aristoteles ist in mehrfacher Hinsicht für uns von Bedeutung. Zum einen hat seine Philosophie, insbesondere auch sein Bild vom Kosmos und von der Welt, unsere abendländische Wissenschaft für fast zwei Jahrtausende nachhaltig beeinflusst, in mancher Hinsicht auch behindert. Andererseits hat er sich aber auch intensiv mit den Fragen beschäftigt, denen wir teilweise im Rahmen dieser Vorlesung nachgehen wollen. Im Gegensatz zu Platon, der seine Vorstellungen von Raum und Zeit mehr oder weniger unbegründet als Aussagen dahinstellt, diskutiert Aristoteles die verschiedenen Alternativen und argumentiert, warum er sich für bzw. gegen eine der Möglichkeiten ausspricht.

Bei Aristoteles ist auch der Zusammenhang zwischen der Vorstellung von Raum und der Vorstellung von Bewegung offensichtlich. Sein Raumbild impliziert seine Theorie der Bewegung, wobei allerdings oft auch der Eindruck entsteht, also ob umgekehrt seine Vorstellung von Bewegung sein Raumbild impliziert hat.

Die für uns relevanten Abschnitte sind im vierten Buch der *Physik* [3] beschrieben. In diesem Buch behandelt er, grob gesagt, drei Themen:

1. Versuch der Begriffsbestimmung von „Ort“. (Kap. 1–5)
2. Gibt es leeren Raum? (Kap. 6–9) Hier zählt Aristoteles zunächst die Argumente anderer auf, die für die Existenz von leerem Raum sprechen, und versucht anschließend, diese

Argumente zu widerlegen. Für Aristoteles gibt es keinen leeren Raum.

Von besonderem Interesse ist das 8. Kapitel. Hier erläutert Aristoteles seine Vorstellungen von Bewegung und versucht daraus zu argumentieren, warum es das Vakuum nicht geben könne.

3. Der Zeitbegriff. (Kap. 10–14)

Obwohl für uns in diesem Zusammenhang alle drei Themen grundsätzlich von Interesse wären, wollen wir uns auf das zweite (die Frage nach der Existenz von Leere) und dritte (Zeit) beschränken. Ort verbindet Aristoteles eher mit der Oberfläche eines Körpers, wodurch „Ort“ als Ordnung des Nebeneinander (die Berührungsflächen benachbarter Körper) erscheint. Allerdings sind diese Ideen bei ihm noch unklar, und seine Argumentation gegen die Existenz des Leeren erweckt eher den Eindruck, als ob das Vakuum prinzipiell zwar möglich wäre, aber von der Natur eher vermieden wird (s.u.).

Zur Argumentation gegen die Existenz von Leere zieht er zunächst ein Argument seiner Gegner heran: „Es gäbe (sonst [ohne Leere]) keine ortsverändernde Bewegung.“ (Kap.6, 213b) Interessanterweise lässt er hierbei jemanden zu Wort kommen, der selber gegen Demokrit und Leukippos argumentiert, nämlich Melissos, ein Anhänger der eleatischen Schule (Zenon), der sagt: „Wenn es Bewegung darin gäbe, gebe es notwendig darin ... auch Leeres, Leeres aber gehöre nicht zu dem, was ist.“ Melissos setzt also voraus, dass es kein Leeres gibt (als etwas, was nicht ist) und argumentiert, dass es dann auch keine Bewegung geben könne. Aristoteles dreht das Argument aber um – für ihn als „Empiriker“ existiert Bewegung offensichtlich – und er macht es zu einem Argument seiner Gegner: Da es Bewegung gibt, muss es auch Leeres geben.

Später (214a, Ende) führt er dann sein Argument an, mit dem er begründet, warum es auch ohne Leere ortsveränderte Bewegung geben kann: „Gleichzeitig einander ausweichen können ja die bewegten Körper, wobei es gar keine von ihnen geschiedene Ausdehnung neben ihnen geben muß. Das wird klar an den Wirbeln von zusammenhängenden Stoffen, z.B. besonders an denen von Flüssigkeiten.“ Für Aristoteles ist diese Behauptung „augenscheinlich“ klar, aber wir können uns natürlich fragen, ob man tatsächlich in einer Flüssigkeit Wirbel erzeugen könnte, wenn es zwischen den Atomen nicht „das Leere“ gäbe, das eine Verdichtung erst möglich macht.

Es klingen hier aber auch Ideen an, wie sie später von Descartes aufgegriffen und erweitert werden. Im Gegensatz zu Platon (der einen absoluten Raum propagiert) scheint Aristoteles ein relationales Raumbild zu bevorzugen. „Orte“ als „Nachbarschaften von Körpern“, „Bewegung“ als „Veränderung dieser Nachbarschaften“.

Von ganz besonderem Interesse ist aber das 8. Kapitel des VI. Buches. Hier versucht er mithilfe seiner Vorstellung von Bewegung (vgl. auch Abschn. 3.2.2) gegen „Leere“ zu argumentieren.

3.2.1 Das 8. Kapitel des IV. Buches

Ausschnitte aus dem 8. Kapitel:

Dass es ein Leeres in dieser selbständig für sich bestehenden Weise, wie einige das behaupten, nicht gibt, wollen wir nochmals vortragen: Wenn jeder der einfachen Körper eine natürliche Bewegungsrichtung hat, z.B. Feuer nach oben, Erde nach unten zur Weltmitte hin, so ist es klar, dass nicht das Leere Ursache dieser Fortbewegung sein kann. Von welcher (Bewegungsart) wird das Leere dann Ursache sein können? Es schien doch Ursache zu sein von ortsverändernder Bewegung, von dieser ist es das aber nicht.

Hier taucht eine Problematik auf, der wir später im Zusammenhang mit dem Feldbegriff wieder begegnen werden. Woher weiß ein Körper im leeren Raum, dass die Schwerkraft zum Erdmittelpunkt wirkt? Offensichtlich kann ein solcher Raum nicht leer sein, und heute würden wir auch zugestehen, dass dieser Raum immerhin noch das Gravitationsfeld enthält.

Weiter, wenn es so etwas gibt wie „Ort unter Verlust von Körper“, wenn ein Leeres vorliegt, auf welcher Bahn wird sich ein in es eingesetzter Körper wohl bewegen? Sicherlich nicht in jede Richtung.

Dieselbe Überlegung (passt) auch gegen diejenigen, die da meinen, der Ort sei etwas Für-Sich-Bestehendes, zu welchem hin die Bewegung stattfindet: Wie soll den das da Eingesetzte in Bewegung oder zur Ruhe kommen? Auch bei dem Oben-Unten-Unterschied passt dieselbe Überlegung wie bei „leer“ – ganz einsichtig: Zu einem Ort machen das Leere die, welche seine Wirklichkeit behaupten. Wie soll dann (etwas) entweder an einem Ort oder in einem Leeren sein können? Es geht ja nicht zusammen, wenn ein bestimmter Körper als ganzer eingesetzt wird als einem für sich bestehenden und beharrenden Ort: Ein Teil von ihm, wenn der nicht getrennt gesetzt wird, wird nicht an dem Ort sein, sondern (nur) an dem Ganzen. – Schließlich wenn nicht (so verstandener) Ort, so wird auch kein Leeres vorhanden sein.

Nun ergibt sich denen, die da sagen, es gebe Leeres als notwendige (Voraussetzung), wenn Bewegung sein soll, eher genau das Gegenteil, wenn man es einmal richtig ansieht, nämlich dass ganz und gar nichts sich überhaupt bewegen kann, wenn Leeres wäre. Wie nämlich bei denen, die behaupten, wegen der Gleichartigkeit (ihres gesamten Umfelds) sei die Erde in Ruhe, so auch hier: Im Leeren muss notwendig (alles) zur Ruhe kommen. Es gibt ja nichts (darin, was etwas veranlassen könnte), sich eher oder weniger auf dieser oder jener Bahn zu bewegen; insofern es leer ist, hat es keinen Unterschied an sich.

Sodann (gilt): Jeder Bewegungsvorgang (vollzieht sich) entweder unter Einwirkung äußeren Drucks oder naturgemäß. Notwendig (gilt dann folgender Schluß): Wenn es also äußerlich bewirkte (Bewegung) gibt, so muss es auch naturgemäße geben – die äußerlich bewirkte ist gegen die Natur, (Bewegung) entgegen der Natur ist nachgeordnet der naturgemäßen –; wenn also (umgekehrt) nicht jeder der natürlichen Körper eine naturgemäße Bewegung an sich hat, so wird auch keine der anderen Bewegungsformen zur Verfügung stehen. Aber wie soll es denn (Bewegung) der Natur nach geben, wenn es doch gar keinen Unterschied im Leeren und Unbegrenzten gibt? Insofern es nämlich unbegrenzt ist, kann es Oben, Unten oder Mitte an ihm gar nicht geben, insofern es leer ist, sind Oben und Unten an ihm durchaus nicht zu unterscheiden – wie es nämlich an „nichts“ keinerlei Unterscheidung mehr gibt, so auch an „leer“ nicht mehr: „leer“ ist doch offenkundig etwas wie „etwas Nichtseinendes“ und ein „Verlust (von Seiendem)“ –; Fortbewegung der Natur nach hingegen ist (klar) nach Unterschieden gegliedert, also gibt es diese Unterschiede von Natur aus auch. Also (gilt): Entweder gibt es nirgends und für nichts eine Bewegung von Natur aus, oder, wenn es dies doch geben soll, so gibt es Leeres nicht.

Es wird nicht ganz deutlich, ob Aristoteles hier (und insbesondere im vorhergehenden Absatz) schon das Problem der „Relativbewegung“ anspricht und das Problem der „Identifizierbarkeit“ von Raumpunkten. Im Leeren scheint es für Aristoteles nichts Identifizierbares zu geben und damit auch nicht die Möglichkeit von Bewegung.

Weiter: Erfahrungsgemäß bewegen sich Wurfgeschosse weiter, wenn das ihnen den Anstoß Gebende sie auch nicht mehr berührt, (und sie tun dies) entweder infolge von wechselseitigem Sich-Umstellen (von Luftteilen und dem Geschosskörper), wie einige vortragen, oder infolge davon, dass die einmal angestoßene Luft eine Stossbewegung weitergibt, die schneller ist als die Bewegung des abgestoßenen (Geschosses), mittels derer es zu seinem angestammten Ort sich hinbewegt. Im Leeren steht aber nichts davon zur Verfügung, und es wird da gar keine Fortbewegung geben, außer nur so wie ein (durch andere) Mitgenommenes.

Weiter: Niemand könnte wohl sagen, weswegen denn (im Leeren) etwas in Bewegung Gesetztes einmal irgendwo zum Stillstand kommen sollte: warum hier eher als da? Also, entweder wird (alles) in Ruhe sein, oder es muß notwendig ins Unbegrenzte fortgehende Bewegung sein, wenn nicht etwas Stärkeres hindernd dazwischentritt.

Hier entdecken wir Ansätze des Trägheitsprinzips. Aristoteles geht von der nach newton-scher Ansicht richtigen Annahme aus (der Existenz von Leere), kommt auch zu der richtigen Schlussfolgerung (Bewegung geht ins Unbegrenzte fort), diese Schlussfolgerung erscheint ihm aber so absurd, dass er Annahme und Schlussfolgerung ablehnt.

Weiter, es sieht ja scheinbar so aus, als gehe Bewegung in ein Leeres hinein, wegen (der Vorstellung von) Ausweichen. Im Leeren gilt derartiges aber nach allen Richtungen in gleicher Weise, also müsste die Bewegung sich in jede Richtung vollziehen.

Weiter, auch aus den folgenden Überlegungen wird einsichtig, was hier vertreten wird: Wir sehen ja, ein und dieselbe körperliche Gewichtsmasse kann schneller bewegt werden, aus zwei Ursachen: entweder durch den Unterschied des (Körpers), durch welchen (sie bewegt wird), z.B. „durch Wasser oder Erde“ und „durch Wasser oder Luft“; oder durch den Unterschied beim fortbewegten Körper (selbst), wenn alles übrige gleichbleibt, in bezug auf Überwiegen von Schwere oder Leichtigkeit.

Im Folgenden erläutert Aristoteles diese Vorstellung genauer, wobei er fast an eine mathematische Formel herankommt, die man heute in der Form

$$v = \frac{F}{\eta} \quad (3.1)$$

ausdrücken würde, wobei v die Geschwindigkeit des Körpers ist, F seine „Schwere“ (als die an ihn angreifende Kraft; wir würden heute von „Gewichtskraft“ sprechen) und η die „Dichtigkeit“ des Mediums – heute würden wir von Reibungskoeffizient sprechen. Er schließt dann:

Je körperloser, weniger hinderlich und besser teilbar (der Körper ist), durch welchen die Bewegung vonstatten geht, um so schneller wird die Bewegung sein. „Leer“ aber bildet überhaupt kein Verhältnis, um das es von Körper übertroffen würde, so wie ja auch „nichts“ (kein Verhältnis hat) zu „Zahl“. ... – Deshalb hat auch eine Linie keinen Unterschiedsbetrag zu Punkt, außer man lässt sie aus Punkten zusammengesetzt sein. – Genau so kann auch „leer“ zu „voll“ kein (in Zahlen ausdrückbares) Verhältnis haben, also auch der (entsprechende) Bewegungsablauf nicht, sondern: Wenn (etwas) durch den allerlockersten (Körper) in so und so viel Zeit sich so und so weit fortbewegt, dann übertrifft (eine angenommene Bewegung) durch Leeres jedes (denkbare) Verhältnis.

Es folgt nochmals ein „Rechenbeispiel“ mit der Schlussfolgerung: „ein Verhältnis von leer zu

voll gibt es aber nicht“. Interessant sind auch die Überlegungen zu der Bewegung unterschiedlich schwerer Körper:

Insoweit sich nun die (Körper) unterscheiden, durch welche die Bewegung geht, ergibt sich das (Gesagte); hinsichtlich des Überwiegens (von Schwere oder Leichtigkeit) auf seiten der fortbewegten Körper aber Folgendes: Wir sehen ja, dass (Körper), die größeren Antrieb haben, sei es an Schwere oder an Leichtigkeit, wenn alle übrigen Bedingungen gleichbleiben, schneller eine gleiche Strecke durchmessen, und zwar in dem Verhältnis, welches die (dabei vorkommenden) Größen zueinander haben. Das müsste also auch (bei einem Weg) durch eine leere Strecke so sein. Aber das geht nicht: aus welchem Grund soll denn hier die Bewegung schneller vonstatten gehen? Auf erfüllten Wegstrecken gilt es ja mit Notwendigkeit: Schneller teilt auf Grund seiner Kraft das Größere (den durchmessenen Körper) auseinander; entweder teilt es ihn auf Grund seiner äußeren Gestalt oder durch den Antrieb, den ein von sich aus bewegter oder ein losgeschickter (Körper) besitzt. Also müsste (im Leeren) alles gleichschnell sein. Aber das geht nicht.

Wieder kommt Aristoteles zu der richtigen Schlussfolgerung - dem Äquivalenzprinzip - aus der richtigen Annahme. Aber diese Schlussfolgerung erscheint ihm als absurd, womit er auch die Annahme als falsch ansieht.

Aristoteles spricht sich zwar gegen die Existenz von Leere aus, aber nicht in der strengen Form, wie es Descartes (vgl. Abschn. 4.4) oder Leibniz (Abschn. 6) getan haben, nämlich das „Raum“ identisch mit den Körpern und den Relationen zwischen den Körpern ist, sondern eher in der Form, dass Vakuum zwar prinzipiell möglich wäre, jedoch von der Natur vermieden wird. Hier liegt auch der Ursprung des *horror vacui*, d.h. der „Furcht (der Natur) vor dem Vakuum“, sodass Materie (Luft oder Wasser) sofort und mit Gewalt in jeden Bereich einströmt, in dem ein Vakuum zu entstehen droht. Diese mystische Vorstellung wurde erst durch die Experimente und Überlegungen zum Luft- und Wasserdruck von Evangelista Torricelli (1608–1647), einem Schüler Galileis, überwunden und durch naturwissenschaftliche Erklärungen ersetzt.

3.2.2 Die Formen von Bewegung bei Aristoteles

Aristoteles unterscheidet vier Formen von Bewegung (nach Simonyi [60]): (1) Die Bewegung der Himmelskörper, (2) die Bewegung von Lebewesen, (3) die natürliche Bewegung von (toten) Gegenständen und (4) die erzwungene Bewegung.

(1) Die Himmelskörper sind auf durchsichtigen Sphären angebracht, und diese Sphären rotieren auf Kreisbahnen. Daher muss auch bei dieser Bewegung kein Körper beiseitegestoßen werden, sodass sie endlos anhalten kann. Die Kreisbahnen sind bei Aristoteles ausgezeichnet („vollkommen“) als die einzigen, die „unendlich fortdauern“ und die „einheitlich“ sind (d.h. nicht aus verschiedenen Bewegungsformen zusammengesetzt, wobei Aristoteles sämtliche Bewegungen aus der kreisförmigen und der geradlinigen zusammensetzt). Da Aristoteles an ein begrenztes Universum glaubte, konnte für ihn die geradlinige Bewegung nicht unendlich fortdauern und somit nicht vollkommen sein.

(2) Die Bewegung von Lebewesen erfolgt „aus sich selber heraus“ (*motus a se*), wie übrigens die Bewegung der Himmelskörper auch.

(3) Die natürliche Bewegung von Gegenständen besteht in einer Wiederherstellung einer gestörten Ordnung: Schwere Körper fallen nach unten, leichte bewegen sich nach oben (*motus secundum naturam* oder *motus naturalis*). Diese Aussage lässt sich nur aus dem kosmologischen Verständnis von Aristoteles begreifen, nach der im Kosmos eine bestimmte Ordnung existiert.

(4) Die erzwungene Bewegung (*motus violentus*). Diese Bewegungsform hält nur so lange an, wie auf den Gegenstand eine Kraft wirkt. Wir haben gesehen, dass es für Aristoteles keinen leeren Raum gibt, dementsprechend muss eine Bewegung zur Ruhe kommen, wenn die ursächliche Kraft aufhört. Zur Aufrechterhaltung einer Bewegung (Geschwindigkeit) ist eine Kraft erforderlich, und es gilt die Beziehung:

$$v = \frac{F}{\eta}, \quad (3.2)$$

wobei η ein Maß für den Widerstand des Mediums ist, in dem die Bewegung stattfindet.

Hinsichtlich der Beziehung zwischen Geschwindigkeit und Kraft (Gl. A1.1) wird oft die folgende Überlegung aus der heutigen Bewegungstheorie angeführt (vgl. z.B. Hund [33], S. 32, oder Simonyi [60], S. 78/79): Wir betrachten ein Teilchen in einer Dimension, auf das eine konstante Kraft F wirke, und das sich in einem Medium mit dem Reibungskoeffizienten η bewege. Die Bewegungsgleichung hat die Form

$$m \frac{dv}{dt} + \eta v = F,$$

und die Lösung dieser Gleichung (mit Anfangsbedingung $v = 0$ zum Zeitpunkt $t = 0$) lautet

$$v(t) = \frac{F}{\eta} \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad \text{mit } \tau = \frac{m}{\eta}.$$

τ ist somit eine charakteristische Zeitskala für den Übergang von der Anfangsphase, in der nährungsweise

$$v(t) = \frac{F}{m}t$$

gilt (also die reibungsfreie Bewegung, wie sie im Allgemeinen im Rahmen der newtonschen Physik untersucht wird), zu einer stationären Phase, in der das Teilchen eine konstante Geschwindigkeit angenommen hat, die dem aristotelischen Gesetz A1.1 entspricht. Die Bedingung der Stationarität lautet gerade, dass die von außen an den Körper angreifende, beschleunigende Kraft F gleich der bremsenden Reibungskraft ist: $F = v\eta$. Dies verdeutlicht nochmals, dass die Bewegungslehre des Aristoteles von seiner Vorstellung eines mit Materie angefüllten Raumes herrührt.

So seltsam für uns heute das Kraftgesetz (A1.1) auch erscheinen mag, es gibt Bereiche in der Physik, in der wir diese Relation als vollkommen selbstverständlich empfinden. Beispielsweise benutzen wir für den Strom I in einem Leiter mit Widerstand R bei einer angelegten Spannung U die Relation

$$I = \frac{U}{R}.$$

Bedenkt man, dass der Strom $I = nev$ direkt proportional zur Geschwindigkeit v der Ladungsträger ist (bei konstanter Anzahl n der Ladungsträger), und U der Kraft auf einen Ladungsträger entspricht, so liegt hier offensichtlich das aristotelische Bewegungsgesetz vor. Und

tatsächlich ist die Bewegung der Ladungsträger in einem Leiter ja die von Körpern in einem Medium. Ohne äußere Kräfte kommen die Ladungsträger durch die Kollisionen mit den Atomen des Leiters zur Ruhe.

Aristoteles wie auch seine Kommentatoren haben darüber spekuliert, warum die erzwungene Bewegung, nachdem sie einmal in Gang gesetzt wurde, noch eine Weile erhalten bleibt, bevor sie dann in die natürliche Bewegung übergeht. Eine oft diskutierte Möglichkeit besteht in einem komplizierten Mechanismus, bei dem die Kraft, die die Bewegung in Gang setzt, sich auf das Medium überträgt, und somit das Medium noch für eine Weile diese Kraft ausüben kann. Hier wurden für Geschosse beispielsweise Luftwirbel etc. verantwortlich gemacht. Ein anderer Mechanismus wurde von dem Aristoteles-Kommentator Philoponos (6. Jahrhundert nach Christus) vertreten (Zitat aus Hund [33], S.34): „Die Fortdauer der Bewegung beim Wurf hat nichts mit der Luft zu tun. Vielmehr wird dem Geworfenen vom Werfer ein ‘unstoffliches Vermögen’ mitgegeben, das allmählich abnimmt.“ Und Hund fügt noch den Kommentar hinzu: „Da die Luft unwesentlich ist, ist auch eine Bewegung im Vakuum denkbar. Aber in Wirklichkeit gibt es nach ihm kein Vakuum“.

Diese Idee wurde im 14. Jahrhundert von Jean Buridan (um 1300 – um 1358) in seiner Impetus-Theorie wieder aufgegriffen. Ersetzt man den Begriff „unstoffliches Vermögen“ bzw. „Impetus“ durch unseren modernen Begriff des „Impulses“, so kommt man der heutigen Vorstellung schon recht nahe. Es wird zwar verschiedentlich behauptet, dass „Impetus“ noch als Kraft zu denken ist – so ist für Hund [33] (S. 92) Impetus ein „Motor“ und die aristotelische Beziehung zwischen Geschwindigkeit und Kraft 3.2 durch

$$v = \frac{F + I(t)}{\eta}$$

zu ersetzen, wobei $I(t)$ den mit der Zeit abnehmenden Impetus darstellt – doch andererseits hatte Buridan den Impetus schon mit dem Produkt aus Masse und Geschwindigkeit, also unserem Impuls, identifiziert (vgl. die Bemerkung und Fußnote von Ed Dellian in seinem Vorwort zur Principia [50], S. XI, sowie das Buridan-Zitat in [60], S. 152/3).

3.2.3 Der Zeitbegriff bei Aristoteles

Kapitel 10–14 des IV. Buches der *Physik* von Aristoteles [3] sind dem Problem der Zeit gewidmet. Viele heutige Kommentatoren bezeichnen diesen Abschnitt als einen der Höhepunkte der antiken Philosophie: „Die Abhandlung über die Zeit ... gehört in ihrer Geschlossenheit, Zielstrebigkeit und Reichhaltigkeit zum Besten, was die Bücher I bis IV der aristotelischen Physik enthalten. ... Sie gehört zum Besten, was die ganze antike Philosophie hierüber zu sagen hat.“ (Zitat H.G. Zekl, Einleitung zur *Physik* des Aristoteles, [3], S. XLIII).

Zunächst versucht Aristoteles das Wesen der Zeit zu erfassen. Dabei stellt er fest, dass Zeit nicht im üblichen Sinne zum Seienden gerechnet werden darf:

Dass sie nun also entweder überhaupt nicht wirklich ist oder nur unter Anstrengungen und auf dunkle Weise, das möchte man aus folgenden (Tatbeständen) vermuten: Das eine Teilstück von ihr ist

vorübergegangen und ist (insoweit) nicht (mehr), das andere *steht noch bevor* und ist (insoweit) noch nicht. Aus diesen Stücken besteht sowohl die (ganze) unendliche, wie auch die jeweils genommene Zeit. Was nun aus Nichtseiendem zusammengesetzt ist, von dem scheint es doch wohl unmöglich zu sein, dass es am Sein teilhabe.

... Das „Jetzt“ ist aber nicht Teil: der Teil misst (das Ganze) aus, und das Ganze muss aus den Teilen bestehen; die Zeit besteht aber ganz offensichtlich nicht aus den „Jetzten“. (S. 205)

... Über die ihr zukommenden (Eigenschaften) seien nun so viele Schwierigkeiten herausgestellt. Was aber die Zeit nun wirklich *ist*, was ihr *Wesen* ist, das bleibt gleichermaßen unklar. (S. 207)

Diese ersten Überlegungen von Aristoteles zur Zeit haben somit nur Probleme aufgezeigt, ohne zu einer Lösung zu kommen. Warum Aristoteles das „Jetzt“ nicht zur Zeit rechnet, bleibt unklar. Es hat den Anschein, als ob die Zenonschen Überlegungen, wonach sich ein Kontinuum (mit endlicher Ausdehnung) nicht aus seinen Punkten (mit der Ausdehnung Null) zusammensetzen kann, hier hereinspielen.

In einem nächsten Schritt zur Bestimmung des Wesens der Zeit wendet sich Aristoteles der Bewegung zu:

Da aber die Zeit in besonderem Maße eine Art *Bewegung* zu sein scheint und Wandel, so wäre dies zu prüfen: Die verändernde Bewegung eines jeden (Gegenstandes) findet statt an dem Sich-Verändernden allein oder dort, wo das in ablaufender Veränderung Befindliche selbst gerade ist; die Zeit dagegen ist in gleicher Weise sowohl überall als auch bei allen (Dingen).

Weiter, Veränderung kann schneller und langsamer ablaufen, Zeit kann das nicht. „Langsam“ und „schnell“ werden ja gerade mithilfe der Zeit bestimmt: „schnell“ – das in geringer (Zeit) weit Fortschreitende; „langsam“ – das in langer (Zeit) wenig (Fortschreitende). Die Zeit dagegen ist nicht durch Zeit bestimmt, weder nach der Seite ihres „Wieviel“ noch nach der ihres „Wie-geartet“. *Dass sie also nicht mit Bewegung gleichzusetzen ist*, ist offenkundig; ... (S. 207/9)

11. Aber andererseits, *ohne Veränderung* (ist sie) *auch nicht*: Wenn wir selbst in unserem Denken keine Veränderung vollziehen oder nicht merken, dass wir eine vollzogen haben, dann scheint uns keine Zeit vergangen zu sein. ... Wenn also der Eindruck, es vergehe keine Zeit, sich uns dann ergibt, wenn wir keine Veränderung bestimmend erfassen können, sondern das Bewusstsein in einem einzigen, unmittelbaren (Jetzt) zu bleiben scheint, wenn andererseits wir (Veränderung) wahrnehmen und abgrenzend bestimmen und dann sagen, *es sei Zeit vergangen*, so ist offenkundig, dass ohne Bewegung und Veränderung Zeit nicht ist. Dass somit Zeit nicht gleich Bewegung, andererseits aber auch nicht ohne Bewegung ist, leuchtet ein.

Wir müssen also, da wir ja danach fragen, was die Zeit ist, von dem Punkt anfangen, dass wir die Frage aufnehmen, *was an dem Bewegungsverlauf sie denn ist*. Wir nehmen Bewegung und Zeit ja zugleich wahr. ... (S. 209/11)

Aristoteles erkennt also, dass Zeit und Bewegung unteilbar miteinander zusammenhängen. Insbesondere ist er sich auch des Zirkels bewusst, wenn man einerseits „langsame“ und „schnelle“ Bewegung über ein davon unabhängiges Maß der Zeit definiert, andererseits aber das Maß der Zeit offensichtlich nur über Bewegung erkennbar ist. Der wesentliche Schritt, Zeit nicht durch Vergleich mit *einer* Bewegung zu erfassen, sondern *mehrere* Bewegungsabläufe untereinander

zu vergleichen, wird allerdings noch nicht gemacht, wenn er auch zu Beginn des 14. Kapitels einer solchen Überlegung nahe kommt: „Mit ‘Sich-schneller-Bewegen’ meine ich dies: Was bei gleicher Entfernung und gleichförmiger Bewegung *früher* zu dem zugrundegelegten (Ende) sich wandelt – z.B. bei der Ortsbewegung: Wenn beide sich auf einer Kreisbahn bewegen oder auf der Geraden; ähnlich bei den anderen (Bewegungsformen). (S. 231)“ In voller Deutlichkeit wird dieser Gedanke erst bei Mach (Abschn. 8) ausgesprochen.

Auch wenn das Ergebnis der folgenden Überlegungen Zeit als „Gezähltes“ erkennen, so ist doch eher die Richtung und die Kontinuität der Zeit der Inhalt dieser Argumentation.

Da nun ein Bewegtes sich *von etwas fort* zu *etwas hin* bewegt und da jede (Ausdehnungs-)Größe *zusammenhängend* ist, so folgt (hierin) die Bewegung der Größe: Wegen der Tatsache, dass Größe immer zusammenhängend ist, ist auch *Bewegungsverlauf* etwas Zusammenhängendes, infolge der Bewegung aber auch die *Zeit*: Wie lange die Bewegung verlief, genau soviel Zeit ist anscheinend jeweils darüber vergangen. Die Bestimmungen „davor“ und „danach“ gelten also ursprünglich im Ortsbereich; da sind es also Unterschiede der Anordnung; indem es nun aber auch bei (Raum-)Größen das „davor“ und „danach“ gibt, so muss notwendigerweise auch in dem Bewegungsverlauf das „davor“ und „danach“ begegnen, entsprechend den (Verhältnissen) dort. Aber dann gibt es auch in der Zeit das „davor“ und „danach“, auf Grund dessen, dass hier ja der eine Bereich dem anderen unter ihnen nachfolgt. Es ist aber das „davor“ und „danach“ bei der Bewegung (nichts anderes als), was Bewegung eben ist; allerdings dem begrifflichen Sein nach ist es unterschieden davon und nicht gleich Bewegung. Aber auch in der Zeit erfassen wir, indem wir Bewegungsabläufe abgrenzen, und dies tun wir mittels des „davor“ und „danach“. Und wir sagen, dass Zeit vergangen sei, wenn wir von einem „davor“ und einem „danach“ bei der Bewegung Wahrnehmung gewinnen. ... (S. 211)

Wenn ... ein „davor“ und „danach“ (wahrgenommen) wird, dann nennen wir es Zeit. Denn eben *das ist Zeit: Die Messzahl von Bewegung hinsichtlich des „davor“ und „danach“*. (S. 213)

...

Da nun die (Bestimmung) „Zahl“ in zweifacher Bedeutung vorkommt – wir nennen ja sowohl das *Gezählte* und das *Zählbare* „Zahl“, wie auch das, *womit wir zählen*, so fällt also Zeit unter „Gezähltes“, und nicht unter „womit wir zählen“. (S. 213)

...

Dass also die Zeit Zahlmoment an der Bewegung hinsichtlich des „davor“ und „danach“, und dass sie zusammenhängend ist – denn sie ist bezogen auf ein Zusammenhängendes –, ist offenkundig. (S. 217)

Mit viel gutem Willen lässt sich aus einigen Bemerkungen ein Fazit der Form „Zeit ist das, was die Bewegung anzeigt“ (im Sinne von Einsteins berühmter Aussage: „Zeit ist, was von einer Uhr angezeigt wird“) herauslesen.

Interessanter aber sind die Überlegungen, die auf eine „Richtung“ der Zeit abzielen. Wie I. Craemer-Ruegenberg (in [35], S. 53) betont, ist der Zirkel einer Definition von Zeit über die Begriffe des „davor“ und „danach“ (in der ihr vorliegenden Übersetzung von Aristoteles „früher“ und „später“) nur scheinbar zirkelhaft. Diese Begriffe sind nämlich bei Aristoteles zunächst nicht als zeitliche Begriffe zu verstehen, sondern beziehen sich auf den Bewegungsprozeß. Prozesse

sind bei Aristoteles aber von Natur aus immer gerichtet (auf eine spezifische Erfüllung hin) und irreversibel („wachsen“ und „vergehen“ sind bei Aristoteles beliebte Beispiele für Prozesse). Selbst wenn ein Prozeß, der von A nach B abläuft, auch umgekehrt von B nach A ablaufen kann, so ist der konkret realisierte Prozess doch immer als gerichtet anzusehen. Daher ist das „davor“ und „danach“ der Zeit über das „davor“ und „danach“ des Prozesses definiert.

Aristoteles kommt hier unserer modernen Vorstellung von einem Zusammenhang zwischen der Zunahme der Entropie und der Richtung der Zeit sehr nahe. Die Unumkehrbarkeit der Prozesse zeichnet eindeutig ein „davor“ und „danach“ bzw. ein „früher“ und „später“ aus.

Einige interessante Fragen wirft Aristoteles im 13. Kapitel auf:

Geht es also einmal mit ihr zu Ende? Oder nicht, wenn es doch Bewegung immer gibt? Ist sie also eine (je) andere, oder (kehrt) die gleiche (Zeit) oftmals wieder? Klar ist: Wie die Bewegung, so auch die Zeit; wenn nämlich ein und dieselbe (Bewegung) einmal wiederkehrt, so wird auch die Zeit eine und dieselbe sein, andernfalls jedoch nicht. Da das Jetzt Ende und Anfang von Zeit (darstellt), nur nicht von dem gleichen (Stück), sondern des Vergangenen Ende, Anfang des Bevorstehenden, so mag wohl, wie der Kreis an der gleichen Stelle irgendwie Gekrümmtes und Hohles (vereint), so auch die Zeit sich stets als am Anfang und am Ende verhalten. Deswegen erscheint sie als je verschieden; das Jetzt ist ja nicht Anfang und Ende des gleichen (Stücks); sonst wäre es ja zugleich und in gleicher Hinsicht das Gegenteil von sich selbst. *Und so hört (die Zeit) also nie auf*; sie ist ja immer (wieder) am Anfang.

Ob Aristoteles hier wirklich einen immerwiederkehrenden, kreisförmigen Prozess sieht, wird nicht ganz deutlich. Beeindruckend ist aber, dass Aristoteles die Zeit nicht nur an der Bewegung abliest, sondern bei gleicher Bewegung auch gleiche Zeit zugrundelegt.

Abschließend lässt sich sagen, dass Aristoteles hinsichtlich der Zeit ein wesentlich relationales Bild entwirft, als er es in Bezug auf den Raum tut.

3.3 Aristarchus von Samos und Eratostenes von Kyrene

3.3.1 Aristarchus von Samos – das heliozentrische Weltbild

Als Begründer des heliozentrischen Weltbildes gilt heute Aristarchus von Samos (310–230 v. Chr.). Mit ihm beginnt gleichzeitig die Geschichte der astronomischen Messungen. Auch wenn Aristarchus keine absoluten Werte für die Entfernungen zwischen Erde, Sonne und Mond bzw. für den Durchmesser dieser drei Himmelskörper berechnet hat, so konnte er doch sehr interessante (und immer noch gültige) Beziehungen zwischen diesen Größen herleiten.

Wesentlich in diesem Zusammenhang sind die grundlegenden Annahmen von Aristarchus: Für ihn war die Sonne ein großes Feuer, und der Mond strahlte nicht selber, sondern er erhielt sein Licht von der Sonne. Außerdem deutete er die Mondfinsternis richtig als die Bewegung des Mondes hinter den Schatten der Erde. Die Beziehungen, die sich aus diesen Annahmen ableiten lassen, wollen wir kurz nachzeichnen. Aristarchus lebte lange nach den Pythagoräern und nach

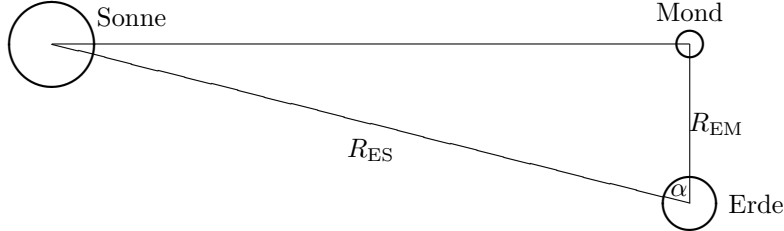


Abbildung 3.1: Zum Zeitpunkt des Halbmonds bilden Sonne, Mond und Erde ein rechtwinkliges Dreieck. Aus der Messung des Winkels α erhält man eine Beziehung zwischen dem Abstand Sonne–Erde und dem Abstand Mond–Erde.

Euklid, sodass die teilweise tiefgründigen geometrischen Überlegungen natürlich bekannt waren.

Zunächst bestimmte Aristarchos das Verhältnis zwischen den Abstand Erde–Mond R_{EM} und dem Abstand Erde–Sonne R_{ES} . Dazu betrachtete er die geometrischen Verhältnisse zum Zeitpunkt des Halbmondes (Abb. 3.1). Er deutete richtig, dass zu diesem Zeitpunkt der Winkel Erde–Mond–Sonne gleich 90 Grad ist. Wenn er nun den Winkel Mond–Erde–Sonne (α) bestimmt, so erhält er die Beziehung:

$$\frac{R_{EM}}{R_{ES}} = \cos \alpha \approx \frac{(90 - \alpha)}{360} \cdot 2\pi. \quad (3.3)$$

Das Problem ist, dass sich dieser Winkel nur sehr schwer messen lässt, insbesondere weil der exakte Zeitpunkt des Halbmondes nur schwer bestimmbar ist. So kam Aristarchos auf $\alpha = 87^\circ$, der exakte Wert lautet $\alpha = 89^\circ 51'$. Statt $9'$ für die Differenz zum rechten Winkel verwendete Aristarchos somit den Wert $180'$ und lag in seiner Abschätzung um einen Faktor 20 falsch. Er erhielt $R_{EM}/R_{ES} \approx 1/19$. Die grundsätzliche Idee war jedoch richtig.

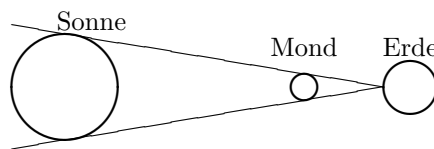


Abbildung 3.2: Sonnen- und Monddurchmesser erscheinen von der Erde aus fast unter demselben Winkel. Dies wird bei einer Sonnenfinsternis besonders deutlich.

Eine zweite Beziehung war nun naheliegend. Da der Mond von der Erde aus betrachtet ungefähr die gleiche Größe hat wie die Sonne (besonders offensichtlich bei einer Sonnenfinsternis, Abb. 3.2), musste das Verhältnis von Mondradius zu Sonnenradius gleich dem Verhältnis des Abstandes Erde–Mond zum Abstand Erde–Sonne sein:

$$\frac{r_M}{r_S} \approx \frac{R_{EM}}{R_{ES}}. \quad (3.4)$$

Eine weitere Beziehung folgte ebenfalls relativ leicht: Eine Beziehung zwischen dem Radius des Mondes und dem Abstand Erde-Mond. Dazu muss man nur den Winkel (γ) messen, unter dem der Mond von der Erde aus beobachtet wird. Ist dieser Winkel bekannt, so folgt:

$$\frac{r_M}{R_{EM}} = \tan \gamma/2 \approx \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{2\pi}{360}. \quad (3.5)$$

Aus unerklärlichen Gründen bestimmte Aristarchos den Winkel γ zu 2° , der wirkliche Wert liegt eher bei einem halben Grad.

Was noch fehlte war eine Beziehung zwischen dem Radius der Erde und dem Radius des Mondes. Diese Beziehung fand er aus seinen Beobachtungen einer Mondfinsternis. Der Mond tritt bei seinem Umlauf um die Erde durch den Erdschatten. Aristarchus verglich nun zwei Zeiten: (1) die Zeit zwischen dem ersten Erscheinen des Erdschattens auf dem Mond und dem Zeitpunkt des völligen Verschwindens des Mondes, und (2) die Zeit, die der Mond in völliger Dunkelheit hinter der Erde wandert. Er fand, dass diese Zeiten bei einer zentralen Mondfinsternis (bei der der Mond durch das Zentrum des Erdschattens tritt) ungefähr gleich sind. Aus diesen Beobachtung errechnete er (Details in [1]), dass das Verhältnis von Mondradius zu Erdradius ungefähr 0,35 ist (der exakte Wert beträgt 0,2728).

Die grundlegenden mathematischen Überlegungen von Aristarchos waren vollkommen korrekt. Leider waren seine Messdaten teilweise schlecht, was insbesondere bei der Bestimmung des Abstands Erde-Sonne kein Wunder ist. Er hatte somit ausreichend viele Beziehungen zwischen den fünf Größen – r_E , r_S , r_M , R_{EM} , R_{ES} – bestimmt, sodass alle Größen bekannt sind, sobald man eine von ihnen kennt.

Aristarchos hatte aus seinen Überlegungen sehr interessante grundsätzliche Schlussfolgerungen geschlossen. Nachdem er festgestellt hatte, dass der Sonnenradius 19 mal größer als der Mondradius ist, dieser aber nur das 0,35-fache des Erdradius ausmacht, folgt, dass die Sonne um fast das 7-fache größer ist als die Erde (in Wirklichkeit das 109-fache). Da die Sonne also sehr viel größer als die Erde ist, gab es für Aristarchos keinen Grund, warum die Erde im Zentrum des Sonnensystems liegen sollte (wie es noch Aristoteles vertreten hatte). Aristarchos wurde zum ersten Vertreter eines heliozentrischen Weltbildes.

3.3.2 Eratosthenes von Kyrene – die Messung des Erddurchmessers

Der nächsten Schritt erfolgte ein paar Jahrzehnte später. Der Grieche Eratosthenes von Kyrene (276–196 v.Chr. nicht gesichert; andere Daten sind 284–202 v.Chr. und 274–194 v.Chr.) bestimmte den Radius der Erde. Seinen Messungen lagen zwei Annahmen zu Grunde: (1) Die Erde ist eine Kugel, (2) Die Sonne ist sehr weit weg. Beide Annahmen waren durch die Ergebnisse von Aristarchos schon untermauert.

Eratosthenes wusste, dass in dem Ort Syene (einem Teil des heutigen Assuan am östlichen Nilufer) am 21. Juni (der Sommersonnenwende) der Höchststand der Sonne zur Mittagszeit genau senkrecht war. (Assuan befindet sich nahe dem 24. Breitengrad und daher auch nahe dem oberen Wendekreis der Sonne.) In Syene gab es nämlich ein tiefes vertikales Loch von einem alten Brunnen, und an diesem Tag zur Mittagszeit beleuchtete die Sonne den Boden dieses Loches.

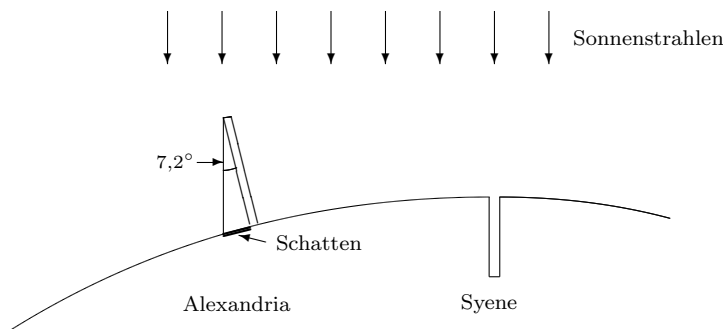


Abbildung 3.3: Die Bestimmung des Erdumfangs durch Eratosthenes.

Eratosthenes selber lebte in Alexandria, etwas nördlich des 31. Breitengrades. Dort konnte er die Länge des Schattens eines Obelisken zur Mittagszeit des 21. Juni ausmessen und kam auf einen Einfallswinkel von $1/50$ stel des Vollkreises, d. h. $7,2^\circ$. Er konnte daraus schließen, dass der Erdumfang gleich dem 50fachen des Abstandes zwischen Syene und Alexandria betragen musste (Abb. 3.3). Zu jener Zeit hatten Astronomen noch wesentlich mehr politischen Einfluss als heute und so wurden einige Soldaten losgeschickt, die Strecke zwischen Syene und Alexandria abzulaufen. Das Ergebnis waren 5000 Stadien. Der Umfang der Erde betrug somit 250.000 Stadien. Vermutlich hatte Eratosthenes als Einheit das ägyptische Stadion genommen, was ungefähr 157,5 Meter entspricht[1]. Als Umfang der Erde ergab sich damit

$$\text{Erdumfang} \approx 250.000 \cdot 0,1575 = 39.375 \text{ km} . \quad (3.6)$$

(Die Hauptunsicherheit in diesem fantastischen Ergebnis ist, dass man heute nicht mehr genau weiß, welcher Länge das von Eratosthenes verwendete Stadion entspricht.) Daraus berechnet sich der Erdradius zu 6266 km. Der exakte Wert beträgt am Äquator: $R = 6378,164 \text{ km}$. Was auch immer die wirklichen Werte von Eratosthenes waren, sein Ergebnis war für rund 2000 Jahre das beste, was man kannte. Erst im 17. Jahrhundert wurde diese Genauigkeit für den Erdradius wieder erreicht bzw. übertroffen.

Der Abstand zwischen Erde und Sonne (und damit auch die wahre Sonnengröße) war jedoch für lange Zeit ein großes Problem. Das dritte Keplersche Gesetz gab eine Beziehung zwischen den großen Halbachsen der Planetenbahnen und den Verhältnissen ihrer Umlaufzeiten an. Doch diese Gesetze enthielten eben nur Verhältnisse – absolute Werte konnte man daraus nicht berechnen. War ein Abstand bekannt – beispielsweise der Abstand von der Erde zur Sonne oder der Abstand von der Erde zu einem anderen Planeten (bei dessen erdnächster Position beispielsweise) – so konnten alle anderen Abstände mit vergleichsweise großer Genauigkeit bestimmt werden.

Im Jahre 1672 konnte Giovanni Domenico Cassini (1625-1712) die Marsparallaxe messen [1]. Daraus erhielt er einen Wert für die Sonnenparallaxe von 9,5 Bogensekunden (der exakte Wert beträgt 8,8 Bogensekunden) [45]. Damit war zum ersten Mal der Abstand zwischen Erde und Sonne mit einem Fehler von weniger als 10% bekannt.

Kapitel 4

Das Mittelalter der Naturwissenschaft

Wenn wir die Neuzeit in der Naturwissenschaft mit Newton beginnen lassen, dann zählen die im folgenden behandelten Philosophen und Naturwissenschaftler – Augustinus, Kopernikus, Kepler, Galilei und Descartes – zum Mittelalter. Diese kleine Auswahl ist vielleicht sogar noch willkürlicher und subjektiver, als es schon im vorherigen Kapitel der Fall war.

4.1 Augustinus

Aurelius Augustinus; geb. 13.11.354 in Souk-Ahras (Algerien), gest. 28.8.430 in Annaba (Algerien)

Die Schriften des Augustinus, insbesondere seine *Confessiones* (*Bekenntnisse*) [5] sind sicherlich für den Theologen von größerer Bedeutung als für den Wissenschaftler. In diesen *Confessiones*, die primär eine in ein Gebet gekleidete Autobiographie darstellen, ist jedoch im elften Buch (S. 629–669) ein philosophischer Abschnitt über die Zeit versteckt, der auch für einen Wissenschaftler von Interesse sein kann. Die Grundidee seiner Überlegungen („Weder die Zukunft noch die Vergangenheit sind Seiendes“) haben wir allerdings auch schon bei Aristoteles gefunden ([3], Buch IV; vgl. Abschn. 3.2).

Berühmt geworden ist der Beginn seiner philosophischen Betrachtungen: „Quid est ergo ‚tempus‘? Si nemo ex me quaerat, scio; si quaerenti explicare velim, nescio.“ – „Was ist also ‚Zeit‘? Wenn mich niemand danach fragt, weiß ich es; will ich einem Fragenden es erklären, weiß ich es nicht.“

Augustinus macht in diesem Abschnitt darauf aufmerksam, dass weder Zukunft noch Vergangenheit „sind“. Zukunft lebt nur in unserem Geist als „Erwartung“, und Vergangenheit

lebt nur in unserem Geist als „Erinnerung“. Realität besitzt nur die Gegenwart. Wenn man von drei Zeiten spricht, so sollte man eher von einer „Gegenwart von Verganem, einer Gegenwart von Gegenwärtigem, einer Gegenwart von Künftigem“ (S. 641) sprechen.

Augustinus geht hier insofern über Aristoteles hinaus, als er Zeit in Zukunft, Gegenwart und Vergangenheit einteilt – Gegenwart war bei Aristoteles nicht Teil der Zeit –, und dass er „Erinnerung“ und „Erwartung“ als die in der Gegenwart vorhandenen Gegenstücke von Zukunft und Vergangenheit erkennt.

Die Einschränkung auf den Geist erscheint auf den ersten Blick etwas eng. Wir haben Photographien, Filme, Tonbandaufnahmen von vergangenen Ereignissen. Die Scherben am Boden sagen uns, dass hier vor einigen Minuten ein Glas zu Bruch gegangen ist. Die fossilen Funde deuten darauf hin, dass hier vor einigen Millionen Jahren bestimmte Tiere gelebt haben, etc. Genau genommen handelt es sich aber bei all diesen Wahrnehmungen um gegenwärtige Eindrücke von gegenwärtig Existierendem. Der Schluss auf die Vergangenheit erfolgt in unserem Geist. Wir schließen aus bestimmten Konfigurationen der Gegenwart (unser Gedächtnis eingeschlossen) auf die Vergangenheit. Wir vermuten, dass ein Glas zersprungen ist, weil wir uns daran erinnern und weil wir die Scherben sehen. Wir vermuten, dass es vor einigen Millionen Jahren bestimmte Tierarten gegeben hat, weil wir die fossilen Funde sehen.

Theoretisch hätte ein Gott oder Dämon die Konfiguration der Gegenwart (wiederum einschließlich unseres Gedächtnisses) so einrichten können, dass wir diese Dinge glauben, obwohl sie sich nie ereignet haben. Es gibt religiöse Sekten, die gewisse Aussagen der Bibel so wörtlich interpretieren, dass für sie die Welt erst vor einigen tausend Jahren begonnen hat. Wenn wir heute glauben, Beweise dafür zu haben, dass die Welt älter ist, so streiten die Anhänger dieser Sekte die Gültigkeit dieser Beweise mit der Begründung ab, Gott habe die Welt nur so arrangiert, dass wir das glauben sollen.

Wenn wir über die Zukunft sprechen, dann sind wir uns meist dessen bewusst, dass wir über etwas (noch) nicht Reales reden. Wir stellen Vermutungen an aufgrund der Anzeichen, die sich uns heute zeigen. Aber auch wenn wir über Vergangenheit reden, sollten wir uns eigentlich darüber im Klaren sein, dass wir nur Vermutungen anstellen.

Augustinus geht in seiner Interpretation natürlich nicht so weit. Für ihn gab es für jeden Augenblick der Vergangenheit auch einen Moment, in dem dieser Wirklichkeit war. Entsprechend gibt es für jeden Augenblick in der Zukunft einen Moment, in dem dieser Wirklichkeit wird.

Doch wenn sowohl Vergangenheit als auch Zukunft für uns nur aus der Konfiguration der Gegenwart erschlossen werden können, worin unterscheidet sich dann die Vergangenheit von der Zukunft? Nun, offensichtlich haben wir den Eindruck, auf Ereignisse der Vergangenheit mit sehr viel größerer Sicherheit schließen zu können – so sicher manchmal, dass wir die Anzeichen als Beweise interpretieren. Diese Sicherheit fehlt uns im Allgemeinen in Bezug auf die Zukunft. Dieser Unterschied hängt (vermutlich) mit dem Entropiesatz zusammen. In jedem Fall handelt es sich um eine subjektive Unterscheidung von Zukunft und Vergangenheit, die man manchmal auch mit dem psychologischen Zeitpfeil in Verbindung bringt (vgl. auch die Überlegungen in Kapitel 10).

Augustinus kommt einer anderen Form des psychologischen Zeitpfeils teilweise recht nahe, nämlich der Vorstellung, dass die Zukunft in die Vergangenheit „geschaufelt“ wird, wenn er schreibt (S. 663):

... So vollzieht sich das Ganze, indem der gegenwärtige Bewusstseinsakt das noch Künftige in die Vergangenheit hinüberschafft, sodass um die Minderung der Zukunft die Vergangenheit wächst, bis schließlich durch Aufbrauch des Künftigen das Ganze vollends vergangen ist.

Aber – wie kann das Künftige, das noch gar nicht „ist“, abnehmen oder aufgebraucht werden; wie kann das Vergangene wachsen, das doch nicht mehr „ist“? Nicht eben deshalb, weil im Geiste, der dies wirkt, ein Dreifaches da ist? Nämlich: er erwartet, er nimmt wahr, er erinnert sich, sodass also das, was er erwartet, durch das hindurch, was er wahrnimmt, übergeht in das, woran er sich erinnert. Gewiss, Künftiges „ist“ noch nicht, aber dennoch ist im Geiste Erwartung von Künftigem. Gewiss, Vergangenes „ist“ nicht mehr, aber dennoch ist im Geiste noch Erinnerung an Vergangenes. Gewiss, Gegenwart ist ohne Ausdehnung, weil sie im Augenblick ist und nicht mehr ist, aber dennoch dauert die Wahrnehmung, über die hin es in einem fort geschieht, dass, was erst dasein wird, auch schon dagewesen ist. – Also lang ist nicht künftige Zeit, die nicht „ist“, sondern eine lange künftige Zeit ist nur eine lang sich dehnende Erwartung von Künftigem; und lang ist nicht eine vergangene Zeit, die nicht „ist“, sondern lange Vergangenheit ist lediglich eine langhin sich erstreckende Erinnerung an Vergangenes.

Mehrmals wirft Augustinus in diesem Text die Frage auf, wie wir Zeitdauer messen können. Besonders deutlich zeigt sich das Problem in den folgenden Abschnitten (S. 647-651):

Einen Gelehrten hörte ich sagen, die Bewegungen von Sonne, Mond und Sternen seien selber die Zeit; ich habe nicht zugestimmt. Warum sollte dann die Zeit nicht eher die Bewegung von Körpern überhaupt sein? Oder gäbe es wirklich, wenn des Himmels Lichter stilleständen und eine Töpferscheibe sich drehte, keine Zeit, diese Umläufe zu messen und je nachdem zu sagen, die Scheibe gehe in gleichen Weilchen um, oder, wenn sie bald langsamer sich bewegte, bald schneller, die Umläufe währten bald länger, bald kürzer? ...

... Nun behaupte ich meinesteils nicht, dass die Umlaufsdauer jener kleinen Holzscheibe ein Tag sei, aber auch jener Gelehrte sollte nicht behaupten wollen, sie sei deshalb gar nicht Zeit.

Was ich erkennen möchte, ist Sein und Seinsmacht der Zeit, die es möglich macht, die Bewegungen von Körpern zu messen und dann zu sagen, diese Bewegung währe beispielsweise doppelt so lang wie jene. Meine Frage hat ihren Grund. Man nennt ja Tag nicht nur die Dauer, während welcher die Sonne am Himmel steht, wonach denn Tag etwas anderes ist und Nacht etwas anderes, sondern auch die Dauer ihres völligen Umlaufs von Aufgang zu Aufgang, wonach wir denn sagen: „So und so viele Tage sind seither verflossen“, mithin die Tage mit ihren Nächten meinen und die Nächte nicht eigens rechnen. Da also ein Tag in diesem Sinne zustandekommt durch Bewegung und Umlauf der Sonne von Aufgang zu Aufgang, so frage ich, was nun eigentlich der Tag ist: ob diese Bewegung selber, oder aber die Dauer, die sie beansprucht, oder beides zumal.

Wäre Tag die Sonnenbewegung, so hätten wir folgerecht einen Tag auch dann, wenn die Sonne im Zeitraum einer einzigen Stunde ihren Lauf vollendete. Wäre Tag die Bewegungsdauer des ordnungsgemäßen Sonnenumlaufs, so hätten wir folgerecht dann keinen Tag, wenn die Zeitspanne von einem Sonnenaufgang bis zum nächsten nur eine Stunde betrüge, sondern vierundzwanzigmal müsste die Sonne umlaufen, um einen Tag zu bilden. Wäre Tag beides zumal, so könnte man von einem Tag weder dann

sprechen, wenn im Zeitraum einer Stunde die Sonne ihren ganzen Umlauf vollendete, noch auch dann, wenn ohne Sonnenbewegung so viel Zeit abliefe, als die Sonne ordnungsgemäß braucht zur Vollendung ihres ganzen Kreislaufes von einem Morgen zum andern.

So will ich jetzt nicht weiter danach fragen, was das sei, was man Tag nennt, sondern danach, was die Zeit sei, mit der wir den Sonnenumlauf messen ...

Also komme mir niemand mit der Behauptung, die Zeiten seien die Bewegungen der Himmelskörper. ...

P. Janich kommentiert dazu ([26], S: 172):

Diese Textstelle ist unseres Wissens von allen Augustinusinterpreten bis auf einen [J.M. Quinn; The Concept of Time in St. Augustin ...] gemieden worden, und dieser diagnostiziert Widersprüchlichkeit, ja, der Text sträube sich gegen jede konsistente Interpretation.

Wie an anderer Stelle gezeigt [P. Janich; Augustinus Zeitparadox und seine Frage nach einem Standard der Zeitmessung...], versagt sich der Augustinische Text allerdings nur dem empiristischen Vorurteil, wonach das Messen auf das Zählen von Standardeinheiten zurückzuführen sei. Macht man sich jedoch von diesem empiristischen Vorurteil frei, so verschwindet der vermeintliche Widerspruch bei Augustinus. Dann nämlich lässt sich der Text so interpretieren, *ob die Sonnenbewegung eine ausgezeichnete, für die Zeitmessung geeignete Bewegungsform sei, oder ob ein ganzer Sonnenumlauf die geeignete Maßeinheit der Zeit sei, oder aber beides.*

Behauptungen darüber, ob der historische Augustinus dieser Interpretation zugestimmt haben würde, sollen hier nicht aufgestellt werden. Behauptet wird dagegen, dass der Augustinische Text entweder in mehrfacher Hinsicht widersprüchlich und unsinnig ist, oder aber, dass Augustinus zumindest intuitiv die Unterscheidung von Bewegungsform und Maßeinheit zur Verfügung hatte.

Janich kommt zu dem Schluß: „Die Rede über Zeitdauern wird durch ein logisches Verfahren aus der Rede über Bewegungsvergleiche gewonnen (Aristoteles). Zu einem Maß der Zeit gelangt man auf diesem Wege allerdings erst dann, wenn Bewegungen einer bestimmten Form als Standardbewegungen ausgezeichnet werden (Augustinus).“

4.2 Kopernikus und Kepler

Nikolaus Kopernikus (*geb. 19.2.1473 in Thorn/Weichsel; gest. 24.5.1543 in Frauenburg, Ostpreußen*) gilt allgemein als der Urheber der so genannten Kopernikanischen Wende, wobei man sich auf sein Werk *De revolutionibus orbium coelestium libri VI* (*Über die Umschwünge der himmlischen Kugelschalen*) bezieht. Dieses Buch erschien 1543 (in seinem Todesjahr) und er schreibt dort (aus [46]): „Deshalb halte ich es vor allen Dingen für notwendig, dass wir sorgfältig untersuchen, welche Stellung die Erde zum Himmel einnimmt, damit wir, während wir das Erhabenste erforschen wollen, nicht das Nächstliegende außer acht lassen und irrtümlich, was der Erde zukommt, den Himmelskörpern zuschreiben.“ Seine grundlegenden Ideen hatte er allerdings schon in den Jahren 1505 bis 1514 entwickelt und in einer knappen Darstellung mit dem Titel *Commentariolus* veröffentlicht (aus [46]): „Der Erdmittelpunkt ist nicht der Mittel-

punkt der Welt, sondern nur der der Schwere und des Mondbahnkreises. ... Alle Bahnkreise umgeben die Sonne, als stünde sie in aller Mitte, und daher liegt der Mittelpunkt der Welt in Sonnennähe.“Kopernikus war nicht viel daran gelegen, seine Ideen zu propagieren. Dabei hatte er offenbar weniger Angst vor der Kritik der Kirche, die ihm sehr wohlgesonnen war, sondern eher davor, sich vor seinen Wissenschaftskollegen lächerlich zu machen.

Betrachtet man die Entwicklung in jener Zeit aus heutiger Sicht, so erscheint das Werk Kopernikus' bei weitem nicht so „revolutionär“, wie es oft dargestellt wird. Sein Verdienst besteht „lediglich“ darin, den Platz von Erde und Sonne vertauscht zu haben. Doch ansonsten war sein kosmologisches Weltbild das alte geblieben. Insbesondere waren die Planeten immer noch an himmlische Glassphären gebunden, auf denen sie um die Sonne getragen wurden. Und das Universum endete immer noch an der Sphäre der Fixsterne.

Wesentlich radikaler waren dagegen die Einsichten von Johannes Kepler (*geb. 27.12.1571 in Weil der Stadt; gest. 15.11.1630 in Regensburg*). Sein ursprüngliches Ziel war es, die Radien der Planetenbahnen geometrisch zu verstehen. So glaubte er, dass die relativen Radien der Planetensphären durch ineinander verschachtelte vollkommene Körper (Tetraeder, Kubus, Oktaeder, Dodekaeder und Ikosaeder) gegeben seien. Das Verhältnis der Radien je zwei aufeinanderfolgender Sphären war somit durch die Verhältnisse der beiden Kugelradien gegeben, die man erhält, wenn man einem vollkommenen Körper eine Kugel einverleibt (sodass die Flächen des Körpers tangential zu der Kugeloberfläche sind) und die andere Kugel den Körper umgibt (also die Ecken des Körpers gerade die Kugel berühren). Durch die fünf vollkommenen Körper ergeben sich somit durch Ein- und Umverleibung gerade sechs Sphären, die Kepler mit den damals bekannten Planeten (Merkur, Venus, Erde, Mars, Jupiter und Saturn) in Beziehung bringen wollte.

Die genaueren Beobachtungsdaten von Tycho Brahe (1546–1601) zwangen ihn dann aber, diese geometrischen Ideen aufzugeben. In seinem Buch *Astronomia Nova* von 1609 formuliert er die ersten beiden Keplerschen Gesetze: (1) Die Planeten bewegen sich auf Ellipsenbahnen; (2) in gleichen Zeiten werden vom Radiusvektor gleiche Flächen überstrichen. Die Geschwindigkeit der Planeten ist also nicht konstant. Das dritte Keplersche Gesetz – (3) die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich wie die Kuben der mittleren Radien – findet sich erst in seiner *Harmonices Mundi* aus dem Jahre 1619. (Daten und Titel aus [46])

Die Planeten bewegen sich also nicht mehr auf Sphären, an die sie gebunden sind, sondern sie bewegen sich frei im Raum. Diese Konsequenz folgte unter anderem auch aus der Beobachtung, dass die Kometenbahnen die Sphären der Planeten zu durchdringen schienen, eine Erkenntnis, die in damaliger Zeit als schockierend empfunden wurde. Erst vor diesem Hintergrund gibt es einen Erklärungsbedarf für die Regelmäßigkeiten der Planetenbewegungen: „Woher wissen die Planeten, wie sie sich zu bewegen haben?“

4.3 Galileo Galilei

geb. 15.2.1564 in Pisa; gest. 8.1.1642 in Arcetri (bei Florenz)

Galilei hat in mehrfacher Hinsicht das Bild der Physik verändert und geprägt. Zum einen bricht er öffentlich und vehement mit den Ideen der Peripatetiker, d.h. den physikalischen und kosmologischen Vorstellungen des Aristoteles und seiner Anhänger. Außerdem führt er das kontrollierte und wiederholbare Experiment als neues Hilfsmittel zur Naturerkenntnis ein. Und drittens gilt Galilei als der Begründer des heutigen Relativitätsprinzips und des Trägheitsprinzips.

Beide Prinzipien werden im *Dialog* [24] (S. 197) erläutert, den Galilei 1630 veröffentlicht hat. Es handelt sich hierbei um eine fiktive Diskussion dreier Teilnehmer, die sich über vier Tage hinzieht. Die Teilnehmer sind: Filippo Salviati, ein florentinischer Kaufmann und guter Freund Galileis, der eigentlich in diesem Dialog die Meinung Galileis vertritt; weiterhin Giovan Francesco Sagredo, ein venezianischer Patrizier und ebenfalls guter Freund Galileis, wissenschaftlich sehr interessiert aber im Grunde genommen doch eher Politiker (später venezianischer Botschafter in Syrien), der im *Dialog* eher den „wissenschaftlichen Laien“ abgibt, der interessiert, fragend und rekapitulierend in das Gespräch eingreift, ohne jedoch wesentliche eigene Ideen einzubringen; und schließlich Simplicio, eine erfundene Person, deren Name jedoch sowohl an eine gewisse Einfalt denken lässt, als auch an den Kommentator Aristoteles' aus dem sechsten Jahrhundert erinnern soll, und der als Repräsentant der konservativen, peripatetischen Schule auftritt. In diesem *Dialog* geht es im wesentlichen um eine Darstellung des kopernikanischen Weltbildes. Da Galilei schon seit 1616 nach päpstlichem Dekret die Behauptung oder Verteidigung des kopernikanischen Weltbildes verboten war, legt er seine Meinung in diesem Dialog dem Salviati in den Mund. Außerdem erklärt er in einem sehr seltsam anmutenden Vorwort „An den geneigten Leser“, dass er die kopernikanischen Ideen in diesem Buch nicht als Wahrheiten verbreiten möchte, sondern er will der Welt zeigen, dass das päpstliche Dekret nicht aus wissenschaftlicher Unkenntnis oder Starrköpfigkeit ergangen ist, sondern trotz dieser Kenntnisse aus „höheren Einsichten“ und zum Wohle des Seelenheils.

Die wesentlichen physikalischen Sachverhalte werden am zweiten Tag dieses Dialoges behandelt. Berühmt geworden ist folgende Schilderung dessen, was wir heute als das Relativitätsprinzip bezeichnen würden:

Salviati: ... Schließt Euch in Gesellschaft eines Freundes in einem möglichst großen Raum unter dem Deck eines großen Schiffes ein. Verschafft Euch dort Mücken, Schmetterlinge und ähnliches fliegendes Getier; sorgt auch für ein Gefäß mit Wasser und kleinen Fischen darin; hängt ferner oben einen kleinen Eimer auf, welcher tropfenweise Wasser in ein zweites enghalsiges darunter gestelltes Gefäß träufeln lässt. Beobachtet nun sorgfältig, solange das Schiff stille steht, wie die fliegenden Tierchen mit der nämlichen Geschwindigkeit nach allen Seiten des Zimmers fliegen. Man wird sehen, wie die Fische ohne irgend welchen Unterschied nach allen Richtungen schwimmen; die fallenden Tropfen werden alle in das untergestellte Gefäß fließen. Wenn Ihr Euerem Gefährten einen Gegenstand zuwerft, so braucht Ihr nicht kräftiger nach der einen als nach der anderen Richtung zu werfen, vorausgesetzt, dass es sich um gleiche Entfernungen handelt. Wenn Ihr, wie man sagt, mit gleichen Füßen einen Sprung macht, werdet Ihr nach jeder Richtung hin gleichweit gelangen. Achtet darauf, Euch aller dieser Dinge sorgfältig zu vergewissern, wiewohl kein Zweifel obwaltet, dass bei ruhendem Schiffe alles sich so verhält. Nun lasst das Schiff mit jeder beliebigen Geschwindigkeit sich bewegen: Ihr werdet – wenn nur die Bewegung gleichförmig ist und nicht hier- und dorthin schwankend – bei allen genannten Erscheinungen nicht die geringste Veränderung eintreten sehen. Aus keiner derselben werdet Ihr entnehmen können, ob das Schiff fährt oder stille steht. Beim Springen werdet Ihr auf den Dielen die nämlichen Strecken zurück-

legen wie vorher, und wiewohl das Schiff aufs schnellste sich bewegt, könnt Ihr keine größeren Sprünge nach dem Hinterteile als nach dem Vorderteile zu machen: und doch gleitet der unter Euch befindliche Boden während der Zeit, wo Ihr Euch in der Luft befindet, in entgegengesetzter Richtung zu Euerem Sprunge vorwärts. Wenn Ihr Euerem Gefährten einen Gegenstand zuwerft, so braucht Ihr nicht mit größerer Kraft zu werfen, damit er ankomme, ob nun der Freund sich im Vorderteile und Ihr Euch im Hinterteile befindet oder ob Ihr umgekehrt steht. Die Tropfen werden wie zuvor in das untere Gefäß fallen, kein einziger wird nach dem Hinterteile zu fallen, obgleich das Schiff, während der Tropfen in der Luft ist, viele Spannen zurücklegt. Die Fische im Wasser werden sich nicht mehr anstrengen müssen, um nach dem vorangehenden Teile des Gefäßes zu schwimmen als nach dem hinterher folgenden; sie werden sich vielmehr mit gleicher Leichtigkeit nach dem Futter begeben, auf welchen Punkt des Gefäßrandes man es auch legen mag. Endlich werden auch die Mücken und Schmetterlinge ihren Flug ganz ohne Unterschied nach allen Richtungen fortsetzen. Niemals wird es vorkommen, dass sie gegen die dem Hinterteil zugekehrte Wand gedrängt werden, gewissermaßen müde von der Anstrengung dem schnell-fahrenden Schiffe nachfolgen zu müssen, und doch sind sie während ihres langen Aufenthaltes in der Luft von ihm getrennt. Verbrennt man ein Korn Weihrauch, so wird sich ein wenig Rauch bilden, man wird ihn in die Höhe steigen, wie eine kleine Wolke dort schweben und unterschiedslos sich nicht mehr nach der einen als nach der anderen Seite hin bewegen sehen. Die Ursache dieser Übereinstimmung aller Erscheinungen liegt darin, dass die Bewegung des Schiffes allen darin enthaltenen Dingen, auch der Luft, gemeinsam zukommt.

Die Kernaussage dieses Abschnitts lautet somit: In Systemen, die sich relativ zueinander geradlinig-gleichförmig bewegen, sind die physikalischen Gesetze dieselben.

Wenig später folgt eine lange Diskussion zwischen Salviati und Simplicio, in der Salviati begründet, warum die Gegenstände nicht von der Erde wegfliegen wie von einer Schleuder, wenn die Erde sich dreht ([24], S. 202–214). In diesem Zusammenhang wird auch das Trägheitsprinzip mehrfach beschrieben: Wird ein Stein, der mit Kraft auf einer Kreisbewegung gehalten wird, losgelassen, so entfernt sich dieser auf einer geraden Linie, die zu dem Kreis im Punkte des Loslassens tangential ist. Allerdings betont Galilei an anderer Stelle (1. Tag des Dialogs) mehrfach, dass „es in der Natur keine ewigen geradlinigen Bewegungen ohne Zerstörung der kosmischen Ordnung geben könne oder dass nur Kreisbewegungen wahrhaft gleichförmig und ewig sein können“ (Vorwort zum *Dialog* von Stillman Drake [24], S. XIX). Daher spricht man auch bei Galilei oft vom „zirkulären Trägheitsprinzip“ (ebenda, S. XX).

Diese aristotelische Denkweise beruhte zum Teil sicherlich auch darauf, dass für Galilei der Kosmos immer noch endlich und durch die (im kopernikanischen Weltbild ruhende) Sphäre der Fixsterne begrenzt war. Die Idee eines unendlichen Universums, in dem die Sterne ebenfalls Sonnen sind, um die es Planeten mit anderen Lebewesen geben könne, wurde allerdings schon von seinem Zeitgenossen Giordano Bruno (1548–1600) geäußert, der für diese ketzerischen Ideen von der „heiligen Inquisition“ zum Tode durch Verbrennen verurteilt wurde.

Galilei bricht mit der peripatetischen Schule noch in einem weiteren wichtigen Punkt. So hatte für Aristoteles das Universum einen Mittelpunkt, zu dem alle schweren Dinge hinstreben. Daher hat sich auch die schwere Materie um diesen Mittelpunkt gesammelt und bildete die entsprechend kugelförmige Erde. Galilei erkannte aber, insbesondere auch aufgrund der Entdeckung der Planetenphasen mit Hilfe des Fernrohres, dass auch die anderen Planeten rund waren und suchte somit nach einer andere Erklärung. Für ihn beruhte dies auf einer „Art Wechselwirkung (Bestreben gegenseitiger Näherung) der den Stern konstituierenden Materie“

(Einsteins Vorwort zum *Dialog* [24], S. VIII). Daher beruhte das Fallen schwerer Gegenstände auf der Erdoberfläche auch nicht auf der „natürlichen Bewegung zum Zentrum des Universums“, sondern auf der *gegenseitigen Anziehung* schwerer Gegenstände. Das „Gewicht“ ist für Galilei immer die Ursache (und damit eine „Kraft“) der Fallbewegung.

Näher beschrieben hat Galilei seine Untersuchungen zu den Fallbewegungen und auch Pendelbewegungen in seinen *Discorsi* (1637).

4.4 René Descartes

geb. 31.3.1596 in La Haye (Touraine); gest. 11.2.1650 in Stockholm

4.4.1 Vorbemerkungen

Obwohl die (für uns) wesentliche Schrift von Descartes, die *Principia Philosophiae* - Die Prinzipien der Philosophie [14], im Jahre 1644 erschienen ist, also keine fünfzehn Jahre nach Galileis *Dialog* und gerade mal sieben Jahre nach Galileis *Discorsi*, ist hier ein deutlicher Wandel erkennbar. Schon der Anspruch ist von ganz anderer Art: Descartes möchte weniger bestimmte Einzelaspekte der Physik beschreiben oder die Bahnen von Planeten, sondern Descartes möchte eine „mathesis universalis“, eine Universalwissenschaft – heute würde man vielleicht von „Theory of Everything“ sprechen – aufstellen. So schreibt er in dem Vorwort (eigentlich einem Brief an den Übersetzer der *Principia* ins Französische) „Die drei übrigen Teile enthalten alles, was es in der Physik von höchster Allgemeinheit gibt; dazu gehört die Erklärung der ersten Gesetze oder Prinzipien der Natur und die Art und Weise, wie der Himmel, die Fixsterne, die Planeten, die Kometen und überhaupt das ganze Universum sich zusammensetzt; sodann im besonderen die Natur dieser Erde, der Luft, des Wassers, des Feuers, des Magneten, welche Körper überall um die Erde herum vorzukommen pflegen, und aller Qualitäten, die wir in diesen Körpern entdecken, z.B. Licht, Wärme, Schwere und dgl. Auf diese Weise denke ich angefangen zu haben, die ganze Philosophie ordnungsgemäß zu erklären, ohne etwas von dem vergessen zu haben, was den letzten zu behandelnden Gegenständen vorausgehen muss (S. XLIII).“ Außerdem wollte er wohl ein Jahrhundertwerk vergleichbar mit den Arbeiten von Platon oder Aristoteles schaffen: „Ich weiß auch sehr gut, dass mehrere Jahrhunderte werden verfließen müssen, bevor man aus diesen Prinzipien alle die Wahrheiten so abgeleitet hat, wie sie abgeleitet werden können... (S. XLVI).“

Tatsächlich wird in der *Principia* zum ersten Mal der Versuch unternommen, ein naturwissenschaftliches Weltbild zu erschaffen, das auf einigen wenigen Grundannahmen aufbaut. Das Weltbild von Descartes könnte man als „mechanistisches Weltbild“ bezeichnen. Er versucht, eine mechanische Erklärung – das sind bei ihm insbesondere Stoßprozesse – sämtlicher Eigenschaften und Prozesse in der Welt zu geben. Bis zu einem gewissen Grad ist sogar der menschliche Geist in dieses Vorhaben eingeschlossen.

Sein Programm gilt als gescheitert, insbesondere seine Wirbeltheorie, wonach die Fixsterne

Ansammlungen kleinster Teilchen sind, die sich im Zentrum riesiger Wirbel zusammengefunden haben, und die Planeten von diesen Wirbeln um die Fixsterne herumgetragen werden. Rein qualitativ scheint dieses Wirbelmodell drei Tatsachen zu erklären: (1) Die äußeren Planeten bewegen sich langsamer um die Sonne als die inneren, (2) alle Planetenbahnen liegen (mehr oder weniger) in einer Ebene, und (3) die Umlaufrichtungen der Planeten sind gleich. Nur die erste Tatsache kann auch im Rahmen der newtonschen Gravitationsgesetze erklärt werden, allerdings quantitativ richtig, d.h. in Übereinstimmung mit dem dritten Keplerschen Gesetz. Die Wirbeltheorie liefert andere Exponenten zwischen den Umlaufzeiten und den mittleren Radien.

Noch bis zum Ende des 19. Jahrhunderts galten oft nur mechanistische Modelle als Erklärung von Naturphänomenen. In diesem Zusammenhang sei an das Zitat von Kelvin (vgl. Abschnitt 2) erinnert, der die elektromagnetische Lichttheorie ablehnte, weil sie nicht mechanisch war. Ein schönes Beispiel einer mechanischen Erklärung für das Gravitationsgesetz aus jener Zeit ist auch die von Feynman beschriebene Stoßtheorie (vgl. Abschnitt 2).

Die Idee eines mechanistischen Weltbildes hat sich somit wirklich mehrere Jahrhunderte gehalten. Für Descartes war nur der Stoßprozess als Ursache einer Bewegungsänderung denkbar. Jede andere Form von Kraft musste seiner Meinung nach auf einer Fernwirkung basieren. Diese setzte aber für Descartes voraus, dass Körper sich gegenseitig auf Distanz wahrnehmen können, was seiner Meinung nach nur für beseelte Objekte möglich war. (Vgl. auch die Anmerkungen von d'Alembert zu den Ursachen der Beschleunigung, S. 99)

Noch in einer weiteren Hinsicht hatte sich von Galilei zu Descartes ein Wandel vollzogen: Descartes kannte das Trägheitsprinzip, zumindest für bestimmte Spezialfälle. Die Ursache der Trägheit (die träge Masse) wird zwar erkannt, aber es werden noch weitere Ursachen angenommen. Dies verdeutlichen die folgenden beiden Zitate:

Berücksichtigt man aber nur die in ihm [gemeint ist ein Stein in einer Schleuder] befindliche Bewegung [Impuls?], so muss man sagen, dass, wenn er in dem Punkt A ist, er nach C strebt, nach dem oben dargelegten Gesetze der Bewegung, wobei wir die Linie AC als eine Gerade, die den Kreis im Punkt A berührt, annehmen (2. Teil, § 57).

Hier [er beschreibt an dieser Stelle Stoßprozesse] ist genau zu beachten, worin die Kraft des Körpers bei seiner Einwirkung auf einen anderen oder sein Widerstand gegen dessen Einwirkung besteht; nämlich lediglich darin, dass jede Sache an sich strebt, in dem Zustand zu beharren, in dem sie ist, nach dem an erster Stelle aufgestellten Gesetze. Deshalb hat das mit einem anderen Verbundene eine gewisse Kraft, die Trennung zu verhindern; ebenso das Getrennte, so getrennt zu bleiben; das Ruhende, in seiner Ruhe zu verharren und folglich allem, was diese ändern könnte, zu widerstehen; ebenso strebt das Bewegte, in seiner Bewegung zu verharren, d.h. in einer Bewegung mit derselben Geschwindigkeit und Richtung. Diese Kraft wird teils von der Größe des Körpers, in dem sie ist, und von der Größe seiner Oberfläche, durch die er von anderen Körpern getrennt ist, bestimmt, teils nach der Geschwindigkeit der Bewegung und nach der Natur und nach dem Gegensatz in der Art, wie die Körper einander begegnen (2. Teil, §43).

Das folgende Zitat zeigt auch, dass Descartes die Erhaltung der „Bewegung“ (heute würden wir von Impuls sprechen) zumindest erahnt hat, und „Bewegung“ als das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit ansah:

Denn wenn auch diese Bewegung nur ein Zustand an der bewegten Materie ist, so hat sie doch eine feste und bestimmte Menge (quantitas), die sehr wohl in der ganzen Welt zusammen die gleiche bleiben kann, wenn sie sich auch bei den einzelnen Teilen verändert, nämlich in der Art, dass bei der doppelt so schnellen Bewegung eines Teiles gegen einen anderen, und der doppelten Größe dieses gegenüber dem ersten man annimmt, dass in dem kleinen so viel Bewegung wie in dem großen ist, und daß, um so viel als die Bewegung eines Teiles langsamer wird, ebensoviel die Bewegung eines anderen ebenso großen Teiles schneller werden muss (2. Teil, § 36).

Trotzdem ist Descartes bei seinen Untersuchungen von Stoßprozessen meist zu falschen Ergebnissen gekommen (vgl. Hund [33], S. 110).

4.4.2 Raum und Bewegung bei Descartes

Im zweiten Teil seiner *Prinzipien der Philosophie* [14] beschreibt Descartes seine Vorstellungen von Raum, Körper und Bewegung. Da Newton gerade diese Vorstellungen von Descartes besonders angreift (vgl. Abschn. 5.1), wollen wir näher auf sie eingehen.

Wir hatten oben schon erwähnt, dass Descartes eine „Actio in distans“ als eine anthropomorphe Eigenschaft ansah, die mit einer Beseelung der Körper einhergeht (vgl. Hund [33], S. 107). Nur der direkte Stoßprozess kommt als Beeinflussung einer Bewegung in Frage. Diese Ansicht hat vermutlich auch die Vorstellungen von „Raum“ und „Bewegung“ bei Descartes geprägt.

Im Anhang ?? sind wesentliche Abschnitte aus dem zweiten und dritten Teil der *Prinzipien der Philosophie* ([14]) wiedergegeben. Insbesondere sind alle Stellen abgedruckt, aus denen die folgenden Zitate stammen, sowie alle Stellen, die in den von uns angegebenen Zitaten aus Newtons *De Gravitatione* erwähnt werden.

Zunächst stellt Descartes fest, dass körperliche Ausdehnung und „Raum“ identisch sind:

10. ... denn in Wahrheit ist die Ausdehnung in Länge, Breite und Tiefe, welche den Raum ausmacht, dieselbe mit der, welche den Körper ausmacht. ...

11. Wir werden aber leicht erkennen, dass es dieselbe Ausdehnung ist, welche die Natur des Körpers und die Natur des Raumes ausmacht, und dass beide sich nicht mehr unterscheiden als die Natur der Gattung oder Art von der Natur des Einzelnen,...

Hier erscheint „Raum“ also schon als eine Abstraktion: „Raum“ als „die Natur der Gattung oder Art“ und „Körper“ als „die Natur des Einzelnen“.

Er beschreibt nun, dass wir uns nahezu alle Qualitäten – Härte, Farbe, Schwere, Kälte, Wärme – von einem Körper wegdenken können, nicht aber seine Ausdehnung. Und er kommt nochmals zu dem Schluß:

So werden wir bemerken, dass in der Vorstellung des Steines beinahe nichts übrig bleibt als die Ausdehnung in die Länge, Breite und Tiefe, welche ebenso in der Vorstellung des Raumes ist, mag er

nun von einem Körper erfüllt oder leer sein.

Anschließend kommt Descartes darauf zu sprechen, was er unter „Ort“ bzw. „Lage“ eines Körpers versteht:

13. Die Worte „Ort“ und „Raum“ bezeichnen nämlich nicht etwas von dem darin befindlichen Körper Verschiedenes, sondern nur seine Größe, Gestalt und Lage zwischen anderen Körpern. Um diese Lage zu bestimmen, müssen wir auf die anderen Körper achten, die wir dabei als unbewegt annehmen, ...

Nehmen wir endlich an, dass es keine solche unbewegte Stellen in der Welt gibt, wie das unten als wahrscheinlich dargelegt wird, so können wir schließen, dass es keinen festen und bleibenden Ort für irgend eine Sache in der Welt gibt, außer insofern er durch unser Denken bestimmt wird.

Hier erteilt Descartes den Vorstellungen eines „absoluten Raumes“ (diesen Begriff benutzt er allerdings nicht) eine klare Absage. „Ort“ ist *definiert* als die Lage eines Körpers. Solange ein Körper seine Relation zu seinen Nachbarkörpern behält, findet auch keine Ortsveränderung – keine Bewegung – statt.

Descartes betont nun nochmals, dass es „Leeres“ nicht geben kann. Wenn wir von „Leere“ sprechen, so bedeutet das meist, dass sinnlich nicht wahrnehmbare Dinge vorhanden sind. Bei einem wirklich leeren Gefäß würden die Wände zusammenstoßen:

16. Ein *Leeres* (vacuum) im philosophischen Sinne, d.h. ein solches, in dem sich keine Substanz befindet, kann es offenbar nicht geben, weil die Ausdehnung des Raums oder inneren Ortes von der Ausdehnung des Körpers nicht verschieden ist. Denn da man schon aus der Ausdehnung des Körpers nach Länge, Breite und Tiefe richtig folgert, dass er eine Substanz ist, weil es widersprechend ist, dass das Nichts eine Ausdehnung habe, so muss dasselbe auch von dem Raume gelten, der als leer angenommen wird, nämlich dass, da eine Ausdehnung in ihm ist, notwendig auch eine Substanz in ihm sein muss.

17. ... so gilt endlich ein Raum als leer, in dem nichts wahrgenommen wird, wenn er auch ganz mit geschaffener und selbständig existierender Materie angefüllt ist, weil man nur die sinnlich wahrgenommenen Dinge zu beachten pflegt. Wenn wir aber später, ohne auf diese Bedeutung des Wortes „leer“ und „nichts“ zu achten, von dem „leer“ genannten Raume meinen, dass er bloß nichts Wahrnehmbares, sondern überhaupt keinen Gegenstand enthalte, so geraten wir in denselben Irrtum, wie wenn wir deshalb, weil ein Wassergefäß, in dem nur Luft ist, leer genannt zu werden pflegt, die darin enthaltene Luft für keine selbständige Sache wollen gelten lassen.

18. ... Fragt man aber, was werden würde, wenn Gott alle in einem Gefäß vorhandenen Körper wegnähme und keinem anderen an deren Stelle einzutreten gestattete, so ist zu antworten, dass die Wände des Gefäßes sich dann berühren würden. Denn wenn zwischen zwei Körpern nichts inneliegt, so müssen sie sich notwendig berühren, und es ist ein offener Widerspruch, dass sie voneinander abstehen, oder dass ein Abstand zwischen ihnen sei und dieser Abstand doch nichts sei. Denn jeder Abstand ist ein Zustand der Ausdehnung und kann deshalb nicht ohne eine ausgedehnte Substanz sein.

Schließlich kommt Descartes auf seine Vorstellung von „Bewegung“ zu sprechen. Bewegung

ist gleichbedeutend mit einer Veränderung der Nachbarschaftsverhältnisse. Er unterscheidet allerdings zwei Formen von Bewegung: eine *unmittelbare* Bewegung, bei denen sich die Nachbarschaftsverhältnisse zu den unmittelbar angrenzenden Körpern verändern, und eine *mittelbare* oder *indirekte* Form der Bewegung, bei denen der Körper Teil eines Ganzen ist, das sich bewegt.

25. Betrachten wir jedoch nicht nach der gewöhnlichen Auffassung, sondern der Wahrheit nach das, was unter Bewegung zu verstehen ist, um ihr eine bestimmte Natur zuzusprechen, so kann man sagen, *sie sei die Überführung eines Teiles der Materie oder eines Körpers aus der Nachbarschaft der Körper, die ihn unmittelbar berühren, und die als ruhend angesehen werden, in die Nachbarschaft anderer.* ...

28. Ich habe ferner gesagt, dass die Überführung aus der Nachbarschaft anderer geschehe, und nicht, dass sie aus einem Ort in den anderen geschehe, weil, wie oben erwähnt, die Bedeutung des Wortes Ort verschieden ist und von unserem Denken abhängt. Wenn man aber unter Bewegung diejenige Überführung versteht, welche aus der Nachbarschaft der anstoßenden Körper geschieht, so kann man, weil in demselben Zeitpunkt nur einzelne bestimmte Körper an das Bewegliche stoßen können, demselben nicht zu derselben Zeit mehrere Bewegungen zuteilen, sondern nur *eine*. ...

31. Obgleich *ein* Körper nur *eine* ihm eigene Bewegung hat, weil er nur von einzelnen bestimmten Körpern, die an ihn stoßen und ruhen, sich entfernt, so kann er doch an unendlich vielen anderen Bewegungen teilnehmen, wenn er nämlich einen Teil anderer Körper bildet, welche besondere Bewegungen haben. ...

Im dritten Teil seiner *Principia* mit dem Titel „Über die sichtbare Welt“ äußert sich Descartes ausführlicher zu seinen Vorstellungen von Erde, Sonne und Planeten. Für ihn war eine unmittelbare „Fern“-Wechselwirkung zwischen Sonne und Erde undenkbar. Die Sonne – und allgemeiner alle Fixsterne – befand sich im Zentrum eines Wirbels einer Flüssigkeit, der die Erde und die anderen Planeten mit sich trug. Daher betont Descartes im dritten Teil seiner *Principia* [14] auch mehrfach, dass die Erde eigentlich ruhe:

28. Hier muss man sich an das oben über die Natur der Bewegung Gesagte erinnern; dass sie nämlich (im eigentlichen Sinne und gemäß dem wirklichen Sachverhalt) nur die Überführung eines Körpers aus der Nachbarschaft der ihn berührenden Körper, welche als ruhend gelten, in die Nachbarschaft anderer ist. ... Hieraus folgt, dass weder die Erde noch die anderen Planeten eine eigentliche Bewegung haben, weil sie sich nicht aus der Nachbarschaft der sie berührenden Himmelsstoffe entfernen, und diese Stoffe als in sich unbewegt angenommen werden; ...

Es ist nicht ganz klar, ob Descartes wirklich die Meinung vertrat, dass die Erde ruhe, oder ob er sich hier nur nicht der Ketzerei schuldig machen wollte und daher diese Ansicht fast mit Gewalt aus seinen Vorstellungen ableitet. Bekannt ist, dass Descartes, nachdem Galilei 1632 der Ketzerei angeklagt wurde, in einem Brief an seinen Gönner Mersenne schrieb, dass „er sich beinahe dazu entschlossen habe, alle seine Papiere zu verbrennen (aus [46])“.

Descartes entwickelt einen sehr seltsamen Materiebegriff. Da es leeren Raum nicht gibt, muss Raum lückenlos von Körpern ausgefüllt sein. Durch die Bewegung der Körper schaben sich nach Descartes die Materieteilchen ab, sie werden mit der Zeit rund und aus den abgeschabten Stücken entstehen immer kleinere und kleinere Teilchen, die dann die Zwischenräume

ausfüllen. Materie ist unendlich teilbar. Es gibt auch nur eine Sorte von Substanz, allerdings gibt es im wesentlichen drei verschiedene Größen: die kleinsten Teilchen bilden die Fixsterne, die mittelgroßen Teilchen bilden den Äther, und die größten Teilchen machen die uns bekannte Materie aus.

An dieser Stelle gewinnt man auch den Eindruck, als ob Descartes sich doch nicht ganz von einer „einbettenden“ Raumvorstellung frei machen kann. Er gibt den Körpern recht konkrete Formen, spricht von „Spitzen“ und „Kanten“. Diese Formen definiert er jedoch nicht durch relationale Vorschriften, und der Vergleich mit manchen Zeichnungen (beispielsweise Fig. 20, 21, 24) zeigt deutlich, dass er sich nicht vollständig von den gängigen Raumvorstellungen befreit hat.

Wenn Descartes auch bei seinen konkreten Ausführungen gescheitert ist und uns seine Vorstellungen heute teilweise lächerlich vorkommen, so sind seine allgemeinen Überlegungen immer noch sehr attraktiv. Das Konzept „Raum“ ist bei Descartes nicht elementar, sondern es lässt sich auf etwas noch Eingängigeres, unserer Erfahrung unmittelbar Zugängiges, zurückführen. Unser Empfinden von Raum entsteht durch die Nachbarschaftsverhältnisse zwischen Körpern, und Bewegung bedeutet eine Änderung dieser Nachbarschaftsverhältnisse. In ähnlicher Form wird dieses Konzept von Leibniz wieder aufgegriffen (vgl. Abschnitt 6).

Kapitel 5

Isaac Newton

geb. 4.1.1643 in Woolsthorpe (Lincolnshire); gest. 31.3.1727 in Kensington

(Manchmal findet man auch den 25. Dezember 1642 als Geburtsdatum Newtons und den 20. März 1727 als Todesdatum. Diese Daten beziehen sich auf den Julianischen Kalender, der bis 1752 in England gültig war.)

Drei Werke Newtons werden uns besonders beschäftigen:

1. *De Gravitatione et aequipondio fluidorum* (Über die Gravitation und das Gleichgewicht von Flüssigkeiten) kurz *De Gravitatione* [51]

Hier handelt es sich um ein relativ unbekanntes Frühwerk Newtons. Das genaue Datum seiner Entstehung ist nicht bekannt. Heutzutage vermutet man seine Entstehungszeit zwischen 1670 und 1673. Aber auch eine frühere Datierung (1664–66) oder eine späte Datierung auf die Zeit kurz vor der *Principia*, bis 1684, werden nicht ausgeschlossen. Es handelt sich um ein Manuskript Newtons, das offensichtlich nie vollendet wurde. Daher gibt es auch keinen eigentlichen Titel. Die heutige Bezeichnung verwendet den Anfang der ersten Zeile als Titel.

2. *Philosophiae naturalis principia mathematica* (Mathematische Grundlagen der Naturphilosophie) (1686) [50]
3. *Optik* (1704) [52]

In diesen drei Werken hat Newton sich zur Problematik und zu seinen Vorstellungen von Raum und Zeit geäußert. Die *Principia* ist sicherlich das bekannteste Werk und die Beschreibungen des absoluten Raumes und der absoluten Zeit die wohl meistzitierten Zeilen von Newton. Dabei wird leicht vergessen, dass Newton mit diesem Konzept des absoluten Raumes und der absoluten Zeit auch gekämpft hat. Wie wir noch sehen werden, handelt es sich vom philosophischen Standpunkt aus um sehr unbefriedigende Konzepte, und Newton war sich dessen

durchaus bewusst. Die anderen beiden Arbeiten zeigen diese Unsicherheit Newtons wesentlich deutlicher.

5.1 De Gravitatione

Wie schon erwähnt, handelt es sich bei *De Gravitatione* um ein Fragment, das offensichtlich nur den Anfang einer größeren, nie vollendeten Schrift darstellt. Im wesentlichen geht es Newton um eine Widerlegung der Theorien von Descartes zu „Raum“, „Bewegung“ und der Wirbeltheorie der Bahnen der Himmelskörper, daher auch der Zusammenhang mit einer Theorie der Fluide. An dieser Stelle bricht *De Gravitatione* jedoch ab.

Newton kritisiert in dieser Schrift die Ideen Descartes teilweise sehr heftig, aber man ist erstaunt, wie wenig Konstruktives Newton Descartes entgegenzusetzen hat. Gerade auf die Frage „Was ist Raum?“ hat Newton keine wirkliche Antwort, wohingegen die Descartesschen Vorstellungen sehr eingängig sind. Es wurde verschiedentlich geäußert, dass Newton vom philosophischen Standpunkt her diesen Vorstellungen wesentlich näher stand, als er es hier zugeben will, dass sich aber seine Theorie von Bewegung nicht mit diesen Vorstellungen vereinen lässt. Seine Kritik an der physikalischen Erklärung von „Bewegung“, insbesondere am Konzept der Geschwindigkeit und der Trägheit eines Körpers, ist daher durchaus berechtigt.

Es folgen einige Zitate aus *De Gravitatione* [51], um den Stil der Abhandlung und einige der Argumente Newtons darzustellen. Eigentlich ist der gesamte Text für unsere Zwecke von Interesse. Die angegebenen Paragraphen aus Descartes' *Die Prinzipien der Philosophie* sind im Anhang in ?? abgedruckt. Außerdem sind im Anhang ?? noch mehr Stellen aus *De Gravitatione* zusammengestellt.

Newton beginnt mit einigen Definitionen:

Die Grundlagen, aus denen diese Wissenschaft [die Wissenschaft von der Schwere und dem Gleichgewicht von Flüssigkeiten und von Festkörpern in Flüssigkeiten] abgeleitet werden soll, bilden einige Nominaldefinitionen gemeinsam mit Axiomen und Postulaten, die von niemandem bestritten werden. Und diese werde ich sogleich abhandeln.

Definitionen

Die Worte Größe, Dauer und Raum sind zu geläufig, als dass man sie durch andere Ausdrücke definieren könnte.

Def: 1. Der Platz einer Sache ist der Teil des Raumes, den sie genau ausfüllt.

Def: 2. Ein Körper ist dasjenige, das einen Platz ausfüllt.

Def: 3. Ruhe ist das Verweilen an ein und demselben Platz.

Def: 4. Bewegung ist der Wechsel des Platzes.

Wie so oft, wenn behauptet wird, dass gewisse Dinge „von niemandem bestritten werden“, liegt gerade hier der wesentliche Erklärungsbedarf. Es folgen einige Anmerkungen, dass Körper als undurchdringlich angesehen werden und keine weiteren „sinnlichen Qualitäten“ haben müssen, als zur „Ortsbewegung erforderlich sind“. Außerdem hat Newton Bewegung als Orts-

wechsel definiert, der „die Überführung eines Körpers von einem Ort zum anderen sein“ soll.

Anscheinend spürt Newton an dieser Stelle, dass die Begriffe „Raum“ und „Ort“ doch noch einer Erklärung bedürfen, insbesondere als sich seine Vorstellungen von denen Descartes’ unterscheiden:

Im übrigen habe ich in diesen Definitionen angenommen, dass der Raum als vom Körper unterschieden gegeben ist, und ich werde die Bewegung in bezug auf Teile eines derartigen Raumes betrachten, und nicht in bezug auf die Lage der angrenzenden Körper, (und damit dies nicht ohne Grund im Gegensatz zu den Cartesianern angenommen wird, werde ich versuchen, seine Hirngespinnste zu widerlegen).

Das Unbefriedigende an dieser Stelle scheint zu sein, dass Newton nur sagt, was „Raum“ *nicht* ist, nämlich Raum ist nicht gleich der Ausdehnung der Körper, wie bei Descartes. Newton sagt aber nicht, was „Raum“ ist; Raum ist einfach gegeben. Dieser Raum besitzt Teile („Orte“), die ebenfalls als gegeben angesehen werden, relativ zu denen Bewegung zu verstehen ist. Newton äußert sich nicht dazu, was man sich unter „Raum“ und unter „Orten“ vorzustellen hat. Descartes konnte die Begriffe „Raum“ und „Ort“ auf etwas reduzieren, was unserer Vorstellung näher ist – nämlich Körper und Relationen zwischen Körpern. Für Newton handelt es sich um fundamentale Konzepte, die nicht weiter erklärbar sind. In der Diskussion zwischen Clarke und Leibniz wird diese Frage wieder aufgenommen (vgl. Abschnitt 6).

Noch ein zweiter Aspekt ist unbefriedigend an Newtons Konzept, nämlich dass der newtonsche Raum nicht beobachtbar, nicht „sinnlich wahrnehmbar“ ist. Diese „Schwäche“ des absoluten Raums und die damit verbundenen Konsequenzen spricht Newton in *De Gravitatione* noch nicht an, sie werden aber in der *Principia* ausführlicher diskutiert. Die weitere Diskussion in der Gravitatione zeigt aber, dass gerade hier der Schwachpunkt bei Newton ist: Sämtliche Kritikpunkte an Descartes treffen auch auf die newtonschen Raumvorstellungen zu, wenn man die Unbeobachtbarkeit des Raumes und der Orte berücksichtigt.

Newton versucht im folgenden die Ideen Descartes in erster Linie über die Bewegungslehre anzugreifen. Dazu beschreibt er zunächst, was Descartes unter Bewegung versteht. Insbesondere macht er auf den Unterschied zwischen „eigentlicher“ bzw. „unmittelbarer“ Bewegung bei Descartes und „abgeleiteter“ („indirekter“) Bewegung aufmerksam:

1. Es komme jedem Körper in Wahrheit nur eine eigentliche Bewegung zu (*Principia Philosophiae* 2. Teil, § 28, 31 und 32), wobei Bewegung definiert wird als „Überführung eines Teiles der Materie oder eines Körpers aus der Nachbarschaft der Körper, die ihn unmittelbar berühren, und die als ruhend angesehen werden, in die Nachbarschaft anderer“ (PPh. T2 § 25 und T3 § 28).

2. Bei dieser Definition sei unter dem Körper, der mit eigentlicher Bewegung überführt werde, nicht nur irgendwelche Teilchen oder ein Körper, dessen Teile untereinander ruhen, zu verstehen, sondern „alles das, was gleichzeitig überführt wird, wenn es auch aus vielen Teilchen besteht, die untereinander andere Bewegungen haben“ (PPh. T2 § 25).

3. Außer dieser eigentlichen Bewegung eines jeden Körpers, können ihm allerdings noch unzählige andere durch Teilhabe (oder insofern er Teil anderer Körper ist, die andere Bewegungen haben)

zukommen. (PPh. T2 § 31). Diese seien aber nicht Bewegungen im philosophischen Sinne und nach vernünftiger Rede (T3 § 29) und der Wahrheit der Sache entsprechend (T2 § 25 und T3 § 28), sondern es seien nur uneigentliche Bewegungen, Bewegungen im landläufigen Sinne (T2 §§ 24, 25, 28, 31 und T3 § 29). Diese Art von Bewegung beschreibt man offenbar als „eine Tätigkeit, wodurch ein Körper aus einem Ort an einen anderen übergeht“. (T2 § 24, T3 § 28).

Insofern Descartes zweierlei Bewegung annimmt, nämlich eigentliche und abgeleitete, schreibt er (einem Körper) auch zwei Orte zu, aus denen heraus diese Bewegungen ausgeführt werden, nämlich die Oberfläche der unmittelbar umgebenden Körper (T2 § 15) und die Lage im Verhältnis zu irgendwelchen anderen Körpern (T2 § 13 und T3 § 29).

Nun beginnt die eigentliche Kritik Newtons: „Wie konfus und vernunftwidrig diese Lehre ist, machen nicht nur die absurden Konsequenzen deutlich, sondern Descartes scheint das auch selbst zuzugeben, indem er sich widerspricht.“ Er zählt im Folgenden einige Punkte auf, in denen er bei Descartes einen Widerspruch zu entdecken glaubt, oder wo Descartes seiner Meinung nach offensichtlich irrt bzw. offensichtliche Tatsachen außer Acht lässt.

Die Kritik Newtons an Descartes ist in vielen Fällen durchaus berechtigt. Er legt seine Finger in die Wunden der Descartesschen Theorie und zeigt ihre Schwächen auf. Dazu zählt insbesondere, dass sich im Rahmen der Descartesschen Vorstellungen das Trägheitsprinzip – das Descartes korrekt erkennt – nur schwer verstehen lässt. Im Rahmen der Wirbeltheorie der Planeten findet es zwar teilweise eine Erklärung, nämlich dass die Planeten von dem Wirbel mitgetrieben werden, aber das erklärt nicht das Trägheitsprinzip bei anderen Bewegungen, beispielsweise einer Schleuder. Wenn, wie Descartes behauptet, die Erde eigentlich ruhe (nämlich in Relation zu den sie umgebenden Wirbelteilchen), wie lässt sich dann die „Tendenz“ verstehen, sich von der Kreisbahn zu entfernen?

An anderen Stellen ist die Kritik Newtons schwerer nachvollziehbar, beispielsweise, wenn er die Vorstellung von „relativer Bewegung“ bei Descartes kritisiert:

Ein zweites Mal widerspricht er sich offensichtlich, wenn er annimmt, dass in Wahrheit jedem Körper nur eine Bewegung zukommt, und dennoch jene Bewegung von unserer Vorstellung abhängen lässt, indem er (nämlich) definiert, sie sei die Überführung aus der Nachbarschaft von Körpern, nicht etwa von Körpern, die in Ruhe sind, sondern die nur als in Ruhe befindlich betrachtet werden, auch wenn sie sich heftig bewegen, wie in T2 § 29 und 20 des langen und breiten ausgeführt wird. Auf diese Weise glaubt er, die Schwierigkeit relativer Bewegung von Körpern loszuwerden, nämlich Gründe dafür anzugeben, weshalb natürlich der eine eher als der andere als bewegt bezeichnet wird, und weshalb man (z.B.) ein Schiff, wie er (T2 § 15) sagt, anstelle des fließenden Wassers als ruhend bezeichnet, wenn es seine Lage zwischen den Ufern nicht ändert. Damit der Widerspruch noch deutlicher werde, stelle man sich vor, dass jemand die Materie des Wirbels als ruhend betrachte und die Erde als zugleich im philosophischen Sinne ruhend; man stelle sich außerdem einen anderen (Beobachter) vor, der zu gleicher Zeit dieselbe Materie des Wirbels als kreisförmig bewegt betrachtet und (damit annimmt), dass die Erde im philosophischen Sinne nicht ruhe. Ebenso würde ein Schiff im Meer zugleich sich bewegen und sich nicht bewegen, und das nicht (nur), wenn man Bewegung im laxeren landläufigen Sinne verwendet, in dem es unzählige Bewegungen eines Körpers gibt, sondern in seinem philosophischen Sinne, in dem er sagt, dass es in jedem Körper nur eine Bewegung gibt, die ihm eigentümlich sei und ihm aus der Natur der Sache (und nicht auf Grund unserer Vorstellung) zukomme.

Newton scheint das Problem der „Schwierigkeit der relativen Bewegung“ durchaus erkannt zu haben. Es scheint ihm bewusst zu sein, dass dieses Problem auch in seiner Theorie existiert, wenn die Orte des absoluten Raums nicht beobachtbar sind. Ob er schon eine Vorstellung hat, wie das Problem in seiner Theorie zu lösen ist, wird hier nicht deutlich, die Erklärung von Descartes erkennt er jedoch nicht an.

Im gleichen Stil geht es weiter. Interessant ist, wie Newton für einen „absoluten“ Raum argumentiert, ohne diesen Begriff an dieser Stelle jedoch einzuführen. Da „Ort“ bei Descartes nur durch die Beziehungen zu den nächsten Nachbarn definiert ist, kann es sein, dass man am Ende einer Bewegung eines Körpers, d.h. nachdem die Nachbarschaftsverhältnisse sich geändert haben, gar nicht mehr angeben kann, wo sich ein Körper zu Beginn der Bewegung aufgehalten hat. Newton argumentiert nun (S. 33):

Da man also, nachdem eine bestimmte Bewegung beendet ist, den Ort, an dem sie anfang, d.h. den Anfang des durchlaufenen Raums, nicht bezeichnen kann und er auch nicht mehr existiert: so kann dieser durchlaufene Raum, da er keinen Anfang hat, auch keine Länge haben; und daraus folgt, dass es keine Geschwindigkeit des bewegten Körpers geben kann, da ja die Geschwindigkeit sich aus der Größe des in gegebener Zeit durchlaufenen Raums ergibt: wie ich als erstes zeigen wollte. Ferner muss man, was über den Anfang des durchlaufenen Raums gesagt wurde, auch ebenso für alle intermediären Orte einsehen; ebenso folgt, daß, da der Raum keinen Anfang und keine Zwischenteile hat, überhaupt kein durchlaufener Raum gewesen ist, und dass folglich die Bewegung keine Richtung hat, was ich als zweites zeigen wollte.

So folgt fürwahr, dass die Cartesische Bewegung keine Bewegung ist, denn es gibt keine Geschwindigkeit, keine Richtung und, insofern es keinen Raum gibt, wird auch keine Distanz durchquert. Es ist also notwendig, dass die Bestimmung der Orte wie der Ortsbewegung auf ein unbewegliches Seiendes bezogen wird, welcherart allein die Ausdehnung bzw. der Raum ist, insofern er als etwas wirklich von den Körpern Unterschiedliches betrachtet wird. ...

Newton macht hier auf einen sehr empfindlichen Punkt in Descartes' Modell aufmerksam: den Distanzbegriff zwischen „Orten“ zu verschiedenen Zeiten. Zunächst wäre bei Descartes grundsätzlich zu klären, wie eine Distanz zwischen nicht direkt benachbarten Körpern für eine feste Raumstruktur (d.h. bei gegebenen und festgehaltenen Nachbarschaftsverhältnissen) zu definieren wäre. Hier ließen sich ähnliche Konzepte, wie wir sie in der Einleitung erläutert haben (vgl. Abschnitt. 2.1.1), anwenden, wobei allerdings das Distanzkonzept bei Descartes noch dahingehend verfeinert werden müsste, dass er für die einzelnen Körper unterschiedliche Ausdehnungen zulässt. Auch ein Maß für die Ausdehnung einzelner Körper (beispielsweise durch Vergleich mit der Anzahl der möglichen nächsten Nachbarn von gewissen Referenzkörpern) oder eine relationale Vorschrift zur Angabe ihrer Form wäre erst noch zu definieren.

Schwierig wird eine Definition des Distanzbegriffes aber, wenn man Raumkonfigurationen zu verschiedenen Zeitpunkten, d.h. nachdem sich die Nachbarschaftsverhältnisse geändert haben, vergleichen möchte. Hier trifft Newton ein Kernproblem aller Modelle mit einer relationalen Raum-Zeit. Die Angabe der unmittelbaren Relationen, beispielsweise der Nachbarschaftsverhältnisse, reicht für die Definition von Distanz zwischen Körpern zu verschiedenen Zeitpunkten nicht aus.

So scharfsinnig Newton hier die Schwäche der Descartesschen Ideen aufzeigt, so blind scheint er für die gleichen Schwächen bei seinen eigenen Vorstellungen zu sein. Da der absolute Raum nicht sinnlich wahrgenommen werden kann, ist man bei Ortsbestimmungen auf relative Angaben angewiesen. D.h., auch im newtonschen Konzept gibt es keinen beobachtbaren Distanzbegriff zwischen Raumpunkten zu verschiedenen Zeiten, d.h. auch hier existieren keine wahrnehmbare „absolute“ Geschwindigkeit und „absolute“ Richtung.

Sowohl bei Newton wie auch bei Descartes ist es notwendig, gewisse Referenzkörper festzulegen (in der Newtonschen Physik würde man von einem Bezugssystem sprechen), die zu allen Zeitpunkten als ruhend „definiert“ werden und bezüglich derer Abstände und damit schließlich auch Geschwindigkeiten zu messen sind. Die Werte für „Geschwindigkeit“ und „Richtung“ einer Bewegung hängen von diesen Referenzkörpern ab. Während man aber vor dem Hintergrund einer absoluten Raum-Zeit relativ leicht von einem Bezugssystem auf ein anderes Bezugssystem umrechnen kann, ist dies bei relationalen Raum-Zeit-Systemen wesentlich schwieriger. Man erkennt hier, dass für eine Theorie der Bewegung in einer relationalen Raum-Zeit nahezu die gesamte Konfiguration der im Universum enthaltenen Körper berücksichtigt werden muß. Diese Problematik wird durch das Postulat eines absoluten Raumes umgangen.

Der Vorteil des Newtonschen Raumkonzepts liegt somit in seiner Praktikabilität. Ihr Nachteil: (1) Der newtonsche Raum ist nicht wahrnehmbar und viele der Vorteile des newtonschen Konzepts gehen verloren, wenn man sich auf den „relativen Raum“ bezieht, und (2) „Raum“ ist bei Newton etwas Elementares, nicht mehr weiter Zerlegbares, d.h. wir können nicht erklären, was „Raum“ ist, indem wir es auf Elementareres zurückführen.

5.2 Newtons Principia

Newtons *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, kurz *Principia*, wurde 1686 vollendet. Eine erste englische Übersetzung erschien erst zwei Jahre nach Newtons Tod im Jahre 1729, eine erste deutsche Übersetzung erst 1872 von J.P. Wolfers. Diese Übersetzung war jedoch ursprünglich nur zum privaten Gebrauch angefertigt und dementsprechend „großzügig und nicht frei von sinnentstellenden Fehlern“ (Vorwort von Ed Dellian zur *Principia* [50], S. VII). Doch auch die hier benutzte Übersetzung von Ed Dellian [50] ist an manchen Stellen durchaus mit Vorsicht anzusehen. Ed Dellian zeigt sich in seinem Vorwort als nahezu fanatischer Newton-Anhänger. So dehnt er die Interpretation mancher Aussagen Newtons derart, dass auch heutige Ansprüche der Quantenmechanik damit abzudecken sind. Er will offensichtlich mit Gewalt, dass Newton Recht behält. In dieser Richtung scheint er seine Freiheiten als Übersetzer an manchen Stellen auch genutzt zu haben. Trotzdem werde ich mich im wesentlichen an diese Übersetzung halten. Im Anhang ?? sind die Definitionen, das Scholium und die drei Grundgesetze der Newtonschen Mechanik abgedruckt. Teile werden hier nochmals zitiert und kommentiert.

5.2.1 Die Definitionen

Menge der Materie

Newton beginnt seine *Principia* mit einigen Definition. Schon gleich die erste Definition von „Masse“ bzw. „Menge [quantitas] der Materie“ als das Produkt aus Dichte und Volumen wurde oft kritisiert, so beispielsweise von Hertz (aus [31], S. 73):

Ich meine, Newton selbst müsse diese Verlegenheit empfunden haben, wenn er die Masse etwas gewaltsam definiert als Produkt aus Volumen und Dichtigkeit. Ich meine, die Herren Thomson und Tait müssen ihm nachempfunden haben, wenn sie anmerken, dies sei eigentlich mehr eine Definition der Dichtigkeit als der Masse, und sich gleichwohl mit derselben als einzigen Definition der Masse begnügen.

Eine ähnliche Kritik stammt auch von Mach (aus [43], 2. Kapitel, 3. Abschnitt, Punkt 7; S. 188):

Betreffend den Begriff „Masse“ bemerken wir zunächst, dass die von Newton gegebene Formulierung, welche die Masse als die durch das Produkt des Volumens und der Dichte bestimmte Quantität der Materie eines Körpers bezeichnet, unglücklich ist. Da wir die Dichte doch nur definieren können als die Masse der Volumeneinheit, so ist der Zirkel offenbar. Newton hat deutlich gefühlt, dass jedem Körper ein quantitatives, von seinem Gewicht verschiedenes bewegungsbestimmendes Merkmal anhaftet, welches wir mit ihm Masse nennen, es ist ihm aber nicht gelungen, diese Erkenntnis in korrekter Weise auszusprechen.

Ed Dellian bemerkt hierzu (aus der Einleitung zur *Principia* [50], Anmerkung 10 sowie den Anmerkungen des Herausgebers zu Seite 37, Zeile 6):

Die von Ernst Mach aufgestellte Behauptung, dass Definition I zirkulär sei, geht bei Zugrundelegung der atomistischen Betrachtungsweise (die Mach nicht akzeptierte) ins Leere. ... Die Menge der Materie eines Körpers oder seine *Masse* ist also bei Newton die *Anzahl* gleichartiger Elementarteilchen, aus denen der Körper besteht.

Unterstützt wird die Meinung Ed Dellians durch eine Anmerkung in Newtons *Optik* (Frage 28; S. 118). Newton beschreibt hier, wie bei einer Flüssigkeit bzw. allgemeiner einem Medium der „Widerstand“ zustande kommt. Neben der unmittelbaren Reibung erkennt er als eine Ursache die Trägheit der Teilchen, aus denen der Stoff besteht. Er schreibt dann:

Nun kann der Teil des Widerstandes, welcher von der Zähigkeit und der Reibung der Teilchen des Mediums herrührt, durch Zerkleinern der Materie und Glätten und Schlüpfrigmachen der Teilchen vermindert werden, der von der Trägheit stammende Teil aber ist der Dichtigkeit der Materie proportional und lässt sich nicht durch Zerkleinern oder andere Hilfsmittel, sondern nur durch Verminderung dieser Dichtigkeit selbst kleiner machen.

Newton spricht also explizit von den Teilchen, aus denen das Medium besteht. Da er die Anzahl der Teilchen nicht kennen konnte, muss te er die Dichte als ein makroskopisches Maß dafür nehmen. Und er betont nochmals, dass die Trägheit eines Mediums – wir würden heute von „träger Masse“ sprechen – ihrer Dichte proportional ist. Die Dichte betrachtet er als veränderlich, beispielsweise durch Zerkleinerung, Pulversisierung oder Zusammendrücken des Mediums, und als Maß nimmt er vermutlich die schwere Masse. So schreibt er in dem Kommentar zu seiner Definition: „Sie ist feststellbar durch das Gewicht eines jeden Körpers. Denn dass sie dem Gewicht proportional ist, habe ich durch sorgfältigst aufgebaute Pendelversuche herausgefunden ...“ Der „Zirkel“ besteht also eher darin, die Dichte durch die schwere Masse zu definieren, womit die Proportionalität von träger und schwerer Masse keine unabhängige physikalische Eigenschaft mehr ist.

Die Pendelversuche, auf die Newton sich hier bezieht, bilden ein einfaches Hilfsmittel zur Überprüfung des Äquivalenzprinzips von träger und schwerer Masse (siehe auch Abschnitt 12.1.1). Die Bewegungsgleichung eines Pendels in linearer Näherung hat die Form

$$m_t \ddot{x} = - \frac{m_g g}{l} x ,$$

wobei m_t und m_g die träge bzw. schwere Masse bezeichnen, g die Erdbeschleunigung und l die Länge des Pendels. x ist der Auslenkungswinkel bzw. die Auslenkung in horizontaler Richtung. Als Periode der Pendelbewegung erhält man

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_t l}{m_g g}} .$$

Üblicherweise unterscheiden wir nicht zwischen träger und schwerer Masse und kürzen die beiden Massen heraus. Wären träge und schwere Masse jedoch nicht proportional, so hinge die Periode außer von der Länge des Pendels und der Erdbeschleunigung noch von der Art des Materials ab, aus dem das Pendel besteht.

Soll es sich beim Äquivalenzprinzip um eine überprüfbare Eigenschaft handeln, bleibt die Zirkelhaftigkeit der Newtonschen Definition bestehen. Wir definieren heute die träge Masse meist über das zweite Newtonsche Gesetz, $F = m_t a$, oder über Stoßprozesse (siehe Abschnitt 12.1.1). Keine dieser beiden Gesetze möchte Newton an dieser Stelle jedoch voraussetzen. Auf die Problematik der Definition der trägen Masse ohne Zugrundelegung der newtonschen Dynamik gehen wir in Abschnitt 8.1 genauer ein.

Menge der Bewegung

Die „Menge der Bewegung“ wird bei Newton als das Produkt aus Geschwindigkeit und Masse („Menge der Materie“) definiert und entspricht somit unserem Impuls. Ob Newton aber unter der Bewegungsmenge schon eine vektorielle Größe verstanden hat, oder eher den Betrag des Impulses, ist nicht klar. An anderer Stelle (siehe Clarke [12], Clarks vierte Entgegnung, Punkt 38; S. 58) scheint Newton zu behaupten, dass zwei unelastische Körper, die aufeinandertreffen, ihre Bewegung verlieren.

Die der Materie eingepflanzte Kraft

Diese Definition hat in der Folgezeit für einige Diskussionen gesorgt (vgl. auch den Abschnitt über den Proportionalitätsstreit und das richtige Maß der Kraft, 7.1). Hier wirkte die Impetustheorie (vgl. Abschnitt 3.2.2) noch fort. Man glaubte, dass dem Körper eine Kraft eingepflanzt sei, die dann in Erscheinung tritt, wenn man den Körper durch eine andere Kraft zu beschleunigen versucht. Newton nannte diese Kraft auch Trägheitskraft. Allerdings darf man dabei nicht notwendigerweise an eine Größe denken, die tatsächlich die Dimension einer Kraft hat. So spricht er auch davon, dass sich diese Kraft von der Trägheit der Masse nur die Betrachtungsweise unterscheidet. D'Alembert hat später gefordert, die „eingepflanzte Kraft“ ganz aus der naturwissenschaftlichen Diskussion herauszunehmen und sich nur auf die Beschreibung der Wirkung von Kräften zu beschränken.

Die eingedrückte Kraft

Mit „eingedrückter Kraft“ meint Newton das, was wir heute unter „äusserer Kraft“ oder „(ein)wirkender Kraft“ verstehen würden. Ihre Ursprünge können – wie er selber sagt – Stoß, Druck oder Zentripetalkraft sein. Definiert wird die eingedrückte Kraft dadurch, dass sie *auf eine Veränderung des Zustands der Ruhe oder der gleichförmig-geradlinigen Bewegung gerichtet ist*. Hier handelt es sich also um eine allgemeine Definition von Kraft: Ursache der Veränderung von Bewegung. Man vergleiche dies mit der Definition bei Aristoteles, wo Kraft noch als Ursache von Bewegung galt. Eine quantitative Definition von Kraft folgt erst im zweiten Newtonschen Gesetz.

Zentripetalkräfte

Es ist vielleicht erstaunlich, warum Newton von den verschiedenen Kräfteformen, die wir heute feldtheoretisch beschreiben würden, nur die Zentripetalkraft nennt. Doch bis über die Mitte des 19. Jahrhunderts hinaus waren die Zentripetalkräfte tatsächlich die einzigen, die man sich als fundamentale Kräfte vorstellen konnte. Hermann von Helmholtz (31.8.1821 – 8.9.1894) versuchte dies beispielsweise noch in seiner Arbeit „Über die Erhaltung der Kraft“ 1847 zu beweisen (aus [29], S. 6):

Die Kraft aber, welche zwei ganze Massen gegeneinander ausüben, muss aufgelöst werden in die Kräfte aller ihrer Teile gegeneinander; die Mechanik geht deshalb zurück auf die Kräfte der materiellen Punkte, d.h. der Punkte des mit Materie gefüllten Raums. Punkte haben aber keine räumliche Beziehung gegeneinander als ihre Entfernung, denn die Richtung ihrer Verbindungslinie kann nur im Verhältnis gegen mindestens noch zwei andere Punkte bestimmt werden. Eine Bewegungskraft, welche sie gegeneinander ausüben, kann deshalb auch nur Ursache zur Änderung ihrer Entfernung sein, d.h. eine anziehende oder abstoßende. Dies folgt auch sogleich aus dem Satz vom zureichenden Grunde. Die Kräfte, welche zwei Massen aufeinander ausüben, müssen notwendig ihrer Größe und Richtung nach bestimmt sein, sobald die Lage der Massen vollständig gegeben ist. Durch zwei Punkte ist aber nur eine einzige Richtung vollständig gegeben, nämlich die ihrer Verbindungslinie; folglich müssen Kräfte, welche sie gegeneinander ausüben, nach dieser Linie gerichtet sein, und ihre Intensität kann nur von

der Entfernung abhängen.

Erst in einem Zusatz aus dem Jahre 1881 muss Helmholtz zugeben, dass beispielsweise magnetische Kräfte auch von der Geschwindigkeit abhängen können und nicht die Form von Zentripetalkräften haben.

Newton unterscheidet eine „absolute“, eine „beschleunigende“ und eine „bewegende“ Zentripetalkraft, wobei eigentlich nur die „bewegende“ in unserem heutigen Sinne eine Kraft darstellt. Die absolute Zentripetalkraft wird dem Körper zugesprochen, der diese Kraft erzeugt, und scheint eher ein qualitatives Maß für die Stärke des erzeugten „Kraftfeldes“ zu sein. Die „beschleunigende Zentripetalkraft“ ist identisch mit der Beschleunigung, die ein Probekörper in diesem Kraftfeld erfährt. Im Fall der Schwerkraft ist wegen des Äquivalenzprinzips die Beschleunigung eines Probekörpers unabhängig von den Eigenschaften dieses Körpers und somit ein direktes Maß für die Stärke des Kraftfeldes an einem bestimmten Punkt. Die „bewegende Zentripetalkraft“ ist gleich der Impulsänderung („Bewegungsänderung“) und somit gleich der Kraft, die an einem Probekörper an einem Punkt wirklich gemessen werden kann. „Beschleunigende Kraft“ ist gleich der „bewegenden Kraft“ dividiert durch die Masse des Probekörpers. Interessant ist, dass Newton die beschleunigende Kraft dem Raumpunkt zuschreibt, an dem sie auf einen Probekörper wirkt. Hier klingt schon so etwas wie ein Feldbegriff an.

5.2.2 Das Scholium

Im Anschluss an die Definitionen folgt ein „Scholium“, also eine Art erläuternde Randbemerkung. Hier erörtert Newton seine Vorstellungen von Raum und Zeit:

Bis hierher schien es mir richtig zu erklären, in welchem Sinne weniger bekannte Begriffe im Folgenden aufzufassen sind. Zeit, Raum, Ort und Bewegung sind allen wohlbekannt. Dennoch ist anzumerken, dass man gewöhnlich diese Größen nicht anders als in der Beziehung auf sinnlich Wahrnehmbares auffasst. Und daraus entstehen gewisse Vorurteile, zu deren Aufhebung man sie zweckmäßig in absolute und relative, wirkliche und scheinbare, mathematische und landläufige Größen unterscheidet.

I. Die absolute, wirkliche und mathematische Zeit fließt in sich und in ihrer Natur gleichförmig, ohne Beziehung zu irgendetwas außerhalb ihrer Liegendem, und man nennt sie mit einer anderen Bezeichnung „Dauer“. Die relative Zeit, die unmittelbar sinnlich wahrnehmbare und landläufig so genannte, ist ein beliebiges sinnlich wahrnehmbares und äußerliches Maß der Dauer, aus der Bewegung gewonnen (sei es ein genaues oder ungleichmäßiges), welches man gemeinhin anstelle der wahren Zeit benützt, wie Stunde, Tag, Monat, Jahr.

II. Der absolute Raum, der aufgrund seiner Natur ohne Beziehung zu irgendetwas außer ihm existiert, bleibt sich immer gleich und unbeweglich. Der relative Raum ist dessen Maß oder ein beliebiger veränderlicher Ausschnitt daraus, welcher von unseren Sinnen durch seine Lage in Beziehung auf Körper bestimmt wird, mit dem gemeinhin anstelle des unbeweglichen Raumes gearbeitet wird. ... Der absolute und der relative Raum sind von Art und Größe gleich, aber sie bleiben nicht immer das Gleiche. Bewegt sich z.B. die Erde, so wird der Raum der Atmosphäre, der relativ zur Erde und in Hinblick auf sie immer derselbe bleibt, einmal ein bestimmter Teil des absoluten Raumes, in den die Atmosphäre eintritt, ein andermal ein anderer Teil davon sein, und so wird er sich, absolut gesehen, beständig ändern.

III. Ort ist derjenige Teil des Raumes, den ein Körper einnimmt, und er ist je nach dem Verhältnis des Raumes entweder absolut oder relativ. Er ist ein Teil des Raumes, sage ich, nicht die Lage des Körpers oder eine ihn umgebende Oberfläche. ...

IV. Die absolute Bewegung ist die Fortbewegung eines Körpers von einem absoluten Ort zu einem absoluten Ort, die relative die Ortsveränderung von einem relativen Ort zu einem relativen. ...

Damit sind die Grundlagen von Newtons Raum- und Zeitkonzept gelegt. Im Gegensatz zu *De Gravitatione* macht Newton hier deutlich, dass der absolute Raum, die absolute Zeit, und damit verbunden auch die absolute Bewegung nicht „sinnlich wahrnehmbar“ sind, und dass wir deshalb relative Konzepte benutzen müssen. Hinsichtlich der Zeitmessung werden diese Konzepte weiter konkretisiert:

Die absolute Zeit wird in der Astronomie von der relativen durch eine Verstetigung des landläufigen Zeitbegriffs unterschieden. Die natürlichen Tage, die man allgemein für passend hält, um damit die Zeit zu messen, sind nämlich ungleich. Diese Ungleichheit korrigieren die Astronomen, damit sie die Himmelsbewegungen aufgrund einer richtigeren Zeit messen können. Es ist möglich, dass es keine gleichförmige Bewegung gibt, durch die die Zeit genau gemessen werden kann. Alle Bewegungen können beschleunigt oder verzögert sein; aber der Fluss der absoluten Zeit kann sich nicht ändern.

Diese „Verstetigung“ der astronomischen Zeitmessung ist bis in unser Jahrhundert das gängige Verfahren zur Zeitbestimmung gewesen. Und noch in den 50er Jahren dieses Jahrhunderts wurde die sogenannte „Ephemeridenzeit“ als genaueste Zeitskala anerkannt. Dabei handelt es sich um eine Zeitbestimmung, die von den nach der allgemeinen Relativitätstheorie berechneten Positionen mehrerer Himmelskörper (meist Planeten) Gebrauch macht, und nach einer Korrektur um bekannte Störeffekte daraus eine „verstetigte astronomische Zeit“ bestimmt. In jedem Fall wird deutlich, dass sich auch die relative Zeit nur über den Umweg von Ortsveränderungen bestimmen lässt, und dass die absolute Zeit nur angenähert werden kann.

Es sind also Bewegungsvorgänge, durch die wir eine Metrik der Zeit definieren. Diese Bewegungsvorgänge sind aber, wie Newton selber betont, immer Schwankungen unterworfen. Noch wesentlicher ist aber, dass wir keine Möglichkeit haben zu entscheiden, ob eine bestimmte Bewegung heute genauso lang dauert, wie vor vierhundert Jahren. Wir können die Dauer eines Vorgangs A immer nur relativ zu der Bewegung eines gleichzeitig ablaufenden Vorgangs B beschreiben. Dass dieser Referenzvorgang B (beispielsweise die Eigenrotation der Erde) heute die gleiche Dauer wie vor vierhundert Jahren hat, ist eine unbeweisbare Annahme.

Zu Beginn dieses Jahrhunderts bemerkte man Schwankungen in den Umlaufzeiten und der Bewegung des Mondes, insbesondere auch eine Beschleunigung der Mondumlaufzeiten. Zunächst konnte man sich diese Schwankungen nicht erklären, da die bekannten Störeffekte auf den Mond relativ leicht zu berücksichtigen waren. Schließlich stellte sich heraus, dass es nicht die Mondbahn war, die Schwankungen unterworfen war, sondern die Eigenrotation der Erde. Neben einer gleichförmigen Verzögerung, die auf die bremsende Wirkung von Ebbe und Flut zurückgeführt werden kann, werden für ungleichförmige Schwankungen Vorgänge im Inneren der Erde verantwortlich gemacht.

Hinsichtlich der Metrik des Raumes sagt Newton wenig. Lediglich zur „Topologie“ von Zeit

und Raum macht er eine kurze Bemerkung:

Wie die Anordnung der Teile der Zeit unveränderlich ist, so ist es auch die Anordnung der Teile des Raumes. Bewegen sie sich nämlich von ihren Plätzen, so bewegen sie sich sozusagen von ihrem eigenen Wesen weg. Denn die Zeiteile und die Raumteile sind gleichsam die Orte ihrer selbst und aller Dinge. Alle haben ihren Platz in der Zeit in bezug auf ihre Abfolge und im Raum in bezug auf die Anordnung ihrer Lage. Es gehört zu ihrem Wesen, dass sie Orte sind, und es ist ein Widerspruch in sich, wenn die ersten Orte beweglich sind. Sie sind daher absolute Orte, und nur Ortsveränderungen von diesen Orten weg sind absolute Bewegungen.

Nun beginnt der wesentliche Teil des Scholiums. Newton betont zunächst nochmals, dass nur relative Bewegungen und Ortsangaben sichtbar sind:

Da nun aber diese Teile des Raumes nicht sichtbar und durch unsere Sinne nicht voneinander unterscheidbar sind, so verwenden wir an ihrer Stelle wahrnehmbare Maße. Wir legen nämlich alle Orte aus den Stellungen und Abständen von Dingen zu irgendeinem Körper fest, den wir als unbeweglich betrachten; sodann beurteilen wir auch alle Bewegungen in bezug auf die eben genannten Orte, inwieweit Körper nach unserer Feststellung von diesen weg ihren Ort verändern. Ebenso benutzen wir anstelle der absoluten Orte und Bewegungen die relativen. ...

Nun widmet er sich der Frage, inwieweit wir aus den Bewegungen und insbesondere den beobachteten Kräften auf die Relation zur absoluten Bewegung schließen können. Dabei stellt er zunächst fest, dass es Fälle gibt, in denen man durch Beobachtung der relativen Bewegung auf das Vorhandensein von Kräften schließen könnte, die gar nicht da sind (weil sie an dem Referenzkörper angreifen), bzw. umgekehrt auf das Fehlen von Kräften geschlossen werden könnte, weil diese auf alle beteiligten Körper (einschließlich der Referenzkörper) gleichermaßen wirken.

Die Ursachen, durch die sich wirkliche und relative Bewegungen voneinander unterscheiden, sind die auf die Körper von außen eingedrückten Kräfte, die eine Bewegung erzeugen können. Eine wahre Bewegung wird nur durch Kräfte erzeugt oder verändert, die auf den bewegten Körper selbst von außen eindringen, eine relative Bewegung kann jedoch erzeugt oder verändert werden, ohne dass auf den fraglichen Körper Kräfte von außen eindringen. Es genügt nämlich, dass sie lediglich auf diejenigen Körper eindringen, zu denen die Beziehung besteht, sodass diese Beziehung verändert wird, auf der Ruhe oder relative Bewegung des fraglichen Körpers beruhen, wenn die Bezugskörper ihren Bewegungszustand verändern. Umgekehrt verändert sich die wirkliche Bewegung durch Kräfte, die auf den bewegten Körper von außen eingedrückt haben, immer; die relative Bewegung wird dagegen von solchen Kräften nicht notwendigerweise verändert. Wenn nämlich dieselben Kräfte auch auf Körper, zu denen die Beziehung besteht, von außen so eindringen, dass ihre relative Lage beibehalten wird, so bleibt auch die Beziehung erhalten, auf welcher die relative Bewegung beruht. Es kann also jede relative Bewegung verändert werden, wo die wahre beibehalten wird, und beibehalten werden, wo die wahre verändert wird, und deshalb beruht die wirkliche Bewegung am wenigsten auf derartigen Relationen.

Nachdem also gezeigt wurde, dass durch Beobachtung der relativen Bewegungen allein – d.h. durch Beobachtung der kinematischen Aspekte – noch keine Schlussfolgerung auf die absolute Bewegung gezogen werden kann, untersucht Newton nun die Kräfte, die zwischen

den Körpern wirken, d.h. er untersucht die dynamischen Aspekte. Er beschreibt das klassische „Eimerexperiment“ als Beispiel dafür, dass nicht die relative Bewegung zwischen Wasser und Eimerwand für das Aufsteigen des Wassers an den Wänden verantwortlich ist, sondern einzig und allein die Kreisbewegung des Wassers relativ zum absoluten Raum. Die Betonung, dass es bei diesem Experiment offensichtlich nicht auf die „Nachbarschaftsrelationen“ des Wassers zum Eimer ankommt, ist auch als Kritik an der Descartesschen Bewegungstheorie zu verstehen.

Die Wirkungen, durch die man absolute und relative Bewegungen voneinander unterscheiden kann, sind die Fliehkräfte von der Achse der Kreisbewegung; denn in einer ausschließlich relativen Kreisbewegung existieren diese Kräfte nicht, in einer wirklichen und absoluten aber sind sie größer oder kleiner, je nach der Menge der Bewegung. Wenn ein Eimer an einer sehr langen Schnur hängt und beständig im Kreis gedreht wird, bis die Schnur durch die Zusammendrehung sehr steif wird, dann mit Wasser gefüllt wird und zusammen mit diesem stillsteht, und dann durch irgendeine plötzliche Kraft in entgegengesetzte Kreisbewegung versetzt wird und, während die Schnur sich aufdreht, längere Zeit diese Bewegung beibehält, so wird die Oberfläche des Wassers am Anfang eben sein wie vor der Bewegung des Gefäßes. Aber nachdem das Gefäß durch die allmählich auf das Wasser von außen übertragene Kraft bewirkt hat, dass auch dieses Wasser merklich sich zu drehen beginnt, so wird es selbst allmählich von der Mitte zurückweichen und an der Wand des Gefäßes emporsteigen, wobei es eine nach innen gewölbte Form annimmt (wie ich selbst festgestellt habe), und mit immer schnellerer Bewegung wird es mehr und mehr ansteigen, bis es dadurch, dass es sich im gleichen Zeittakt dreht wie das Gefäß, relativ in diesem stillsteht. Dieser Anstieg zeigt ein Bestreben zur Entfernung von der Achse der Bewegung an, und durch dieses Bestreben wird die wirkliche und absolute Kreisbewegung des Wassers feststellbar und messbar, die seiner relativen Bewegung hier völlig entgegengesetzt ist. Am Anfang, als die relative Bewegung des Wassers gegenüber dem Gefäß am größten war, rief jene Bewegung keinerlei Bestreben zur Entfernung von der Achse hervor. Das Wasser strebte nicht nach außen, indem es zugleich an den Wänden des Gefäßes emporstieg, sondern blieb eben, und deshalb hatte seine wahre Kreisbewegung noch nicht begonnen. Nachher aber, als die relative Bewegung des Wassers abnahm, zeigte sein Anstieg an den Wänden des Gefäßes das Bestreben zur Entfernung von der Achse an, und dieses Bestreben zeigte seine wahre, ständig zunehmende Kreisbewegung an, und diese erreichte schließlich ihre Maximum, als das Wasser relativ im Gefäß stillstand. Daher hängt dieses Bestreben nicht von einer Ortsveränderung des Wassers in Hinsicht auf die kreisförmig umlaufenden Körper ab, und deshalb besteht kein definitiver Zusammenhang zwischen der wahren Kreisbewegung und solchen Ortsveränderungen. Die wahre kreisförmige Bewegung eines jeden sich drehenden Körpers, genau bestimmt, ist eine einzige und entspricht einem genau bestimmten Bestreben als sozusagen zugehörige und adäquate Wirkung. Die relativen Bewegungen aber sind, je nach den verschiedenen Beziehungen zu äußeren Körpern, zahllos...

Zum Abschluss betont Newton nochmals, dass es sehr schwer ist, die wahren Bewegungen der einzelnen Körper zu erkennen. Aber: „die Sache ist nicht hoffnungslos“. Er beschreibt ein zweites Experiment, bei dem sich zwei Kugeln, durch einen Faden verbunden, umeinander drehen. Die Spannung des Fadens gibt dann Auskunft darüber, ob die Drehung relativ zum absoluten Raum stärker oder schwächer ist. Wiederum sind es die Fliehkräfte, die er zum Erkennen der Kreisbewegung relativ zum absoluten Raum heranzieht. Ob er hoffte, auch andere Bewegungsarten auf diese Weise erkennen zu können, ist nicht ganz klar.

Die wahren Bewegungen der einzelnen Körper zu erkennen und von den scheinbaren durch den wirklichen Vollzug zu unterscheiden, ist freilich sehr schwer, weil die Teile jenes unbeweglichen Raumes,

in dem die Körper sich wirklich bewegen, nicht sinnlich erfahren werden können. Die Sache ist dennoch nicht gänzlich hoffnungslos, denn man kann Beweise dafür teils aus den scheinbaren Bewegungen finden, die die Differenzen zwischen wirklichen Bewegungen sind, teils aus den Kräften, die die Ursachen und die Wirkungen der wirklichen Bewegungen sind. Würden z.B. zwei Kugeln in gegebener Entfernung voneinander durch einen Faden verbunden und kreisten sie weiter um einen gemeinsamen Schwerpunkt, so würde aus dem Maß der Spannung des Fadens das Ausmaß des Bestrebens der Kugeln, sich von der Achse der Bewegung zu entfernen, bestimmbar, und daraus könnte die Größe der kreisförmigen Bewegung berechnet werden. Ließe man dann beliebige gleiche Kräfte von außen auf die sich jeweils entsprechenden Seiten der Kugeln gleichzeitig einwirken, um die Kreisbewegung zu vergrößern oder zu verkleinern, so würde aus der vergrößerten oder verkleinerten Spannung des Fadens die Vergrößerung oder Verkleinerung der Bewegung bestimmbar, und daraus könnte man schließlich die Seiten der Kugeln ermitteln, auf die die Kräfte von außen einwirken müssen, um die Bewegung maximal zu vergrößern; das heißt die hinteren Seiten oder diejenigen, die in der kreisförmigen Bewegung nachfolgen. Hätte man aber die Seiten erkannt, die nachfolgen, und die entgegengesetzten Seiten, die vorausgehen, so könnte auch die Richtung der Bewegung erkannt werden. Auf diese Weise könnte sowohl die Größe, als auch die Richtung dieser Kreisbewegung in jedem beliebig großen leeren Raume ermittelt werden, wo nichts Äußeres und Wahrnehmbares vorhanden ist, womit man die Kugeln in Beziehung setzen könnte. Würden nun in jenem Raum irgendwelche Körper sehr weit voneinander entfernt platziert, welche eine gegebene gegenseitige Lage beibehalten, wie etwa die Fixsterne im Weltraum, so könnte man freilich nicht aus der relativen Ortsveränderung der Kugeln zwischen diesen Körpern feststellen, ob diesen oder ob jenen die Bewegung zuzuschreiben sei. Achtete man aber auf den Faden und würde man dabei feststellen, dass seine Spannung gerade so groß ist, wie sie aufgrund der Bewegung der Kugeln sein muß, so dürfte man folgern, dass die Bewegungen den Kugeln zuzuordnen sei und die Körper stillstehen, und dann erst dürfte man aus der Ortsveränderung der Kugeln zwischen den Körpern die Richtung dieser Bewegung ermitteln. ...

Hier spricht Newton sogar die Kreisbewegung relativ zu den Fixsternen an, die später in der Kritik Machs (vgl. Abschn. 8) eine so große Rolle spielt. Anders als Mach sagt Newton aber, dass die Spannung des Fadens darüber Auskunft gibt, ob sich die Fixsterne um die Kugeln drehen, oder ob die Kugeln sich relativ zu den Fixsternen drehen: Die Drehung relativ zum absoluten Raum verursacht die Spannung, nicht die Drehung relativ zu den Fixsternen.

5.2.3 Axiome oder Gesetze der Bewegung

Im Anschluss an das Scholium folgen die drei Newtonschen Gesetze.

Gesetz I: Trägheitssatz

Jeder Körper verharrt in seinem Zustand der Ruhe oder der gleichförmig-geradlinigen Bewegung, sofern er nicht durch eingedrückte Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird.

Interessant ist, dass Newton in einem Kommentar zu diesem Gesetz als Beispiele für Systeme, die in ihrer Bewegung verharren, auch die Kreiselbewegung und die Planetenbewegungen erwähnt. Die Erhaltung des Drehimpulses wurde zu seiner Zeit nicht immer von der Erhaltung des Impulses unterschieden, sondern eher als Spezialfall des allgemeinen Trägheitsgesetzes unter

Zwangsbedingungen aufgefasst.

Gesetz II: Das Kraftgesetz

Die Bewegungsänderung ist der eingedrückten Bewegungskraft proportional und geschieht in der Richtung der geraden Linie, in der jene Kraft eindrückt.

Hier wird die allgemeine Definition von Kraft als Ursache der Bewegungsänderung quantifiziert. Heute schreiben wir dieses Gesetz meist in der Form $F = ma$ oder $F = \dot{p}$. Allerdings spricht Newton hier nur von „Proportionalität“. Die Frage, inwieweit eine Ursache, nämlich die Kraft, mit der Wirkung, d.h. der Änderung der Bewegung, *gleichgesetzt* werden kann, war Gegenstand des Proportionalitätsstreits (siehe Abschnitt 7.1).

Newton erläutert hier auch den Vektorcharakter der Kraft bzw. des Impulses, allerdings in einer noch sehr umständlichen Form.

Gesetz III: Kraft gleich Gegenkraft

Der Einwirkung ist die Rückwirkung immer entgegengesetzt und gleich, oder: die Einwirkungen zweier Körper aufeinander sind immer gleich und wenden sich jeweils in die Gegenrichtung.

Newton spricht hier von „Einwirkung“ und „Rückwirkung“, nicht von „Kraft“ und „Gegenkraft“, wie es in den meisten heutigen Lehrbüchern der Fall ist. Noch Mach spricht beispielsweise in seiner *Mechanik* [43] (Kapitel 2.3–2.5) immer vom „Gegenwirkungsprinzip“. Bedenkt man, dass die Kraft eigentlich als die Änderung des Impulses definiert ist, lautet dieses Gesetz also eher

$$\frac{dp_1}{dt} = - \frac{dp_2}{dt}$$

oder

$$\frac{d}{dt}(p_1 + p_2) = 0.$$

Es handelt sich hier also um das Gesetz von der Erhaltung des Gesamtimpulses für zwei Teilchen, auf die keine äußeren Kräfte einwirken.

Corollar V und VI

Im Anschluss an die drei Axiome folgen einige Corollare. Hier beweist er beispielsweise, dass sein drittes Gesetz auch bei abstoßenden Kräften gilt etc. Interessant für uns sind das fünfte und sechste Corollar.

Corollar V: Bei Körpern, die in einem gegebenen Raum eingeschlossen sind, sind die Bewegungen in Beziehung aufeinander die gleichen, ob dieser Raum nun ruht oder sich gleichförmig in gerader Richtung ohne eine Kreisbewegung bewegt.

Dieses Corollar enthält somit das Relativitätsprinzip. Obwohl der Begriff des Inertialsystems erst nahezu zwei Jahrhunderte später geprägt wurde (vgl. Kapitel 9), erkennt man die Grundlagen schon hier bei Newton. Wenn es trotzdem noch zwei Jahrhunderte gedauert hat, bis diesbezüglich eine wirkliche Begriffsklärung erreicht wurde, so lag das weniger an den mathematischen Schwierigkeiten oder der Tatsache, dass man sich des Problems nicht bewusst war, sondern eher daran, dass diese Problematik in der Zeit der analytischen Entwicklung der Mechanik in den Hintergrund getreten ist.

Corollar VI: Wenn Körper sich etwa auf beliebige Weise gegeneinander bewegen und von gleichen beschleunigenden Kräften auf parallelen Linien angetrieben werden, so werden sie fortfahren sich auf dieselbe Weise untereinander zu bewegen, wie wenn sie von jenen Kräften nicht beschleunigt worden wären.

Newton hatte in seinem Scholium schon erwähnt, dass wir der Bewegung von Körpern nicht notwendigerweise ansehen können, ob sie geradlinig-gleichförmig ist oder nicht. Wenn nämlich auf alle Körper einschließlich der Referenzkörper dieselbe Kraft wirkt, bleibt die relative Bewegung davon unbeeinflusst. Hier leitet er diese allgemeine Aussage nochmals aus seinen Gesetzen ab.

Eine besondere Bedeutung gewinnt dieses Corollar vor dem Hintergrund des Äquivalenzprinzips und der allgemeinen Relativitätstheorie. Da die Schwerkraft in einem homogenen Gravitationsfeld für alle Körper dieselbe beschleunigende Kraft darstellt, bleiben die relativen Bewegungen der Körper untereinander dieselben. Gerade auch im Zusammenhang mit dem Corollar V kann man den Begriff des Inertialsystems auch auf solche Systeme ausdehnen, die sich frei fallend in einem universellen homogenen Kraftfeld befinden.

5.3 Optik

Die *Optik* [52] ist ein Spätwerk Newtons. Sie erschien 1704 und beschäftigt sich hauptsächlich mit „Spiegelungen, Brechungen, Beugungen und Farben des Lichtes“, wie auch der Untertitel schon andeutet. Der Anhang des III. Buches der *Optik* enthält einen Fragenkatalog, wo Newton Probleme anspricht, die er „unvollendet gelassen hat“, damit „andere den Gegenstand weiter untersuchen mögen“.

Die ersten Fragen beziehen sich ganz konkret auf die Optik, Lichtausbreitung, -brechung und -beugung. Die Fragen werden jedoch immer allgemeiner. Insbesondere setzt er sich ab Frage 18 mit dem Problem des Äthers (dieser Begriff wurde von Newton in seiner *Optik* geprägt) auseinander. Obwohl das Konzept des absoluten (und leeren) Raumes in der Mechanik so großartig funktioniert hatte, war Newton im Rahmen seiner optischen Untersuchungen wieder auf das Problem eines mit Materie angefüllten Raumes zurückgekommen. Insbesondere drehte sich die Frage um die Korpuskel- oder Wellennatur des Lichtes. Während Newton eine Korpuskelnatur vorzog, hatte Huygens mit der Annahme einer Wellennatur einige Phänomene des Lichtes erklären können. Eine Wellennatur des Lichtes war aber nur mit Hilfe einer Ätherhypothese denkbar, da man für die Welle ein Medium als notwendig erachtete, in dem sie sich fortpflanzen kann.

Auch in Bezug auf die Frage nach der Natur der Gravitation war die Annahme eines Mediums hilfreich. Dieses Medium hätte eine unterschiedliche Dichte, wobei die Dichte in der Nähe des Gravitationszentrums kleiner wäre als weit weg von diesem Zentrum. Ähnlich wie bei Licht, das beim Eintritt von einem optisch dünneren Medium in ein optisch dichteres Medium zu dem dünneren Medium hin gebrochen wird, ließe sich so die Anziehung der Gravitation als ein Bestreben der Massen zu Bereichen eines dünneren Äthers begreifen.

In der 28. Frage geht Newton auf das Problem des Widerstands ein, den ein Medium auf einen bewegten Körper ausübt. Er stellt fest, dass ein dichteres Medium einen größeren Widerstand hat und schließt daraus, dass die Planeten bei Vorhandensein eines Äthers sehr rasch zur Ruhe kommen müssten. Er spricht sich aus diesem Grund gegen die Hypothese eines Äthers aus, in dem das Licht sich ausbreitet. Die letzten Abschnitte dieser Frage seien hier wiedergegeben:

... Um also die regelmässige und andauernde Bewegung der Planeten und Kometen zu erklären, muss der Himmelsraum von jeglicher Materie leer angenommen werden, ausgenommen vielleicht gewisse äusserst dünne Dämpfe, Dünste oder Ausstrahlungen [Effluvia], die aus den Atmosphären der Erde, der Planeten und Kometen und einem so ausserordentlich dünnen ätherischen Medium aufsteigen, wie wir es oben beschrieben haben. Ein dichtes Fluidum kann nichts nützen zur Erklärung der Naturerscheinungen, da sich ohne ein solches die Bewegungen der Planeten und Kometen weit besser erklären. Es dient nur, die Bewegungen dieser grossen Körper zu stören und zu verzögern und das Wirken der Natur zu lähmen, und in den Poren der Körper die schwingenden Bewegungen ihrer Theilchen aufzuhalten, auf der die Wärme und die Wirksamkeit der Körper beruht. Wenn aber eine solche Flüssigkeit von keinem Nutzen ist und die Operationen der Natur hindert und schwächt, so ist kein Grund für deren Existenz vorhanden, und folglich muss sie verworfen werden. Damit ist auch die Hypothese beseitigt, dass das Licht in Druck oder Bewegung bestehe, die sich in solch einem Medium verbreiten.

Für die Verwerfung eines solchen Mediums haben wir auch die Autorität jener ältesten und berühmtesten Philosophen Griechenlands und Phöniziens für uns, welche den leeren Raum und die Atome und die Schwere der Atome zu den ersten Grundsätzen ihrer Philosophie machten und die Schwerkraft stillschweigend irgend einer anderen, von der dichten Materie verschiedenen Ursache zuschrieben. Spätere Philosophen verbannen die Betrachtung einer solchen Ursache aus der Naturphilosophie, ersinnen Hypothesen, um Alles mechanisch zu erklären, und weisen die anderen Ursachen der Metaphysik zu, während es doch die Hauptaufgabe der Naturphilosophie ist, aus den Erscheinungen ohne Hypothesen Schlüsse zu ziehen und die Ursachen aus ihren Wirkungen abzuleiten, bis die wahre erste Ursache erreicht ist, die sicherlich keine mechanische ist, und nicht nur den Mechanismus der Welt zu entwickeln, sondern hauptsächlich Fragen zu lösen, wie die folgenden:

Was erfüllt die von Materie fast leeren Räume, und woher kommt es, dass Sonne und Planeten einander anziehen, ohne dass eine dichte Materie sich zwischen ihnen befindet? Woher kommt es, dass die Natur nichts vergebens thut, und woher rührt all die Ordnung und Schönheit der Welt? Zu welchem Zwecke giebt es Kometen, und woher kommt es, dass die Planeten sich alle in concentrischen Kreisen nach einer und derselben Richtung bewegen, während die Kometen auf alle möglichen Weisen in sehr excentrischen Bahnen laufen, und was hindert die Fixsterne daran, dass sie nicht auf einander fallen? Wie wurden die Körper der Thiere so kunstvoll ersonnen und zu welchem Zwecke dienen ihre einzelnen Theile? Wurde das Auge hergestellt ohne Fertigkeit in der Optik und das Ohr ohne die Wissenschaft vom Schall? Wie geschieht es, dass die Bewegungen des Körpers dem Willen folgen, und woher rührt der Instinkt der Thiere? Ist nicht der Sitz der Empfindungen beim Thiere da, wo die empfindende Substanz sich befindet, und wohin die wahrnehmbaren Bilder der Aussenwelt durch die Nerven und das Gehirn geleitet werden, um dort durch ihre unmittelbare Gegenwart bei dieser Substanz zur Wahrnehmung zu

gelangen?

Und da dies Alles so wohl eingerichtet ist, wird es nicht aus den Naturerscheinungen offenbar, dass es ein unkörperliches, lebendiges, intelligentes und allgegenwärtiges Wesen geben muss, welches im unendlichen Raume, gleichsam seinem Empfindungsorgane, alle Dinge in ihrem Innersten durchschaut und sie in unmittelbarer Gegenwart völlig begreift, Dinge, von denen in unser kleines Empfindungsorgan durch die Sinne nur die Bilder geleitet und von dem, was in uns empfindet und denkt, geschaut und betrachtet werden. Und wenn uns auch jeder richtige, in dieser Philosophie gethane Schritt nicht unmittelbar zur Erkenntnis der ersten Ursache führt, bringt er uns doch dieser Erkenntnis näher und ist deshalb hoch zu schätzen.

Dieser letzte Abschnitt, in dem Newton den Raum als das „sensorium dei“ bezeichnet, wurde später auch Anlass eines Streites zwischen Leibniz und Clarke (vgl. Abschn. 6). Zumindest wird deutlich, dass für Newton die Akzeptanz des absoluten Raumes weitaus weniger selbstverständlich war, als es oftmals in der Literatur dargestellt wird.

Newton hat sich übrigens oft gegen das Prinzip einer Fernwirkung ausgesprochen. Bekannt ist folgendes Zitat (aus *Gravitation* [47], S. 41): „That one body may act upon another at a distance through a vacuum, without the mediation of any thing else, by and through which their action and force may be conveyed from one to another, is to me so great an absurdity, that I believe no man, who has in philosophical matters a competent faculty of thinking, can ever fall into it.“

Die Frage 31 aus der *Optik* [52] deutet ebenfalls in die Richtung, dass Newton die Fernwirkung nur als mathematischen Trick zur Berechnung der Planetenbahnen angesehen hat, nicht aber als die wirkliche Ursache der Gravitation:

Besitzen nicht die kleinen Partikeln der Körper gewisse Kräfte [Powers, Virtues or Forces], durch welche sie in die Ferne hin nicht nur auf die Lichtstrahlen einwirken, um sie zu reflectiren, zu brechen und zu beugen, sondern auch gegenseitig auf einander, wodurch sie einen grossen Theil der Naturerscheinungen hervorbringen? Denn es ist bekannt, dass die Körper durch die Anziehungen der Gravitation, des Magnetismus und der Elektricität auf einander einwirken. Diese Beispiele, die uns Wesen und Lauf der Natur zeigen, machen es wahrscheinlich, dass es ausser den genannten noch andere anziehende Kräfte geben mag, denn die Natur behauptet immer Gleichförmigkeit und Uebereinstimmung mit sich selbst. Wie diese Anziehungen bewerkstelligt werden mögen, will ich hier gar nicht untersuchen. Was ich Anziehung nenne, kann durch Impulse oder auf anderem, mir nicht bekanntem Wege zu Stande kommen. Ich brauche das Wort nur, um im Allgemeinen irgend eine Kraft zu bezeichnen, durch welche die Körper gegen einander hin streben, was auch die Ursache davon sein möge. Erst müssen wir aus den Naturerscheinungen lernen, welche Körper einander anziehen, und welches die Gesetze und die Eigenthümlichkeiten dieser Anziehung sind, ehe wir nach der Ursache fragen, durch welche die Anziehung bewirkt wird. Die Anziehungen der Schwerkraft, des Magnetismus und der Elektricität reichen bis in merkliche Entfernungen und sind in Folge dessen von aller Welts Augen beobachtet worden, aber es mag wohl andere geben, die nur bis in so kleine Entfernungen reichen, dass sie der Beobachtung bis jetzt entgangen sind; vielleicht reicht die elektrische Anziehung, selbst wenn sie nicht durch Reibung erregt ist, zu solchen kleinen Entfernungen.

5.4 Die Ursprünge der Newtonschen Raum-Vorstellung

Newton hat sein Konzept der absoluten Zeit und des absoluten Raumes nicht primär aus physikalischen Anschauungen entwickelt, sondern eher aufgrund seiner theologischen Ansichten. Eine sehr schöne Abhandlung zu den Ursprüngen der Newtonschen Raum- und Zeit-Vorstellungen findet man bei Fierz [22]. Insbesondere war Newton vom *Corpus Hermeticum* beeinflusst. Fierz schreibt dazu (S. 77):

Die ersten antiken Schriften ... waren ja nicht diejenigen Platos, sondern die im *Corpus Hermeticum* vereinigten Gespräche oder Reden, die dem HERMES TRISMEGISTUS zugeschrieben wurden. Diesen Hermes betrachtete man als eine historische Persönlichkeit, die zur Zeit Moses in Ägypten gelebt haben sollte – manche hielten ihn gar für einen Zeitgenossen Abrahams. Wie Moses, oder vielleicht durch dessen Vermittlung, sollte er göttliche Offenbarung empfangen haben.

... Alle diese Weisheiten, so glaubte man weiter, hätten PYTHAGORAS und PLATO in Ägypten kennengelernt, und so sei die göttliche Offenbarung aufs neue aufgelebt. Die Erkenntnis, dass das *Corpus Hermeticum* erst aus dem zweiten oder dritten nachchristlichen Jahrhundert stammt ... hat sich erst im Laufe des 17. Jahrhunderts oder noch später durchgesetzt. Noch Boyle und Newton teilen die alte Meinung, dass alle Weisheit auf die mosaischen Zeiten zurückgehe. ...

Fierz zitiert nun aus der zweiten Rede des Hermes an Asclepius, die ausdrücklich vom Raume handelt:

Alles, was sich bewegt, bewegt sich in etwas und durch etwas. Die Natur dessen, in dem sich etwas bewegt, ist der Natur des Bewegten entgegengesetzt. Der bewegte Kosmos ist ein Körper. Daher ist der Raum unkörperlich. Was aber unkörperlich ist, gehört entweder Gott zu oder es ist Gott selber. Dieses unkörperliche Etwas, das Gott zugehört, muss seiner Natur nach ewige Substanz sein. Der Raum ist nun nicht Gott selber, denn er ist ein Objekt unseres Denkens, während Gott nur Objekt seines eigenen Denkens ist.

Daher ist der Raum die Wirksamkeit einer Kraft, die die Dinge umfängt. Er ist aber nicht das Leere, denn dies wäre Nichts. Also ist er, in dem sich alles bewegt, ganz Geist.

Kapitel 6

Gottfried Wilhelm Leibniz

geb. 1.7.1646 in Leipzig; gest. 14.11.1716 in Hannover

Im Gegensatz zu Newton war Leibniz eher Philosoph und Mathematiker als Physiker, insbesondere, als man unter diesem Begriff damals in erster Linie einen Experimentalphysiker verstanden hatte. Newton hatte die Experimente, die er beispielsweise in der *Optik* beschreibt, alle selber durchgeführt. Er wußte also aus unmittelbarer Erfahrung, wovon er sprach. Leibniz hingegen kannte diese Experimente vermutlich nur aus Schriften oder Gesprächen. Allerdings wird Leibniz nachsagt, er sei der letzte Enzyklopädist gewesen. Leibniz und Newton waren in mehrfacher Hinsicht Gegner. Am bekanntesten ist vermutlich der Prioritätenstreit hinsichtlich der Erfindung der Infinitesimalrechnung, der damals von offizieller Stelle (und vermutlich unter dem Einfluss Newtons) zugunsten Newtons entschieden wurde, nach heutiger Kenntnis aber vermutlich doch auf einer unabhängigen Entwicklung gleicher mathematischer Erkenntnisse beruhte. Hinsichtlich der Notation hat sich die Schreibweise von Leibniz als die elegantere durchgesetzt.

Auch theologisch hatten Newton und Leibniz grundsätzliche Meinungsverschiedenheiten, die unter anderem in dem Briefwechsel zwischen Leibniz und Clarke, von dem unten noch die Rede sein wird, ausgetragen wurden. So glaube Newton, dass Gott von Zeit zu Zeit in das Geschehen auf der Welt eingreift, um wieder Ordnung zu schaffen, beispielsweise um die Planeten auf ihren Bahnen zu halten, da diese durch den dünnen interplanetarischen Staub langsam gebremst würden. Leibniz nannte den Gott Newtons daher einen schlechten Uhrmacher, der von Zeit zu Zeit seine Uhren neu stellen muß, damit diese korrekt gehen. Umgekehrt glaubte Leibniz eher an einen perfekten Uhrmacher, der die Welt einmal geschaffen hat und nun nicht mehr eingreifen muß. Der Vorwurf Newtons war daher, dass dieser Gott nur von außen zuschaut, und mit dieser Welt eigentlich nichts mehr zu tun hat.

6.1 Philosophische Grundlagen bei Leibniz

Die wesentlichen Grundsätze der Philosophie Leibniz' werden in seiner *Theodizee* erörtert. Er begründete seine Naturphilosophie auf bestimmten Prinzipien, wobei „Prinzip“ hier nicht im Sinne von „Grundlagen“ zu verstehen ist, sondern eher im Sinne von „Regeln, Gesetze“. Bekannt sind besonders zwei Prinzipien: das *Prinzip des hinreichenden Grundes* und das *Prinzip der Identität des Ununterscheidbaren*. Inwiefern sich das erste Prinzip aus dem zweiten herleiten lässt, soll hier nicht diskutiert werden. Leibniz erläutert das Prinzip des hinreichenden Grundes in seinen *Vernunftprinzipien der Natur* [41], Punkt 7 (S. 13). Dort sagt er: „Bis hierher haben wir nur einfach als Physiker geredet; jetzt wird es nötig, sich zur Metaphysik zu erheben, indem wir uns des bedeutenden, obgleich gemeinhin wenig angewandten Prinzips bedienen, wonach nichts ohne zureichenden Grund geschieht, d.h., dass sich nichts ereignet, ohne dass es dem, der die Dinge hinlänglich kannte, möglich wäre, einen zureichenden Bestimmungsgrund anzugeben, weshalb es so ist und durchaus nicht anders.“ Dieses Prinzip spielt in der Argumentation von Leibniz eine wesentliche Rolle, nicht nur hinsichtlich seiner naturphilosophischen Überlegungen. Wir werden sehen, dass er seine Raum- und Zeitvorstellungen ebenfalls damit begründet.

Auch hinsichtlich ihrer Auffassungen von „Raum“ und „Zeit“ waren Newton und Leibniz nahezu konträr. Während Newton seine Vorstellungen vom absoluten Raum und absoluter Zeit vertrat, wie er sie in seiner *Principia* beschrieben hatte, waren die Raum- und Zeitvorstellung von Leibniz rein relationale, d.h. durch Relationen gegebene. Für Leibniz ist „Raum“ durch die Menge der Relationen zwischen den Gegenständen gegeben. Seine Vorstellungen sind daher den Ideen Descartes ähnlicher. Während aber bei Descartes diese Relationen konkret „Nachbarschaftsverhältnisse“ waren, handelt es sich bei Leibniz eher allgemeiner um „relative Lagen und Entfernungen“. Wie „Entfernung“ aber zustande kommt, lässt Leibniz offen. Er möchte Raum eher als ein Ordnungsprinzip verstanden wissen, das der Mensch sich von den Relationen zwischen den Körpern macht.

Ergänzt und konkretisiert werden diese allgemeinen Vorstellungen von Raum und Zeit durch den Substanzbegriff von Leibniz, den er in der *Monadologie* erörtert. Die elementaren Gegenstände sind danach die Monaden; sie sind ohne Teile ([41], *Monadologie* 1). Die Relationen zwischen den Monaden sind die Perzeptionen, d.h. die Wahrnehmungen, die eine Monade von den anderen Monaden hat. Allerdings beeinflussen sich die Monaden nicht mehr gegenseitig, sondern sie wurden bei ihrer Erschaffung so aufeinander abgestimmt, dass sie auch unabhängig voneinander in Harmonie stehen – die *harmonia praestabilita*. Hier kommt wieder das Bild von Gott als dem perfekten Uhrmacher ins Spiel.

6.2 Der Briefwechsel zwischen Clarke und Leibniz

Zwischen November 1715 und Oktober 1716 fand ein Briefwechsel zwischen Leibniz und dem anglikanischen Theologen und Philosophen Samuel Clarke (1675–1729) statt. Beide Kontrahenten adressierten ihre Briefe jeweils an die Prinzessin von Wales, Caroline von Brandenburg-Ansbach (1683–1737), die eine gute Freundin von Leibniz war. Sie reichte dann die an sie gerichteten Briefe jeweils weiter. Insgesamt schrieb Leibniz fünf Briefe an Caroline, zu jedem gibt es eine

Entgegnung von Clarke. Auf die letzte Entgegnung Clarkes konnte Leibniz nicht mehr antworten, da er im November des Jahres verstarb.

Ausgelöst wurde der Briefwechsel durch die Anfrage von Caroline an Leibniz, ob er Einwände gegen Samuel Clarke als Übersetzer der *Theodizee* ins Englische habe. In diesem Schreiben erwähnte Caroline auch, dass Clarke ein guter Freund Newtons sei. Leibniz hatte den für ihn negativen Ausgang des Prioritätenstreits mit Newton noch nicht vergessen und konnte nicht umhin, in seiner Antwort an Caroline einige Seitenhiebe gegen Newton einzubringen. Leibniz schrieb seine Briefe an Caroline übrigens in Französisch, der damaligen Sprache an den europäischen Höfen, während Clarke seine Antworten auf Englisch verfasste ([11]).

In diesen Briefen äußert sich Leibniz unter anderem zu den Raumvorstellungen von Newton. Es gilt heute als sicher, dass Clarke seine Antworten mit Newton abgesprochen hat, sodass man die Entgegnungen Clarkes als von Newton autorisiert ansehen darf. Große Teile dieses Briefwechsels, insbesondere soweit es die Raum- und Zeitvorstellungen bei Leibniz und Newton betrifft, sind im Anhang ?? wiedergegeben. Im folgenden konzentrieren wir uns auf einige ausgewählte Themen, und stellen die jeweiligen Standpunkte direkt gegenüber.

Der Streit entfacht sich unter anderem an einer Bemerkung Leibniz' zu der newtonschen Vorstellung von Raum als dem „sensorium dei“, vgl. Abschnitt 5.3. Leibniz wirft Newton vor, den Raum als das „Organ“ (Leibniz 1/3) zu betrachten, mit dem Gott die Dinge wahrnimmt. Clarke antwortet, dass Newton nicht ein Wahrnehmungs-„Organ“ gemeint habe, sondern eher eine Art Empfindungszentrum. Außerdem habe es sich nur um ein Gleichnis gehandelt (Clarke 1/3). In diesem Punkt entwickelt sich der Briefwechsel zu einem Disput über die Bedeutung des Wortes „sensorium“.

6.2.1 Relationale versus absolute Raumzeit

Eines der Hauptthemen des Briefwechsels wird die Gegenüberstellung von relationaler und absoluter Raum-Zeit-Vorstellung. Während Newton sein Konzept einer absoluten Raum-Zeit in seiner *Principia* erörtert hat, bezieht Leibniz sich auf seine *Theodizee*. So sieht sich Leibniz aufgrund der offensichtlichen gegenseitigen Missverständnisse erst in seinem letzten Brief gezwungen, seine Vorstellungen von einem relationalen Raum zu beschreiben:

Leibniz 5: 47. Die Menschen gelangen etwa so dazu, sich den Begriff des Raumes zu bilden. Sie bedenken, dass mehrere Dinge gleichzeitig existieren, und sie finden unter diesen eine bestimmte Ordnung des zusammen Existierens vor, nach der das Verhältnis der einen zu den anderen mehr oder weniger einfach ist. Das ist ihre Lage oder Entfernung voneinander. Geschieht es, dass eines dieser zusammen Existierenden sein Verhältnis zu einer Mehrheit anderer verändert, ohne dass diese das ihre untereinander verändern, und dass ein neu Hinzugekommenes dasselbe Verhältnis zu den anderen einnimmt, die das erste zu den anderen gehabt hätte, so sagt man, dass es dessen *Ort* eingenommen hat und nennt diese Veränderung *eine Bewegung* desjenigen, bei dem die unmittelbare Ursache der Veränderung liegt. Und wenn mehrere oder selbst alle ihre Richtung und Geschwindigkeit gemäß bestimmten bekannten Regeln verändern würden, so könnte man immer das Lageverhältnis bestimmten, welches jedes zu jedem anderen annimmt; und ebenso dasjenige, welches jedes andere haben würde, wenn es sich gar nicht verändert hätte, oder es sich anders verändert hätte. Nimmt man nun an oder fingiert man,

dass es unter jenen zusammen Existierenden eine hinreichende Anzahl einiger gibt, die sich zueinander in keiner Weise verändert haben, so wird man sagen, dass jene, die zu diesen fixierten Existierenden dasselbe Verhältnis haben, welches andere vorher zu diesen hatten, denselben *Ort* eingenommen haben, den diese anderen innegehabt haben. Und dasjenige, was alle diese Orte begreift, nennt man *Raum*. Das zeigt, dass es, um eine Vorstellung vom Ort und folglich vom Raum zu haben, hinreicht, diese Verhältnisse und die Regeln ihrer Veränderungen zu betrachten, ohne dass man sich dazu irgendeine absolute Wirklichkeit außer den Dingen ausdenken muß, deren Lage man betrachtet.

Interessant ist, dass Leibniz an dieser Stelle schon so etwas wie ein „Bezugssystem“ einführt, wenn er sagt: „Nimmt man nun an oder fingiert man, dass es unter jenen zusammen Existierenden eine hinreichende Anzahl einiger gibt, die sich zueinander in keiner Weise verändert haben ...“.

Leibniz macht zu seiner Begründung immer wieder von seinem Prinzip des hinreichenden Grundes Gebrauch (und, in abgewandelter Form, auch vom Prinzip der Identität des Ununterscheidbaren), und er wendet dieses Prinzip sogar auf den Willen Gottes an - „Gott tut nichts ohne einen hinreichenden Grund“. Clarke setzt Leibniz die absoluten Raum-Zeit-Vorstellungen Newtons entgegen und kontert gegen das Prinzip vom hinreichenden Grund mit der Ansicht, dass der Wille Gottes „hinreichender Grund“ genug sei. Die Hauptgegensätze ergeben sich jedoch daraus, dass Leibniz unter „Ort“ immer die relative Lage von Körpern versteht, wohingegen Clarke damit einen Teil des absoluten Raumes bezeichnet. Nachdem Leibniz sich im zweiten Briefwechsel der Tatsache versichert hat, dass die Gegenseite das Prinzip des hinreichenden Grundes akzeptiert, eröffnet er in seinem dritten Brief die Diskussion um die relationale Raum-Zeit:

Leibniz 3. Brief:

2. Man gibt mir den wichtigen Grundsatz zu, dass sich nichts ereignet, ohne dass es einen hinreichenden Grund dafür gibt, weshalb es sich so und nicht anders verhält. Aber man gibt ihn mir in Worten zu, im Ergebnis weist man ihn zurück. ...
3. Diese Herren behaupten also, dass der Raum eine wirkliche absolute Wesenheit ist; aber das bringt sie in große Schwierigkeiten. ...
4. Was mich angeht, so habe ich mehr als einmal betont, dass ich den Raum für etwas bloß Relatives halte, wie die Zeit; für eine Ordnung des gleichzeitig Bestehenden, wie die Zeit eine Ordnung von Aufeinanderfolgendem ist. Denn der Raum bezeichnet als Ausdruck der Möglichkeit eine Ordnung von Dingen, die zur selben Zeit existieren, insofern sie zusammen existieren, ohne auf ihre besonderen Arten zu existieren einzugehen: und wenn man mehrere Dinge zusammen sieht, so nimmt man diese Ordnung der Dinge untereinander wahr.
5. Um die Einbildung derer zu widerlegen, die den Raum für eine Substanz oder zumindest für irgendeine absolute Wesenheit halten, habe ich mehrere Beweise. Aber ich will mich gegenwärtig nur des einen bedienen, zu dem man mir hier den Anlass liefert. Ich sage also, dass dann, wenn der Raum eine absolute Wesenheit wäre, etwas vorkäme, wofür man unmöglich einen hinreichenden Grund angeben könnte, was gegen unser Axiom ist. Dies beweise ich folgendermaßen. Der Raum ist etwas absolut Gleichförmiges, und ohne darin befindliche Dinge unterscheidet sich ein Punkt des Raumes absolut in nichts von einem anderen Punkt des Raumes. Nun folgt hieraus, vorausgesetzt der Raum ist irgend etwas für sich selbst außer der Ordnung der Körper untereinander, dass es unmöglich einen Grund geben könnte, weshalb Gott, bei Aufrechterhaltung derselben Lagen der Körper zueinander, sie im Raum so und nicht anders angeordnet hätte, und weshalb nicht alles entgegengesetzt angeordnet wurde, beispielsweise durch einen Tausch von Osten und Westen. Wenn aber der Raum nichts anderes ist, als diese Ordnung

oder Beziehung, und wenn er ohne die Körper überhaupt nichts ist, als die Möglichkeit, sie darin anzuordnen, so würden diese beiden Zustände, der eine der, wie er ist, der andere entgegengesetzt angenommen, sich untereinander in nichts unterscheiden: ihr Unterschied findet sich nur in unserer abwegigen Voraussetzung der Wirklichkeit des Raumes an sich. Aber in Wahrheit wäre der eine genau dasselbe wie der andere, da sie absolut ununterscheidbar sind und folglich kein Platz ist für die Frage nach einem Grund für die Bevorzugung des einen vor dem anderen.

6. Ebenso verhält es sich mit der Zeit. Angenommen jemand fragte, weshalb Gott nicht alles um ein Jahr früher geschaffen hat; und wenn dieselbe Person den Schluss ziehen wollte, dass Gott etwas getan hat, wofür man unmöglich einen Grund angeben kann, weshalb er es so und nicht anders gemacht hat, so würde man ihm antworten, dass seine Schlussfolgerung richtig wäre, wenn die Zeit etwas wäre, das außerhalb der zeitlichen Dinge ist, weil es dann unmöglich wäre, einen Grund zu finden, weshalb die Dinge, bei gleichbleibender Aufeinanderfolge, diesem und nicht anderen Augenblicken zugeordnet sein sollten. Aber eben dies beweist, dass die Augenblicke außer den Dingen nichts sind, und dass sie ausschließlich in deren aufeinanderfolgender Ordnung Bestand haben, welche dieselbe bleibt, sodass sich der eine der beiden Zustände, wie derjenige der angenommenen zeitlichen Vorverschiedung, in nichts unterscheiden würde und nicht von dem anderen unterschieden werden könnte, der jetzt ist.

7. Man sieht aus all dem, was ich hier gesagt habe, dass mein Axiom nicht richtig erfasst worden ist, und dass man es zurückweist, während man es scheinbar zugesteht. Es ist wahr, so sagt man, dass es nichts ohne hinreichenden Grund dafür gibt, weshalb es so und nicht anders ist, aber man fügt hinzu, dass dieser hinreichende Grund häufig der einfache oder bloße Wille Gottes ist, wie bei der Frage, weshalb die Materie im Raum unter Beibehaltung der gegenseitigen Lagen der Körper nicht an einen anderen Ort gesetzt worden ist. Aber das heißt gerade zu behaupten, dass Gott etwas will, ohne dass er irgendeinen hinreichenden Grund für seinen Willen hat, entgegen dem Axiom oder der allgemeinen Regel allen Geschehens.

Clarke antwortet in seiner dritten Entgegnung:

Clarke's 3. Entgegnung:

2. Zweifellos existiert nichts ohne einen hinreichenden Grund, weshalb es so und nicht anders existiert, und weshalb es so und nicht anders ist. Aber bei Dingen, die von sich aus neutral sind, ist der bloße Wille, auf den nichts Äußeres einwirkt, allein dieser hinreichende Grund. ... Auch ergibt sich aus der Annahme, dass der Raum nicht wirklich ist, sondern nur die bloße Ordnung von Körpern, dieser offensichtliche Unsinn, dass nach dieser Vorstellung, wenn die Erde und die Sonne und der Mond dorthin gestellt worden wären, wo die entferntesten Fixsterne jetzt sind (gesetzt sie wären in derselben Ordnung und Entfernung dorthin gestellt worden, die sie jetzt zueinander einhalten), das nicht nur (wie der gelehrte Verfasser zu Recht sagt) *la même chose* gewesen wäre, im Ergebnis dieselbe Sache, was allerdings zutrifft: sondern darüber hinaus ergäbe sich, dass sie alsdann sich auch an demselben Ort befunden hätten, an dem sie jetzt sind, was ein eindeutiger Widerspruch ist. ...

4. Wenn der Raum nichts wäre als die Ordnung gleichzeitig bestehender Dinge, so ergäbe sich, wenn Gott die gesamte materielle Welt gleich mit welcher Geschwindigkeit geradlinig fortbewegen würde, dass sie doch noch immer am selben Ort bliebe, und dass beim urplötzlichen Anhalten jener Bewegung nichts den geringsten Stoß erfahren würde. Und wenn die Zeit nichts wäre als die Ordnung der Aufeinanderfolge geschaffener Dinge, so ergäbe sich, dass die Welt, wenn Gott sie Millionen von Jahren früher als geschehen erschaffen hätte, doch keineswegs früher erschaffen worden wäre. ...

5. In diesem Abschnitt wird eingewendet, dass deshalb, weil der Raum gleichförmig und gleich ist und ein Teil sich von anderen nicht unterscheidet, die an einem Ort geschaffenen Körper, wenn sie an einem anderen Ort geschaffen worden wären (vorausgesetzt sie behalten untereinander dieselbe Lage), immer noch an demselben Platz wie vorher erschaffen worden wären, was ein handgreiflicher Widerspruch ist. Allerdings beweist die Gleichförmigkeit des Raumes, dass es keinen (äußeren) Grund für Gott geben

konnte, Dinge eher an diesem als an jenem Ort zu erschaffen: aber hält das davon ab, dass sein Wille für sich allein ein hinreichender Grund für das Wirken an irgendeinem Ort ist, da alle Orte neutral oder gleich sind, und dass er guten Grund haben kann, an einem Ort zu wirken?

In den Folgebriefen werden diese Argumente von den beiden Kontrahenten ausgiebig wiederholt, ohne dass eine Annäherung stattfindet. Die beiden folgenden Zitate sollen das verdeutlichen:

Leibniz 4: 6. Zwei voneinander ununterscheidbare Dinge vorauszusetzen bedeutet, ein und dasselbe unter zwei Namen vorauszusetzen. Deshalb ist die Hypothese, dass das Universum zuerst eine andere zeitliche und örtliche Lage hätte haben können als die, die es tatsächlich innehat, und dass gleichwohl alle Teile des Universums zueinander dieselbe Lage hätten haben können wie die, die sie tatsächlich einnehmen, eine unmögliche Erfindung.

Clarke 4: 5. und 6. Wenn zwei Dinge vollkommen gleich sind, so hören sie deshalb nicht auf, zwei zu sein. Die Teile der Zeit sind einander ebenso gleich wie jene des Raumes: aber zwei Zeitpunkte sind nicht derselbe Zeitpunkt, und sie sind auch nicht bloß zwei Namen für denselben Zeitpunkt. Hätte Gott die Welt erst in diesem Augenblick erschaffen, so wäre sie nicht zu der Zeit erschaffen worden, zu der sie erschaffen wurde. Und wenn Gott der Materie eine endliche Größe gegeben hat (oder geben kann), so muss folglich das materielle Universum seinem Wesen nach beweglich sein; denn nichts, das endlich ist, ist unbeweglich. ...

Leibniz 5: 27. Die Teile der Zeit oder des Ortes sind, für sich selbst genommen, Dinge, die nur in der Vorstellung vorhanden sind; deshalb gleichen sie einander vollkommen, wie zwei abstrakte Einheiten. So aber verhält es sich mit zwei konkreten *Einen* oder mit zwei wirklichen Zeiten oder mit zwei vollen Räumen, d.h. mit wahrhaften Wirklichkeiten nicht.

6.2.2 Trägheitskräfte

Ein interessantes Argument wird von Clarke in seiner dritten Entgegnung, Absatz 4 (s.o. und Anhang ??) eingebracht. Entsprechend der Vorstellung einer absoluten Bewegung relativ zum absoluten Raum kann Gott nach Clarke „die gesamte materielle Welt“ in eine geradlinig-gleichförmige Bewegung versetzen. Und er sagt nun, „dass beim urplötzlichen Anhalten jener Bewegung nichts den geringsten Stoß erfahren würde“.

Hier spricht Clarke das an, was wir heute als Trägheitskräfte bezeichnen würden. Die plötzliche Beschleunigung (das Anhalten) eines Körpers führt zu einer „Gegenkraft“ aufgrund der Trägheit des Körpers. In solchen Kräften glaubte Newton die sichtbaren Beweise für die Existenz des absoluten Raumes zu sehen. In der Vorstellung von Leibniz kann es solche Kräfte nicht geben, bzw. ihre Ursachen müssen anderswo liegen.

Es erhebt sich zunächst die Frage, ob wir wirklich in einer Newtonschen Raum-Zeit den Stoß verspüren würden, wenn Gott das Universum in seiner Bewegung relativ zum absoluten Raum plötzlich anhalten würde. Wie wird das Universum angehalten? Falls Gott das Universum anhielte, indem er auf alle Teile des Universums dieselbe bremsende Kraft ausübte, dann würden wir von einem Stoß nichts verspüren. Dies folgt schon aus dem Corollar VI in Newtons *Principia*

(vgl. Abschnitt 5.2.3), wonach eine universelle Kraft – d.h. eine Kraft, die für alle Teile eines Systems die gleiche Beschleunigung erwirkt – sich auf die relative Bewegung der Teile nicht auswirkt. Wir bemerken einen Stoß in einem Auto, das gegen eine Wand fährt, nur deshalb, weil wir von der Wand *nicht* in demselben Maße gebremst werden, wie der Wagen. Und wir haben auf einer Achterbahn ein ungutes Gefühl in der Magengegend, weil auf unsere inneren Organe *nicht* dieselben Beschleunigungskräfte wirken, wie auf die Oberfläche unseres Körpers.

Ungeachtet dieser Problematik ist es interessant, die weitere Diskussion zwischen Clarke und Leibniz zu verfolgen:

Leibniz 4: 13. Die Behauptung, dass Gott das ganze Universum in gerader oder sonstiger Richtung voranbewegen könnte, ohne ansonsten das geringste zu verändern, ist wiederum eine verstiegene Voraussetzung. Denn zwei voneinander nicht unterscheidbare Zustände sind derselbe Zustand, und folglich ist das eine Veränderung, die nichts verändert.

Clark 4: 13. Zwei Orte, auch wenn sie genau gleich sind, sind nicht derselbe Ort. Auch ist die Bewegung oder Ruhe des Universums nicht derselbe Zustand, ebenso wie die Bewegung oder Ruhe eines Schiffes nicht [deshalb] derselbe Zustand ist, weil ein in der Kajüte eingeschlossener Mann nicht wahrnehmen kann, ob das Schiff segelt oder nicht, solange es sich gleichförmig bewegt. Auch wenn der Mann sie nicht wahrnimmt, ist die Bewegung des Schiffes ein wirklich eigener Zustand und hat wirklich eigene Wirkungen und würde bei einem plötzlichen Halt andere wirkliche Wirkungen haben, und dasselbe gälte für eine un wahrnehmbare Bewegung des Universums.

Leibniz 5: 52. Nun wirft man ein, dass die Wahrheit der Bewegung von der Beobachtung unabhängig ist, und dass ein Schiff sich voranbewegen kann, ohne dass , wer darinnen ist, es bemerkt. Ich antworte, dass die Bewegung unabhängig von der Beobachtung, keineswegs aber unabhängig von der Beobachtbarkeit ist. Es gibt keinerlei Bewegung, wenn es keinerlei beobachtbare Veränderung gibt, auch überhaupt keine Veränderung.

Clarke 5: 31. Es wird behauptet, dass Bewegung notwendigerweise (§31) eine relative Lageveränderung eines Körpers mit Bezug auf andere Körper einschließt: und dennoch wird keine Möglichkeit aufgezeigt, die unsinnige Folgerung zu vermeiden, dass in diesem Fall die Beweglichkeit eines Körpers von der Existenz anderer Körper abhängt, und dass jeder einzelne, allein existierende Körper bewegungsunfähig wäre; oder dass die Teile eines rotierenden Körpers (angenommen der Sonne) die aus ihrer Rotationsbewegung hervorgehende *vis centrifuga* verlieren würden, wenn alle äußere Materie um sie herum vernichtet würde.

In dieser letzten Antwort nimmt Clarke gleichsam das Machsche Prinzip vorweg („Trägheitskräfte beruhen auf einer Wechselwirkung zwischen Materie“). Er scheint es aber als absurd zu empfinden, dass die Zentrifugalkräfte eines rotierenden Körpers aufhörten, wenn die äussere Materie fehlte.

6.2.3 Fernwirkung

Wir hatten schon bei unserer Diskussion der *Optik* angemerkt, dass Newton selber die Fernwirkung aus philosophischen Gründen ablehnte, sie aber – solange keine bessere Erklärung vorliegt – als Mittel zur Beschreibung der Gravitation akzeptierte (vgl. Seite 80). Insofern sind sich

die beiden Kontrahenten durchaus einig. Leibniz ist aber in seiner Ablehnung gegenüber allen „nicht-mechanistischen“ Erklärungen der Gravitation wesentlich radikaler, wie die folgenden Zitate zeigen:

Clarke 4: 45. Dass ein Körper einen anderen ohne vermittelndes Zwischenglied anziehen könnte, ist allerdings kein Wunder, sondern ein Widerspruch: denn das heißt anzunehmen, dass etwas wirkt, wo es nicht ist. Aber das Mittel, durch das zwei Körper einander anziehen, mag unsichtbar und unkörperlich und von anderer Art sein als ein Mechanismus; und doch kann man es, da es regelmäßig und gleichbleibend wirkt, durchaus natürlich nennen ...

Leibniz 5:

35. ... Ein Körper wird auf natürliche Weise niemals anders bewegt, als durch einen anderen Körper, der ihn anstößt, indem er ihn berührt; und danach bleibt es so, bis er durch einen anderen Körper, der ihn berührt, gehindert wird. Jede andere Wirkung auf Körper ist entweder übernatürlich oder eingebildet. 118. Ich hatte eingewandt, dass eine Anziehung im eigentlichen oder im scholastischen Sinn eine Fernwirkung ohne ein vermittelndes Etwas wäre. Man antwortet hier, dass eine Anziehung ohne ein vermittelndes Etwas ein Widerspruch wäre. Sehr gut: aber wie versteht man dann, dass die Sonne die Erdkugel durch einen leeren Raum hindurch anziehen soll? Ist es Gott, der als vermittelndes Etwas dient? ...

119. Oder gibt es vielleicht irgendwelche immateriellen Substanzen, oder irgendwelche geistigen Strahlen, oder irgendeine Eigenschaft ohne Substanz, eine gleichsam bewusstseinsbegabte Spezies, oder ich weiß nicht, was sonst noch, was dieses erforderliche vermittelnde Etwas ausmacht? ...

120. Dieses Übertragungsmittel ist (so behauptet man) unsichtbar, untastbar, nicht mechanisch. Man könnte mit demselben Recht hinzufügen: unerklärbar, nicht zu verstehen, ungewiß, grundlos und beipiellos.

Clarke 5: 118–123. Dass die Sonne die Erde durch den dazwischenliegenden leeren Raum anzieht, d.h. dass Erde und Sonne gegeneinander schwer sind oder zueinander hinstreben (was immer die Ursache jenes Strebens sein mag), mit einer Kraft, die ihren Massen oder dem Produkt aus ihren Volumina und ihren Dichten direkt und ihrem Abstandsquadraten umgekehrt proportional ist, und dass der Raum dazwischen leer ist, d.h. nichts in sich hat, was der Bewegung hindurchgehender Körper spürbar Widerstand leistet: all das ist nichts als eine durch Erfahrung erkannte Erscheinung oder wirkliche Tatsache. Dass diese Erscheinung nicht *sans moyens* erzeugt wird, d.h. ohne irgendeine Ursache, die imstande ist, eine solche Wirkung hervorzubringen, ist ohne Zweifel wahr. Deshalb mögen die Philosophen diese Ursache, sei sie mechanisch oder nicht mechanisch, suchen und entdecken, wenn sie können. Wenn sie die Ursache aber nicht entdecken können; ist deshalb die Wirkung selbst, die Erscheinung oder die durch Erfahrung entdeckte Tatsache (und nur das ist mit den Wörtern Anziehung und Gravitation gemeint) etwa weniger wahr?

Man gewinnt hier, wie auch an anderen Stellen, den Eindruck, dass Leibniz wesentlich mehr polemisiert als Clarke. Der Standpunkt von Leibniz ist offensichtlich: „Eine Bewegungsänderung kann nur durch Stoß zustande kommen.“ Clarke, und damit Newton, lassen sich mehr Spielraum bei den möglichen Erklärungen der Gravitation. Die feldtheoretische Formulierung der Gravitation, so wie sie heute in den ersten Semestern an der Universität gelehrt wird, scheint eher Newton Recht zu geben. In der allgemeine Relativitätstheorie kann man beide Standpunkte vertreten: Die nicht-triviale Bewegung eines Körpers im Gravitationsfeld wird nicht durch Stoßprozesse vermittelt, insofern entspricht dies Newtons Standpunkt. Andererseits bewegen sich Körper im reinen „Gravitationsfeld“ entlang der Geodäten einer gekrümmten Raum-Zeit,

d.h. führen eine verallgemeinerte „geradlinig-gleichförmige“ Bewegung aus, und insofern sind für diese Bewegung gar keine Stoßprozesse erforderlich. Im Rahmen einer quantenfeldtheoretischen Interpretation könnte man sich die Gravitation als durch Austauschteilchen (Gravitonen) vermittelt vorstellen, was eher dem Leibnizschen Standpunkt entspricht. Wie so oft löst die Quantenmechanik scheinbare Gegensätze auf ohne dass man sagen könnte, man hätte das Problem verstanden.

6.2.4 Was ist „leerer Raum“?

Wie immer, wenn das Problem des „leeren Raums“ angesprochen wird, erhebt sich auch die Frage, was man eigentlich unter „leer“ versteht bzw. welche Eigenschaften man dem leeren Raum denn zuspricht. Schon Descartes meinte (PPh, 2. Teil, §17): „so gilt endlich ein Raum als leer, in dem nichts wahrgenommen wird, wenn er auch ganz mit geschaffener und selbständig existierender Materie angefüllt ist, weil man nur die sinnlich wahrgenommenen Dinge zu beachten pflegt.“ Und auch Newton ist der Meinung, dass „leer“ nicht gleich „Nichts“ sein kann (s.u.). Was verstehen also die Anhänger der verschiedenen Raumvorstellungen unter dem „Leeren“, unabhängig davon, ob sie seine Existenz annehmen oder ablehnen? Diese Frage wird auch an einigen Stellen der Leibniz-Clarke-Korrespondenz angesprochen.

Leibniz 2: 2. Man behauptet weiter, dass nach den mathematischen Grundlagen, d.h. nach der Philosophie von Herrn Newton (denn die mathematischen Grundlagen sagen darüber nichts) *die Materie der unbedeutendste Teil des Universums ist*. Er nimmt nämlich außer der Materie einen leeren Raum an, sodass ihm zufolge die Materie nur einen sehr kleinen Teil des Raumes einnimmt.

Clarke 2: 2. Viele alte Griechen, die ihre Philosophie von den Phöniziern hatten, und deren Philosophie von Epikur verfälscht wurde, hielten in der Tat Materie und Vakuum für Alles, aber sie waren nicht in der Lage, diese Grundlagen mit Hilfe der Mathematik für die Erklärung der Naturerscheinungen einzusetzen.

Leibniz 3: 3. Diese Herren behaupten also, dass *der Raum* eine wirkliche absolute Wesenheit ist; aber das bringt sie in große Schwierigkeiten. Denn es scheint, dass diese Wesenheit ewig und unendlich sein muß. Deshalb gibt es welche, die geglaubt haben, dass sie Gott selbst ist oder doch sein Merkmal, seine Unermesslichkeit. Da sie aber Teile hat, so ist sie nichts, was mit Gott zu vereinbaren wäre.

Clarke 3: 3. Der Raum ist nicht ein Wesen, ein ewiges und unendliches Wesen, sondern eine Eigenschaft oder eine Folge der Existenz eines unendlichen und ewigen Wesens. Der unendliche Raum ist die Unermesslichkeit, aber die Unermesslichkeit ist nicht Gott: und deshalb ist der unendliche Raum nicht Gott.

Leibniz 4: 8. Wenn der Raum eine Eigenschaft oder ein Merkmal ist, so müsste er die Eigenschaft irgendeiner Substanz sein. Der leere beschränkte Raum aber, den seine Schutzheiligen zwischen zwei Körpern voraussetzen: welcher Substanz sollte der wohl als Eigenschaft oder als Zustand zukommen? 9. Wenn der unendliche Raum die Unermesslichkeit ist, so wird der endliche Raum das Gegenteil der Unermesslichkeit sein, d.h. die Messbarkeit oder die beschränkte Ausdehnung. Aber die Ausdehnung muss der Zustand von etwas Ausgedehntem sein. Wenn nun jener Raum leer ist, so wird er eine Eigenschaft ohne Subjekt, eine Ausdehnung ohne Ausgedehntes. Deshalb fällt, wer den Raum zu einer Eigenschaft macht, mit meiner Meinung zusammen, wonach er eine Ordnung von Dingen, nicht aber

irgend etwas Absolutes ist.

Clarke 4: 8. Der von Körpern leere Raum ist das Merkmal einer unkörperlichen Substanz. Der Raum ist nicht von Körpern begrenzt, sondern er ist innerhalb und außerhalb von Körpern gleichermaßen vorhanden. Der Raum ist nicht zwischen Körpern eingeschlossen ...

9. Der leere Raum ist keine Eigenschaft ohne Subjekt; denn unter leerem Raum verstehen wir nie einen von allem, sondern nur einen von Körpern leeren Raum. In jeglichem leeren Raum ist sicherlich Gott gegenwärtig, und womöglich viele andere Substanzen, die nicht Materie, und die weder greifbar, noch Wahrnehmungsgegenstände für jeden anderen unserer Sinne sind.

Leibniz 5: 62. Ich sage keineswegs, dass die Materie und der Raum ein und dieselbe Sache sind; ich sage lediglich, dass es keinerlei Raum gibt, wo es keinerlei Materie gibt; und dass der Raum für sich selbst durchaus keine absolute Wirklichkeit hat. Der Raum und die Materie unterscheiden sich wie die Zeit und die Bewegung. Die Dinge sind, wenngleich voneinander verschieden, doch nicht voneinander zu trennen.

Clarke 5: (Anmerkung zu §46) ... Alle Vorstellungen (so glaube ich), die man sich über den Raum je gemacht hat oder machen konnte, sind diese folgenden. Entweder ist er ein absolutes Nichts oder ein bloßer Gedanke oder nur eine Beziehung eines Dinges zu einem anderen, oder er ist körperlich oder von irgendeiner anderen Substanz, oder ein Merkmal einer Substanz.

Dass er nicht absolut nichts ist, liegt auf der Hand. Denn vom Nichts gibt es keine Menge, keine Maße, keine Eigenschaften. Dieser Satz ist die erste Grundlage jeglicher Wissenschaft; er drückt den einzigen Unterschied aus zwischen dem, was existiert, und dem, was nicht existiert. ...

Dass der Raum nicht körperlich ist, ist gleichfalls völlig klar. Denn in diesem Fall müsste das Körperliche notwendigerweise unendlich sein und es gäbe keinen Raum, der der Bewegung keinen Widerstand leistete. Das widerspricht der Erfahrung.

Nicht weniger offenkundig ist es, dass der Raum nicht irgendeine Art von Substanz ist. Denn der unendliche Raum ist *immensitas* [Unermässlichkeit], nicht *immensum* [das Unermässliche], während eine unendliche Substanz *immensum* ist, nicht *immensitas*. Ebenso wie auch Dauer keine Substanz ist: denn unendliche Dauer ist *aeternitas*, nicht *aeternum*; aber die unendliche Substanz ist *aeternum*, nicht *aeternitas*.

Deshalb verbleibt als notwendige Folgerung, dass der Raum eine Eigenschaft ist, ebenso wie die Dauer.

...

Insbesondere die Äußerung von Clarke (Entgegnung 4, Absatz 9) zeigt, dass auch Newton sich den „leeren Raum“ nicht wirklich als leer vorstellt, sondern aus „vielen anderen Substanzen, die nicht Materie, und die weder greifbar, noch Wahrnehmungsgegenstände für jeden anderen unserer Sinne sind“. Hier stimmt Newton insofern mit Descartes überein, als leerer Raum Dinge enthalten kann, die nicht sinnlich wahrnehmbar sind. Leibniz ist hier eher Empiriker. Ob eine Sache sinnlich wahrgenommen wird oder nicht, spielt keine Rolle, aber sie muss zumindest wahrnehmbar sein. Etwas, was prinzipiell nicht wahrgenommen werden kann, existiert für Leibniz auch nicht.

Dies zeigen auch die folgenden Zitate, in denen die Versuche zur Herstellung eines Vakuums von Otto von Guericke (1602–1686) angesprochen werden:

Clarke 4: Und auch leere Räume in der Welt sind nicht bloß imaginär. Mögen in einem luftleer gepumpten Rezipienten auch Lichtstrahlen und vielleicht noch etwas andere Materie in außerordentlich geringer Menge vorhanden sein, so zeigt doch das Fehlen eines Widerstandes klar an, dass der größte

Teil jenes Raumes von Materie entleert ist.

Leibniz 5: 34. Man hält mir das Vakuum entgegen, das Herr Guericke von Magdeburg entdeckt hat, der es durch Auspumpen der Luft aus einem Rezipienten hergestellt hat; und man behauptet, dass in dem Rezipienten wahrhaftig ein vollkommenes Vakuum ist oder ein Raum, der zumindest teilweise ohne Materie ist. ... ich finde, dass man den Rezipienten mit einem durchlöcherten Kasten im Wasser vergleichen kann, in dem sich Fische oder andere grobe Körper befinden, deren Platz, wenn man sie herausnähme, notwendigerweise von Wasser eingenommen würde. Es gibt da nur den Unterschied, dass das Wasser, obwohl es flüssig und nachgiebiger ist als jene groben Körper, doch ebenso schwer und ebenso massiv ist, wenn nicht noch mehr, während die Materie, die anstelle der Luft in den Rezipienten eintritt, sehr viel dünner ist. Die neuen Anhänger des Leeren antworten auf dieses Beispiel, dass nicht die Grobheit der Materie, sondern lediglich ihre Menge Widerstand leistet, sodass es notwendigerweise mehr Leeres gibt, wo weniger Widerstand ist. ... Darauf antworte ich, dass nicht so sehr die Menge der Materie, als die Schwierigkeit, mit der sie entweicht, den Widerstand ausmacht. Beispielsweise enthält treibendes Holz weniger schwere Materie, als ein gleich großes Wasservolumen, und dennoch leistet es einem Boot mehr Widerstand als Wasser.

Clarke 5: 33–35. Auf die Beweisführung gegen die Erfülltheit [des Raumes] mit Materie, die sich auf den Mangel von Widerstand in bestimmten Räumen stützt, erwidert der gelehrte Verfasser, dass jene Räume mit einer Materie angefüllt sind, die keine Schwere hat (§35). Aber die Beweisführung stützt sich nicht auf die Schwere, sondern auf den Widerstand, der der Menge der Materie proportional sein muß, ob die Materie schwer ist oder nicht.

Um dieser Entgegnung zuvorzukommen, behauptet er (§34), dass Widerstand nicht so sehr aus der Menge der Materie entsteht, als vielmehr aus ihrer Schwierigkeit auszuweichen. Aber diese Behauptung ist weit vom Ziel entfernt; denn die Frage bezog sich nur auf solche flüssige Körper, die wenig oder keine Zähigkeit haben, wie Wasser oder Quecksilber, deren Teile keine andere Schwierigkeit auszuweichen haben als die, welche sich aus der in ihnen enthaltenen Materiemenge ergibt. Das Beispiel (aaO.) eines treibenden Stückes Holz, das weniger schwere Materie enthält als ein gleiches Volumen Wasser und doch größeren Widerstand leistet, ist herrlich unphilosophisch: denn ein gleiches Volumen Wasser, das in einem Gefäß eingeschlossen oder zu Eis gefroren ist und treibt, erzeugt einen größeren Widerstand als das treibende Holz, weil der Widerstand sich als dann aus dem gesamten Wasservolumen ergibt: wenn aber das Wasser nicht eingeschlossen ist und frei fließen kann, so entsteht der Widerstand nicht aus dem Ganzen, sondern nur aus einem Teil des gleichen Wasservolumens; dann aber ist es kein Wunder, dass es weniger Widerstand zu leisten scheint als das Holz.

Hier wird deutlich, dass Newton auch Experimentalphysiker ist und sich mit den physikalischen Eigenschaften der Materie entsprechend gut auskennt. Die Natur des Widerstands von Materie hat Newton auch in der *Optik*, Frage 28, behandelt.

Bedenkt man andererseits, dass sich in einem leergepumpten „Rezipienten“ zumindest noch ein Strahlungsfeld befindet, also etwas, das für makroskopische Materie praktisch keinen Widerstand hat, so scheint der „Philosoph“ Leibniz dem „Naturwissenschaftler“ Newton an Phantasie und Weitsicht überlegen.

6.3 Descartes, Newton und Leibniz

Es lohnt sich, die unterschiedlichen Auffassungen von Raum, Zeit und Bewegung bei Descartes, Newton und Leibniz nochmals zu vergleichen. Bei dieser Gelegenheit wollen wir einige Kriterien einführen, an denen wir Raum-Zeit-Vorstellungen testen können.

- Was ist das Verhältnis von „Raum“ zu „Materie“?

Hier wäre sicherlich zu klären, was genau man unter Materie verstehen möchte. Insbesondere im Hinblick auf die allgemeine Relativitätstheorie erhebt sich die Frage, ob die durch den Ricci-Tensor und das Krümmungsskalar beschriebene „reine“ Gravitationstheorie Materie enthält, oder ist Materie nur das, was auf der anderen Seite der Einstein-Gleichungen in dem $T_{\mu\nu}$ zusammengefasst wird.

1. Descartes unterscheidet nicht zwischen Materie und Körper. Er scheint auch die Eigenschaft der „sinnlichen Wahrnehmbarkeit“ nicht als zwingend notwendig zu halten. Wesentliche Eigenschaft von Körpern ist jedoch ihre Ausdehnung „in Länge, Breite und Höhe“. Die Ausdehnung des Raumes ist bei Descartes identisch mit der Ausdehnung der Körper. Die Vorstellung von „Raum“ entsteht bei Descartes aus der Ausdehnung der einzelnen Körper und dem Geflecht der Nachbarschaftsverhältnisse der Körper untereinander.
2. Newton unterscheidet zwischen sinnlich wahrnehmbarer Materie und „Substanz“. „Raum“ ist wesensverschieden zu den Körpern im Raum. Leerer Raum kann aber angefüllt sein mit nicht wahrnehmbarer Substanz. Bei Newton ist „Raum“ so etwas wie der Behälter der Materie. Newton unterscheidet zwischen dem absoluten Raum, der für ihn wirklich existent ist aber nicht wahrnehmbar, und dem relativen Raum, der sich aus den relativen Lagen der Körper zu anderen Körpern ergibt. „Absoluter und relativer Raum sind von Art und Größe gleich.“
3. Für Leibniz ist Materie auch immer sinnlich wahrnehmbar. Allerdings muss Materie keine „Schwere“ haben. Heute würde man darin einen Widerspruch sehen, da „sinnlich wahrnehmbar“ heißt, dass es sich bei Materie um irgendeine Form von Energie handelt. Wegen des Äquivalenzprinzips hat Energie aber auch „Schwere“. „Raum“ entsteht aus der Ordnungsrelation des gleichzeitigen Nebeneinander von Körpern.

- Was bedeutet „Ort“?

1. Bei Descartes ist „Ort“ gleichbedeutend mit „Lage“ und ist durch die Nachbarschaftsverhältnisse der Körper gegeben. Er unterscheidet „eigentlichen Ort“ – die Nachbarschaftsverhältnisse zu den unmittelbaren Nachbarn – und „indirekten Ort“ als Lage (Folge von Nachbarschaftsverhältnissen) relativ zu nicht unmittelbar benachbarten Körpern.
2. Bei Newton sind die „absoluten Orte“ die Teile des absoluten Raums. Der Ort eines Körpers ist der Teil des absoluten Raums, an dem der Körper sich befindet. Die „relativen Orte“ sind die Lagen von Körpern relativ zu anderen Körpern.

3. Für Leibniz besteht der „Ort“ eines Körpers aus seinen Relationen zu anderen Körpern. Die Natur dieser Relationen lässt Leibniz offen, sie ist eher abstrakt, an manchen Stellen so etwas wie die „Entfernung“ zwischen den Körpern, an anderen Stellen die „Perzeptionen“ der Monaden, d.h. der elementaren Substanzen.

- Was bedeutet „leerer Raum“?

1. Descartes unterscheidet zwischen dem, was man langläufig als „leeren Raum“ bezeichnet, und der „wirklichen Leere“. „Leerer Raum“ bedeutet für ihn, dass die darin vorhandene Materie nicht sinnlich wahrgenommen wird. „Wirkliche Leere“ existiert für Descartes nicht und ist gleichbedeutend mit „Nichts“.
2. Für Newton besteht der leere Raum aus Gott, und möglicherweise aus einer Substanz, die nicht sinnlich wahrnehmbar ist.
3. Für Leibniz ist der leere Raum eine Erfindung. Da die Vorstellung von Raum aus den Ordnungsrelationen zwischen wahrnehmbaren Körpern entsteht, gibt es auch keinen leeren Raum. „Vakuum“ ist lediglich Materie, die keine Schwere und keinen Widerstand zeigt.

- Was bedeutet „Bewegung“?

1. Bei Descartes ist „Bewegung“ gleichbedeutend mit „Überführung aus den Nachbarschaftsverhältnissen von als ruhend angesehenen Körpern zu anderen Nachbarschaftsverhältnissen“. Entsprechend den zwei Vorstellungen von „Ort“ kennt Descartes auch eine direkte Bewegung und eine indirekte Bewegung, bei der ein Körper seine unmittelbaren Nachbarschaftsverhältnisse nicht ändert, aber als Teil eines größeren Komplexes an dessen Bewegung (Änderung der Nachbarschaftsverhältnisse an der Oberfläche) teilhat.
2. Newton unterscheidet wiederum absolute und relative Bewegung. Absolute Bewegung besteht in der Veränderung des absoluten Ortes eines Körpers. Die relative Bewegung besteht aus der Veränderung der Abstände zu Referenzkörpern.
3. Für Leibniz ist Bewegung gleichbedeutend mit der Veränderung der Relationen zwischen den Körpern.

- Ist ein Universum mit nur wenigen Teilchen denkbar?

1. Für Descartes „nein“.
2. Für Newton „ja“, sofern es nicht der Allmacht Gottes widerspricht.
3. Für Leibniz „nein“.

Hierin liegt der große Vorteil, den Newton zur Aufstellung seiner Bewegungstheorie hat. Bewegung existiert relativ zum absoluten Raum und kann auch immer in dieser Form gedacht werden. Wahrnehmbar sind zwar nur relative Bewegungen, doch eine solche Bewegungstheorie ist vergleichsweise leicht zu formulieren, da (zumindest mathematisch) der Übergang zur absoluten Bewegung aller beteiligten Körper immer möglich ist. Zur Festlegung der relativen Bewegung sind vergleichsweise wenige Bezugskörper ausreichend.

Descartes und Leibniz haben wesentlich größere Schwierigkeiten, eine Theorie der Bewegung zu formulieren, die über die reine Definition von Bewegung hinausgeht. Es ändern

sich nämlich auch bei der Bewegung einzelner Teilchen ständig eine Unzahl von Relationen, die in ihrer Gesamtheit kaum alle erfasst oder beschrieben werden können. Insbesondere das Trägheitsprinzip und das Relativitätsprinzip lassen sich in den Konzepten von Descartes und Leibniz nur schwer verstehen.

- Ist „Raum“ dynamisch?

1. Descartes sagt nicht viel zur „Zeit“, daher beschränken wir uns hier auf seine Raumvorstellungen. Da jede Bewegung mit einer Änderung von Nachbarschaftsverhältnissen verbunden ist, die Vorstellung von „Raum“ aber andererseits aus der Gesamtheit dieser Nachbarschaftsverhältnisse entsteht, kann man bei Descartes sagen, dass „Raum“ dynamisch ist.
2. Newtons absoluter Raum hat offensichtlich eine Einwirkung auf die realen Dinge, wie das Eimerexperiment deutlich zeigt: Die Kreisbewegung des Wassers relativ zum absoluten Raum führt zu einer Wölbung der Wasseroberfläche. Umgekehrt wird aber der absolute Raum nicht von der Materie in ihm beeinflusst, d.h. es besteht keine „Wechselwirkung“ zwischen Raum und Materie. Diesen Schritt geht erst die allgemeine Relativitätstheorie.

Hinsichtlich der Newtonschen Raumvorstellungen lehnt sich diese Frage an eine Bemerkung Einsteins in seinem Vorwort zu Galileis Dialog [24] (ursprünglich für die amerikanische Ausgabe von Stillman Drake, 1953) an. Dort bemerkt Einstein, dass das Inertialsystem zur Erklärung des Trägheitsverhaltens der Körper abzulehnen sei, weil hier ein begriffliches Ding eingeführt wird, das „maßgebend für das Verhalten der realen Dinge ist, umgekehrt aber keiner Einwirkung durch die realen Dinge unterworfen ist.“ (S. X). Einstein fährt dann fort: „Die Einführung derartiger begrifflicher Elemente ist zwar vom rein logischen Gesichtspunkte nicht schlechthin unzulässig, widerstrebt aber dem wissenschaftlichen Instinkt.“

3. Für Leibniz gilt das Gleiche wie für Descartes. Da sich bei Bewegung die Relationen, aus denen sich die Raumvorstellung ergibt, verändern, ist „Raum“ bzw. „Raum-Zeit“ dynamisch.

Kapitel 7

Jean Lerond d'Alembert

geb. 16.(17.)11.1717 in Paris; gest. 29.10.1783 in Paris

Wenn wir heute von newtonscher Mechanik sprechen, so meinen wir damit eher die analytische Form der Mechanik, wie sie im 18. und 19. Jahrhundert von Daniel Bernoulli (1700–1782), Leonhard Euler (1707–1783), Jean Lerond d'Alembert (1717–1783), Joseph Louis Lagrange (1736–1813), William Rowan Hamilton (1805–1865) und Karl Gustav Jakob Jacobi (1804–1851) entwickelt wurde. Newton hat in seiner *Principia* nie von seiner „Fluxionsrechnung“ – d.h. Differentialrechnung – Gebrauch gemacht, sondern sämtliche Beweise geometrisch geführt, wie es zu seiner Zeit üblich war. Ob er tatsächlich mehr in diesen geometrischen Konzepten dachte oder ob er dabei Rücksicht auf die Leserschaft genommen hat, die von der Differentialrechnung vielleicht abgeschreckt worden wäre, ist nicht bekannt.

Im Rahmen dieser Erweiterung der Mechanik wurden die Probleme in Bezug auf den absoluten Raum, die absolute Zeit und insbesondere auch das Problem der Kraft und die Natur des Trägheitsprinzips immer wieder angesprochen, selten jedoch über Newton hinausgehend in Frage gestellt. Eine wirkliche Kritik am Konzept Newtons finden wir erst bei Ernst Mach (siehe nächstes Kapitel). Als typischen Vertreter jener Zeit wollen wir hier Jean d'Alembert näher behandeln.

D'Alembert ist uns heute in der Physik durch das nach ihm benannte Prinzip bekannt, das die Bewegungsgleichungen von Körpern unter bestimmten Zwangsbedingungen beschreibt. Seine physikalischen Überlegungen sind im wesentlichen in der *Traité de Dynamique* (Abhandlung über Dynamik [13]) aus dem Jahre 1743 zusammengefasst. Dieses Werk erschien somit etwas über fünfzig Jahre nach Newtons *Principia*, allerdings wurde die *Principia* erstmalig 1756 ins Französische übertragen.

D'Alembert wird auch zugeschrieben, das Problem um das „geeignete Maß der Kraft“ gelöst zu haben, sodass wir auf diesen Teil der Physikgeschichte kurz eingehen wollen.

7.1 Der Proportionalitätsstreit und das Maß der Kraft

Wie unsicher man auch zur Zeit Newtons im Umgang mit physikalischen Begriffen und insbesondere mit der Aufstellung mathematischer Bedingungen und Gleichungen war, zeigt eine Diskussion, die von Leibniz kurz vor dem Erscheinen der *Principia* entfacht und über fünfzig Jahre teilweise recht heftig geführt wurde. Allgemein gesagt, handelt es sich um die Bedeutung des Gleichheitszeichens in Gleichungen, bei denen „wesensfremde“ oder „inkommensurable“ physikalische Größen in Beziehung gesetzt werden. Konkret ging es um die Gleichsetzung von Kraft und Bewegungsänderung, d.h. von Ursache und Wirkung.

Newton spricht in seiner *Principia* immer von „Proportionalität“, wo wir heute von „Gleichheit“ sprechen würden. Beispielsweise formuliert er sein zweites Gesetz ([50], siehe auch Anhang) in der Form: „Die Bewegungsänderung ist der eingedrückten Bewegungskraft proportional ...“. Da Newton unter Bewegung den Impuls verstand, würden wir heute dafür schreiben:

$$F \propto \delta p. \quad (7.1)$$

Im ersten Abschnitt, Lemma X ([50], S. 80), schreibt er weiter: „Die Wege, welche ein Körper unter dem Zwang einer beliebigen begrenzten Kraft beschreibt, sei diese bestimmt und unveränderlich oder nehmen sie beständig zu oder beständig ab, verhalten sich lediglich am unmittelbaren Anfang der Bewegung wie die Quadrate der Zeiten.“ Und im Corollar 4 zu diesem Lemma bemerkt er: „Deshalb entsprechen die Kräfte dem Wert der unmittelbar am Anfang der Bewegung beschriebenen Wege und dem Kehrwert der Quadrate der Zeiten.“ Dafür würden wir heute schreiben:

$$F \propto \frac{s}{t^2}.$$

Damit wird auch klar, dass 7.1 in der Form

$$F \delta t \propto \delta p = m \delta v \quad (7.2)$$

zu verstehen ist.

Diese Relation hat nun für sehr viel Verwirrung gesorgt. Auf der linken Seite dieser Relation steht die Kraft, die von jeher als die Ursache (im Sinne von „causa“) der Bewegung angesehen wurde. Auf der rechten Seite steht die Änderung der Bewegung, also die von der Kraft verursachte Wirkung (im Sinne von „effectus“). Dass sich die Ursache und die Wirkung in einer mathematischen Relation in der Form „Die Wirkung ist proportional zur Ursache“ zusammenbringen lassen, war schon ein großer Fortschritt, handelt es sich doch bei Wirkung und Ursache um „Quantitäten verschiedener Arten oder Inkommensurabler“ (Ed Dellion, Einleitung zur *Principia* [50], S. XIII). Diesem Problem, daß „wesensfremde“ Quantitäten zueinander proportional sein können, widmete Galilei den fünften Tag seiner *Discorsi*. Doch erst Leibniz scheint den Schritt gewagt zu haben, Ursache und Wirkung gleich zu setzen: „causa aequat effectum“.

Tatsächlich gewinnt diese „Gleichheit“ bei Leibniz noch eine besondere Bedeutung, bedenkt man sein „Prinzip von der Identität des Ununterscheidbaren“. Wenn zwei Dinge gleich sind, dann sind sie ununterscheidbar und damit auch identisch. „Ursache“ und „Wirkung“ als identisch aufzufassen, war unter philosophischen Gesichtspunkten sicherlich ein gewagter Schritt.

Dies um so mehr als die Ursache von Bewegungsänderungen, d.h. Kräfte (mit Ausnahme der Stoßprozesse), als etwas Unbekanntes, oft sogar Mystisches angesehen wurde. Die Aussage Leibniz' wird erst verständlich, wenn man sich vor Augen hält, dass von Leibniz nur der Stoßprozess als Erklärung für eine Bewegungsänderung anerkannt wurde (vgl. Abschnitt ??). Bei einem Stoßprozess ist es tatsächlich so, dass jedes Teilchen für das andere Teilchen Ursache ist, und jedes Teilchen wird selber beeinflusst. Es gibt also bei Stoßprozessen keinen „Verursacher“, und daher kann man bei Stoßprozessen wirklich davon sprechen, dass Ursache und Wirkung gleich sind.

Unter einem metaphysischen Standpunkt erhebt sich auch heute noch die Frage, ob wir wirklich „Kraft gleich Bewegungsänderung (pro Zeiteinheit)“ und damit „Ursache gleich Wirkung“ setzen, oder ob wir nur das mathematische Analogon der Ursache gleich dem Analogon der Wirkung setzen. Oder mit anderen Worten, auf einer metaphysischen Ebene sind Ursache (Kraft) und Wirkung (Bewegungsänderung) nicht notwendigerweise identisch, aber die Zahlenwerte, die man diesen Größen in einem bestimmten Maßsystem zuordnen kann, sind gleich.

Schon für Newton war selbstverständlich, dass sich die Kräfte nur aus ihren Wirkungen, d.h. den Bewegungen der Körper, ablesen lassen. So schreibt er in seinem „Vorwort des Autors an den Leser“ in der *Principia* ([50]; S. 10): „Alle Schwierigkeit der Philosophie besteht wohl darin, dass wir aus den Bewegungserscheinungen die Kräfte der Natur erschließen und alsdann von diesen Kräften ausgehend die übrigen Erscheinungen genau bestimmen.“ Von der Newtonschen Bewegungsgleichung bei bekannter Kraft,

$$F = \frac{dp}{dt},$$

sollte man also die Definition der Kraft

$$F := \frac{dp}{dt}$$

unterscheiden. Im Sinne der newtonschen Äußerung dient die zweite Gleichung dazu, aus den Bewegungen der Körper die Kraft zu bestimmen, während bei bekannter Kraft die erste Gleichung dazu genutzt werden kann, die Bewegungen von Körpern unter der Einwirkung dieser Kraft zu berechnen. Für die Beschreibung der Bewegungen fällt somit eine Proportionalitätskonstante in der Beziehung 7.2 wieder heraus. (Da diese Gleichung in der Form

$$m_t := F \left(\frac{dv}{dt} \right)^{-1}$$

auch als Definition der trägen Masse aufgefasst werden kann, scheint zunächst ein Zirkelschluss vorzuliegen. Dieses Problem wird in Abschnitt 8.1 erörtert.)

Auch d'Alembert betont im Vorwort seiner *Abhandlung über Dynamik* ([13], S. 10), dass die ihrer Natur nach unbekannten Kräfte nur aus ihren Wirkungen abgelesen werden können:

Ist die Trägheit, d.h. die Eigenschaft der Körper, in ihrem Zustande der Ruhe oder der Bewegung zu verharren, einmal festgestellt, so ist klar, dass die Bewegung, welche wenigstens für den Beginn ihrer Existenz einer Ursache bedarf, nicht anders, als durch eine äußere Ursache beschleunigt oder verzögert

werden kann. Welches sind nun die Ursachen, die im Stande sind, die Bewegung eines Körpers hervorzubringen oder zu verändern? Wir kennen bisher nur zwei Arten derselben: Die einen offenbaren sich uns gleichzeitig mit der Wirkung, welche sie hervorbringen, oder vielmehr, zu denen sie Veranlassung geben: Das sind diejenigen, welche ihren Ursprung in der sichtbaren Wechselwirkung der Körper haben und aus ihrer Undurchdringlichkeit hervorgehen. Sie beschränken sich auf den Stoß und einige andere daraus abzuleitende Wirkungen. Alle anderen Ursachen erkennt man nur aus ihrer Wirkung, und wir sind über ihre Natur völlig im Unklaren. Solcher Art ist die Ursache, welche den Fall der schweren Körper nach dem Zentrum der Erde hervorbringt, die Ursache, welche die Planeten in ihren Bahnen erhält, u.a.m.

... Um uns hier nur an die Ursachen der zweiten Art zu halten, so ist klar, daß, wenn es sich um Wirkungen solcher Ursachen handelt, diese Wirkungen immer unabhängig von der Kenntniss der Ursache gegeben sein müssen, da sie nicht aus derselben hergeleitet werden können. So lernen wir, ohne die Ursache der Schwere zu kennen, aus der Erfahrung, dass die von einem fallenden Körper durchlaufenen Wege den Quadraten der Zeiten proportional sind. Es ist allgemein bei den nicht gleichförmigen Bewegungen, deren Ursachen unbekannt sind, augenscheinlich, dass die durch die Ursache entweder in einer endlichen Zeit oder in einem Augenblicke hervorgebrachte Wirkung immer durch die Gleichung zwischen den Zeiten und den Wegen gegeben sein muß. Ist diese Wirkung einmal bekannt, und setzt man das Prinzip der Trägheit voraus, so genügt allein die Geometrie und die Rechnung zur Erforschung der Eigenschaften dieser Arten von Bewegung.

In dem Abschnitt „Über die beschleunigenden Kräfte“ aus der *Traité de Dynamique* ([13], S. 31) konkretisiert d'Alembert diese Äußerungen:

Die gleichförmige Bewegung eines Körpers kann nur durch eine äußere Ursache verändert werden. Nun gibt es unter allen, zufälligen oder direkten Ursachen, welche auf die Bewegung der Körper von Einfluss sind, höchstens eine einzige, den Stoß, bei dem wir im Stande sind, die Wirkung allein aus der Kenntnis der Ursache zu bestimmen, wie man im zweiten Teile dieses Werkes sehen wird. Alle anderen Ursachen sind uns völlig unbekannt; sie können sich uns folglich nur durch die Wirkung offenbaren, welche sie hervorbringen, indem sie die Bewegung des Körpers beschleunigen oder verzögern, und wir können sie von einander nur durch die Kenntnis des Gesetzes und der Größe ihrer Wirkungen unterscheiden, d.h. des Gesetzes und der Größe der Bewegungsänderung, welche sie hervorbringen. Ist daher die Ursache unbekannt – dieser Fall soll hier allein in Frage kommen –, so muss die Gleichung der Kurve unmittelbar entweder als eine Gleichung zwischen endlichen Größen oder als Differentialgleichung gegeben sein. ...

Es ist hiernach klar, daß, wenn die Ursache unbekannt ist, die Gleichung $\varphi dt = du$ immer gegeben ist.

Die meisten Geometer stellen die Gleichung:

$$\varphi dt = du$$

zwischen den Zeiten und den Geschwindigkeiten unter einem anderen Gesichtspunkt dar. Was bei uns eine bloße Hypothese ist, wird von ihnen zum Prinzip erhoben. Da der Zuwachs der Geschwindigkeit die Wirkung der beschleunigenden Kraft ist und nach ihrer Ansicht eine Wirkung immer ihrer Ursache proportional sein muß, so betrachten diese Geometer die Größe φ nicht bloß als den einfachen Ausdruck des Verhältnisses von du zu dt ; es ist nach ihrer Ansicht außerdem der Ausdruck für die beschleunigende Kraft, der, wie sie behaupten, du proportional sein muß, wenn dt konstant ist; daraus folgern sie das allgemeine Axiom, dass das Produkt aus beschleunigender Kraft und Zeitelement dem Element der

Geschwindigkeit gleich ist. *Daniel Bernoulli* (*Petersb. Mém.* Bd. 1) behauptet, dass dieses Prinzip nur eine erfahrungsmäßige Sicherheit hat, da wir bei unserer Unkenntnis über die Natur der Ursache und die Art und Weise ihrer Wirkung nicht wissen können, ob ihre Wirkung ihr tatsächlich proportional ist oder ob sie nicht irgend eine Potenz oder irgend eine Funktion dieser selben Ursache ist. *Euler* hat sich dagegen in sehr ausführlicher Weise in seiner Mechanik zu beweisen bemüht, dass dieses Prinzip eine notwendige Wahrheit ist. Wir werden, ohne hier zu diskutieren, ob dieses Prinzip eine notwendige Wahrheit oder nur von erfahrungsmäßiger Sicherheit ist, uns damit begnügen, es als eine Definition aufzufassen und unter dem Worte „beschleunigende Kraft“ nur die Größe verstehen, welche der Zuwachs der Geschwindigkeit proportional ist.

Wie an dieser Diskussion offensichtlich wird, hing der Proportionalitätenstreit in erster Linie mit dem Problem der Kraft zusammen. Leibniz hatte ursprünglich die Frage nach dem geeigneten „Maß der Kraft“ gestellt. Als Ursache einer Bewegungsänderung war offensichtlich, dass das Maß der eingedrückten Kraft irgendwie durch die Änderung der „inneren Kraft“, d.h. der Trägheit eines Körpers, auf den diese Kraft wirkt, zu beschreiben ist. (Man vergleiche die Definition III aus der *Principia*: „Die der Materie eingepflanzte Kraft ist die Fähigkeit Widerstand zu leisten, durch die der Körper von sich aus in seinem Zustand der Ruhe oder in dem der gleichförmig-geradlinigen Bewegung verharret.“) Doch was war die „innere Kraft“? Die „Bewegung“, d.h. der Impuls, oder die „lebendige Kraft“, d.h. die kinetische Energie? Mehrfach wird auch bei Newton offensichtlich, dass der Kraftbegriff noch nicht in der uns bekannten Form aufgefasst wurde. Insbesondere war oft nicht selbstverständlich, dass man physikalische Größen mit unterschiedlicher Dimension nicht gleich benennen sollte. Hinter diesen Überlegungen lag auch die teilweise noch nicht klar erkannte Tatsache, dass sowohl der Impuls als auch die kinetische Energie für ein kräftefreies Teilchen Erhaltungsgrößen sind. Eine Impulsänderung bzw. Änderung der kinetischen Energie musste somit auf eine Kraft zurückzuführen sein, und die Frage war nun: Sollte die Kraft durch die Impulsänderung oder durch die Energieänderung gemessen werden?

Die Lösung dieses Streits wird oft d’Alembert zugeschrieben (Ed Dellion, Vorwort zu Newtons *Principia* [50], S. XXI), der die Diskussion um das Maß der „inneren Kraft“ als überflüssigen Wortstreit bezeichnet hat, und – wie oben erwähnt – die „beschleunigende Kraft“ durch die Bewegungsänderung definiert. Trotzdem wurde auch kritisiert (vgl. das Nachwort von A. Korn in [13]), dass d’Alembert sich auf diese Diskussion überhaupt eingelassen hat. Die Anmerkungen von d’Alembert sind jedoch nicht uninteressant (aus [13], Vorrede, S. 13ff):

... Was wir wirklich in deutlicher Weise bei der Bewegung eines Körpers erkennen, ist, dass er einen gewissen Weg durchläuft, und dass er eine gewisse Zeit dazu braucht. Aus dieser Idee allein muss man alle Prinzipien der Mechanik gewinnen, wenn man sie klar und präzise ableiten will. Man wird daher nicht erstaunt sein, dass ich in Folge dieser Überlegung sozusagen den Blick von den bewegenden Ursachen abgewandt habe, um einzig und allein die hervorgebrachte Bewegung zu betrachten, dass ich die dem Körper bei seiner Bewegung inhärierenden Kräfte völlig verbannt habe, dunkle, der Metaphysik angehörige Begriffe, welche nur im Stande sind, Finsternis in einer an sich klaren Wissenschaft zu verbreiten.

Aus diesem Grunde glaubte ich auch, nicht auf die berühmte Frage der lebendigen Kräfte eingehen zu müssen. Es handelt sich um eine Frage, welche seit 20 Jahren die Geometer in zwei Lager teilt, ob nämlich die Kraft der in Bewegung befindlichen Körper dem Produkt aus der Masse und der Geschwin-

digkeit oder aber dem Produkt aus der Masse und dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional ist.
...

Wenn man von der Kraft eines in Bewegung befindlichen Körpers spricht, so verbindet man entweder keine klare Idee mit der Aussprache dieses Wortes, oder man kann darunter nur allgemein die Eigenschaft des sich bewegenden Körpers verstehen, die ihm begegnenden oder widerstehenden Hindernisse zu überwinden. ... Je beträchtlicher das Hindernis, das der Körper überwinden kann, oder dem er zu widerstehen im Stande ist, um so grösser kann man seine Kraft nennen. ...

Ist man sich hierüber einig, so ist klar, dass man der Bewegung eines Körpers drei Arten von Hindernissen entgegenstellen kann; entweder unüberwindliche Hindernisse, welche seine Bewegung, möge dieselbe sein, wie sie wolle, vollständig zerstören, oder Hindernisse, welche gerade nur so viel Widerstand haben, als notwendig ist, um die Bewegung des Körpers zu zerstören, und diese Zerstörung in einem Augenblicke bewirken, das ist der Fall des Gleichgewichts; oder schließlich Hindernisse, welche die Bewegung allmählich zerstören, das ist der Fall der verzögerten Bewegung. Da die unüberwindlichen Hindernisse alle Arten von Bewegung in gleicher Weise zerstören, so können sie nicht zur Bestimmung der Kraft dienen. Man kann also nur in dem Vermögen, Gleichgewicht zu halten oder Bewegung zu verzögern, ihr Maß suchen. Nun sind sich darüber wohl alle einig, dass zwischen zwei Körpern Gleichgewicht besteht, sobald die Produkte ihrer Massen mit ihren virtuellen Geschwindigkeiten, d.h. den Geschwindigkeiten, mit denen sie sich zu bewegen streben, auf beiden Seiten gleich sind. Somit kann im Gleichgewichtsfall das Produkt der Masse mit der Geschwindigkeit, oder was dasselbe ist, die Bewegungsquantität die Kraft darstellen. Jedermann gesteht auch zu, dass bei verzögerter Bewegung die Anzahl der überwundenen Hindernisse dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional ist, so daß ein Körper, der z.B. mit einer gewissen Geschwindigkeit eine Feder gespannt hat, mit einer doppelten Geschwindigkeit im Stande sein wird, entweder gleichzeitig oder nach einander nicht zwei, sondern vier der ersten gleiche Federn zu spannen, mit einer dreifachen Geschwindigkeit neun, und so fort. Daraus schließen die Anhänger der lebendigen Kräfte, dass die Kraft der in Bewegung befindlichen Körper allgemein dem Produkte der Masse mit dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional sei.

Bisher waren seine Überlegungen recht klar: Er fragt, welche Kraft notwendig ist, um eine Bewegung zu stoppen. Dabei unterscheidet er drei Fälle:

- 1) Eine Art Wand, die jede Bewegung stoppt. Dieser Fall liefert kein Maß, ist also unbrauchbar.
- 2) Das „Gleichgewicht“. Hier denkt er wohl eine Art Waage sowie an virtuelle Geschwindigkeiten. Man kann sich aber auch einen inelastischen Stoßprozeß vorstellen, bei dem die Bewegung gerade aufgehalten wird, die beiden an diesem Prozess teilnehmenden Körper also am Ende ruhen. Wenn zwei Körper aufeinander zufliegen, und nach dem Stoß die Geschwindigkeiten beider Körper verschwinden sollen, so müssen ihre Impulse entgegengesetzt gleich gewesen sein. Hieraus schließt er, dass bei Zugrundelegung dieses Kriteriums der Impuls (Masse mal Geschwindigkeit) das richtige Maß der inneren Kraft wäre.
- 3) Die verzögerte Bewegung. Als Beispiel dient eine Feder, die von dem bewegten Körper gespannt wird, bis der Körper ruht. In diesem Fall gilt die Energieerhaltung, d.h. die kinetische Energie bestimmt die Auslenkung der gespannten Feder. Entsprechend hätte er den Körper auch eine schiefe Ebene hinauflaufen lassen können, und die Höhe als Maß der „inneren Kraft“ nehmen können. In diesem Fall war schon Galilei bekannt, dass das Produkt aus Masse und dem Quadrat der Geschwindigkeit ein Maß für die jeweils erreichte Höhe ist.

Er findet also unterschiedliche Antworten, je nachdem, ob bei dem entsprechenden Prozess der Impuls oder die Energie erhalten bleibt. D'Alembert diskutiert nun, inwieweit sich der

zweite Fall so uminterpretieren lässt, dass auch hier eher die Bewegungsquantität als Maß angesehen werden kann. Diese Diskussion wirkt allerdings sehr willkürlich. Er schließt dann mit den Worten: „Nichtsdestoweniger meine ich, da wir nur dann eine genaue und deutliche Idee mit dem Worte Kraft verbinden, wenn wir uns mit diesem Ausdruck auf die Bezeichnung einer Wirkung beschränken, dass man es jedem überlassen sollte, hierüber nach seinem Gutdünken zu entscheiden; und die ganze Frage kann nur in einer sehr unwesentlichen metaphysischen Diskussion bestehen, oder in einem Wortstreit, der vollends nicht wert ist, Philosophen zu beschäftigen.“

7.2 Raum und Zeit bei d'Alembert

In seiner *Traité* hat d'Alembert sich aber auch zur Problematik des absoluten Raumes und dem Maß der Zeit geäußert, wobei er sich jedoch zum Teil recht unkritisch hinter Newton stellt.

Das folgende Zitat stammt aus der Vorrede zur *Traité* ([13], S. 7):

Die Bewegung und ihre allgemeinen Eigenschaften sind das erste und wesentliche Objekt der Mechanik; diese Wissenschaft setzt die Existenz der Bewegung voraus, und auch wir wollen sie als von allen Physikern zugestanden und anerkannt annehmen. In Bezug auf die Natur der Bewegung sind dagegen die Meinungen der Philosophen sehr geteilt. Nichts, muss ich gestehen, ist natürlicher, als unter der Bewegung das sukzessive Auftreten des Bewegten in den verschiedenen Teilen des unbestimmten Raumes zu verstehen, welchen wir als den Ort der Körper auffassen: Diese Idee aber setzt einen Raum voraus, dessen Teile durchdringbar und unbeweglich sind; nun weiß ein jeder, daß die Cartesianer (eine heute allerdings sehr zurückgegangene Sekte) einen von den Körpern getrennten Raum nicht anerkennen, und dass sie die räumliche Ausdehnung und die Materie als ein und dasselbe ansehen. Man muss zugeben, daß, wenn man von einem solchen Prinzip ausgeht, die Bewegung die größte Schwierigkeit für die Auffassung hätte, und dass ein Cartesianer besser tun würde, ihre Existenz zu leugnen, als zu versuchen, ihre Natur zu definieren. So absurd uns übrigens die Meinung dieser Philosophen erscheint und so wenig Klarheit und Präzision in den metaphysischen Prinzipien vorhanden sein mag, auf die sie sich zu stützen suchen, wir werden hier keine Widerlegung derselben unternehmen: Wir werden uns mit der Bemerkung begnügen, dass man, um eine klare Vorstellung von der Bewegung zu gewinnen, wenigstens im Stillen zweier Raumideen nicht entraten kann. Die eine, die den Raum als undurchdringlich ansieht und unter ihm das versteht, was man eigentlich die Körper nennt; die andere, welche denselben einfach als räumliche Ausdehnung ansieht, ohne zu untersuchen, ob er durchdringbar ist oder nicht, also als das Maß der Entfernung eines Körpers von einem anderen, dessen als fest und unbeweglich gedachte Teile uns zur Beurteilung der Ruhe und der Bewegung der Körper dienen können. Es wird uns daher stets erlaubt sein, einen unbestimmten Raum als den wahren oder gedachten Ort der Körper anzusehen und die Bewegung als den Übergang des Bewegten von einem Orte zu einem anderen aufzufassen.

Etwas eigenständiger äußert sich d'Alembert hinsichtlich des Maßes der Zeit. Im Gegensatz zu Newton, der die absolute Zeit durch „Verstetigung“ der aus den Bahnen der Himmelskörper gewonnenen relativen Zeit annähern möchte, bezieht sich d'Alembert auf die gleichförmige Bewegung. Obwohl man zu jener Zeit darunter nicht nur die gleichförmig-geradlinige Bewegung verstand, sondern beispielsweise auch die Bewegung eines Kreisel (vgl. die Bemerkungen zu Newtons *Principia* [50], Gesetz I, in Abschnitt 5.2.3), scheint d'Alembert hier an die geradlinig-

gleichförmige Bewegung zu denken.

Seine „Bemerkung über das Maß der Zeit“ entstammt ebenfalls der *Traité* (S. 26):

Da das gegenseitige Verhältnis der Zeiteile uns an sich unbekannt ist, so ist das einzige Mittel, das wir zur Entdeckung dieses Verhältnisses benützen können, das, irgend eine andere den Sinnen mehr zugängliche und besser bekannte Beziehung zu suchen, mit welcher wir dasselbe vergleichen können; man wird somit das einfachste Zeitmaß gefunden haben, wenn es gelingt, in möglichst einfacher Weise das gegenseitige Verhältnis der Zeiteile mit derjenigen unter allen Beziehungen zu vergleichen, die uns am besten bekannt ist. Es folgt schon daraus, dass die gleichförmige Bewegung das einfachste Zeitmaß ist. Denn einerseits ist das Verhältnis der Teile einer geraden Linie das für uns am leichtesten fassliche; und andererseits gibt es keine Verhältnisse, die unter sich leichter vergleichbar sind, als gleiche Verhältnisse. Nun ist bei der gleichförmigen Bewegung das Verhältnis der Zeiteile gleich dem Verhältnis der entsprechenden Teile des durchlaufenen Weges. Die gleichförmige Bewegung gibt uns somit gleichzeitig das Mittel, die Beziehung der Zeiteile mit der uns am leichtesten fasslichen Beziehung zu vergleichen und die Vergleichung in der einfachsten Weise anzustellen; wir finden also in der gleichförmigen Bewegung das einfachste Zeitmaß.

Ich behaupte außerdem, dass das auf die gleichförmige Bewegung sich gründende Zeitmaß, abgesehen von seiner Einfachheit, auch dasjenige ist, dessen Benützung sich unserem Denken am natürlichsten darbietet. ... Wenn es daher eine besondere Bewegungsart gibt, bei der die Beziehung zwischen dem Verhältnis der Zeiteile und dem Verhältnis der Teile des durchlaufenen Weges unabhängig von jeder Hypothese aus der Natur der Bewegung selbst bekannt ist, und wenn diese Bewegung die einzige ist, welcher diese Eigenschaft zukommt, so wird sie notwendigerweise das natürlichste Zeitmaß sein. Nun ist es nur die gleichförmige Bewegung, welche die beiden eben genannten Bedingungen in sich vereint. ... Die nicht gleichförmige Bewegung kann folglich nicht das natürliche Maß der Zeit sein; denn erstens wäre kein Grund vorhanden, weshalb eine besondere Art der nicht gleichförmigen Bewegung das bevorzugte Maß der Zeit sein sollte, eher als irgend eine andere Art; zweitens könnte man die Zeit nicht durch eine ungleichförmige Bewegung messen, ohne vorher durch irgend ein besonderes Mittel die Beziehung zwischen dem Verhältnis der Zeiten und dem Verhältnis der durchlaufenen Wege entdeckt zu haben. Wie könnte man übrigens diese Beziehung anders erkennen als durch die Erfahrung, und würde die Erfahrung nicht voraussetzen, daß man bereits ein festes und sicheres Maß der Zeit kenne?

Wie kann man sich nun aber versichern, wird man einwenden, dass eine Bewegung völlig gleichförmig ist? ... Wir haben zwei Mittel zur Beurteilung, ob eine Bewegung angenähert gleichförmig ist; entweder die Kenntnis, dass die Wirkung der beschleunigenden oder verzögernden Ursache nur unmerklich sein kann; oder den Vergleich derselben mit anderen Bewegungen, wenn wir bei beiden ein und dasselbe Gesetz beobachten. So urteilt man, wenn mehrere Körper sich so bewegen, daß die von ihnen durchlaufenen Wege stets während derselben Zeiten genau oder angenähert dasselbe Verhältnis haben, dass die Bewegung der Körper genau oder wenigstens sehr angenähert gleichförmig sei. (In der 2. Auflage [der vorliegenden Übersetzung liegt die erste Auflage zugrunde; die zweite Auflage erschien 1758] fügt d'Alembert noch ein drittes Mittel zur Beurteilung, ob eine Bewegung gleichförmig sei, hinzu, indem er sagt, wir können zwei Zeiträume gleich annehmen, wenn oft wiederholte Experimente zeigen, dass sich in denselben gleiche Wirkungen ereignen; er verweist dabei kurz auf die Wasseruhr.)

Hier werden einige Gedanken angedeutet, die für unsere Diskussion des Zeitmaßes von Bedeutung sind:

1. Das richtige Zeitmaß sollte aus dem Prinzip der Einfachheit folgen. Diesen Gedanken hat später Poincaré aufgegriffen und wird allgemein als Konventionalismus bezeichnet (vgl. bei-

spielsweise [48]).

2. Es wird behauptet, dass bei der gleichförmigen Bewegung das Verhältnis der Zeiteile zu den Raumteilen unabhängig von jeder Hypothese ist, und dass die gleichförmige Bewegung die einzige Bewegung sei, die diese Eigenschaft hat. Hier kann man sich einerseits auf den Standpunkt stellen, dass „gleichförmig“ gerade so definiert ist, dass diese Eigenschaft gilt. Dann ist die Aussage aber trivial und leer. D'Alembert sucht aber nach einer zweiten Form, „gleichförmig“ zu erkennen, was im dritten Absatz untersucht wird.

3. Das erste Kriterium zur Entscheidung der Gleichförmigkeit einer Bewegung ist eher ein Zirkel: Wir definieren Gleichförmigkeit der Bewegung durch Kräftefreiheit, entscheiden andererseits aber die Kräftefreiheit aufgrund der Gleichförmigkeit. Das zweite Kriterium ist aber von besonderer Bedeutung: Zum ersten Mal wird hier die Idee geäußert, dass mehrere Bewegungen untereinander verglichen werden sollen, um die Gleichförmigkeit der Bewegung zu entscheiden. Dies erinnert fast schon an Mach (vgl. 8): Eine Bewegung ist gleichförmig *in Bezug auf* eine andere Bewegung. Was d'Alembert noch fehlt, ist der Schritt, dass „Gleichförmigkeit“ einer Bewegung erst in Bezug auf eine andere Bewegung *definiert* ist. Bei ihm entsteht der Eindruck, dass durch Vergleich der Bewegungen Gleichförmigkeit erkannt werden kann.

Wie schon erwähnt, deutet die Bemerkung über „die Verhältnisse der Teile einer geraden Linie“ darauf hin, dass d'Alembert hier nicht an die gleichförmige Kreisbewegung denkt, sondern an die geradlinig-gleichförmige Bewegung. Im Vergleich zu Newton, der beispielsweise die Planetenbahnen zur Zeitmessung heranzieht, liegt darin eher ein Rückschritt. Während bei der Zeitmessung über eine periodische Bewegung nur „Takte“ zu zählen sind (und ein Referenzpunkt der Bewegung identifizierbar sein muß), muss bei der geradlinig-gleichförmigen Bewegung noch bekannt sein, wie man Längen an verschiedenen Raumpunkten ausmisst und miteinander vergleicht. Erst wenn man die Bewegung beliebig unterteilt, um Zeitintervalle ausmessen zu können, die kürzer als die Periode der Bewegung sind, ist eine gleichförmige Bewegung (geradlinig oder kreisförmig) angemessener, da bei den ungleichförmigen Ellipsenbahnen der Planeten gleiche Wegstrecken nicht immer gleichen Zeiten entsprechen.

Im Großen und Ganzen geht d'Alembert nur wenig über Newton hinaus. Die Annahme der Existenz eines absoluten Raumes und einer absoluten Zeit ist für ihn eine Frage des gesunden Menschenverstandes, da anderenfalls „Bewegung“ nur schwer beschreibbar ist.

Kapitel 8

Ernst Mach

geb. 18.2.1838 in Turas (Mähren); gest. 19.2.1916 in Haar (bei München)

Ernst Mach gilt als einer der ersten Anhänger, teilweise sogar Mitbegründer, des Empirismus, der „eine Reduktion der Empfindungselemente und deren funktionale Verknüpfung untereinander zur Voraussetzung objektiver Wissenschaft macht.“ (Aus [46], S. 489). Die Physik soll sich nur auf prinzipiell beobachtbare Größen beziehen. Das „Ding an Sich“ oder irgendeine objektive, aber nicht direkt erfahrbare Realität hat Mach immer abgelehnt. (Diesbezüglich gab es zwischen Mach und Planck, der eher an einen objektiven Realismus glaubte, auch einen längeren wissenschaftlichen Streit. Einstein, der ansonsten Planck sehr schätzte, hat dabei die Seite Machs eingenommen.) Dass Empfindung und unmittelbare Wahrnehmung für Mach eine besondere Stellung eingenommen haben, zeigen auch seine berühmten Schriften *Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen* (1886) und *Erkenntnis und Irrtum: Skizzen zur Psychologie der Forschung* (1905).

Sein bedeutendstes wissenschaftsgeschichtliches Werk ist *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt* (1883), die kürzlich in einer Neuauflage erschienen ist [43]. Das zweite Kapitel behandelt „Die Entwicklung der Prinzipien der Dynamik“. Die Unterkapitel 3 bis 7 beschränken sich mit der newtonschen Mechanik. Dem 3. Unterkapitel („Newtons Leistungen“) entstammt die Kritik an Newtons Definition der Masse, die wir schon in Abschnitt 5.2.1 zitiert hatten. Das Problem der Definition von Masse behandelt Mach im 5. Unterkapitel („Kritik des Gegenwirkungsprinzips und des Massenbegriffs“). Im 6. Unterkapitel („Newtons Ansichten über Zeit, Raum und Bewegung“) finden wir schließlich die bekannten Äußerungen Machs zum Raum- und Zeitbegriff bei Newton. Vergeblich sucht man dort allerdings nach einer klaren Formulierung des sogenannten „Machschen Prinzips“. Dieses Ausdruck wie auch die Formulierung stammen von Einstein [19] (vgl. Abschn. 12.1.2).

Bevor wir auf die Machsche Kritik am newtonschen Raum-Zeit-Konzept eingehen, wollen wir kurz auf die Problematik der Definition der trägen Masse zu sprechen kommen.

8.1 Die träge Masse

In Abschnitt 5.2.1 haben wir die Kritik Machs an der Newtonschen Definition der Masse erwähnt. In seiner *Mechanik* versucht Mach, den Fehler Newtons zu korrigieren. Auch wenn er nicht immer deutlich zwischen träger und schwerer Masse unterscheidet, schreibt man ihm die Lösung dieses Problems zu.

Die Definition einer physikalischen Größe sollte letztendlich immer in einer Messvorschrift bestehen. Wenn wir die Geschwindigkeit eines Körpers als den Quotienten $\Delta s/\Delta t$ definieren, wobei Δs die Strecke bezeichnet, die der Körper in dem Zeitintervall Δt zurücklegt, so setzen wir stillschweigend voraus, daß wir Messverfahren für die beiden Größen Δs und Δt haben, die ein Kenntnis des Geschwindigkeitsbegriffs noch nicht voraussetzen.

Die träge Masse m_t eines Körpers wird oft definiert als das Verhältnis einer Kraft F , die auf diesen Körper wirkt, und der Beschleunigung a , die dieser Körper aufgrund der auf ihn einwirkenden Kraft erfährt:

$$m_t := \frac{F}{a} .$$

Doch diese Definition setzt die Kenntnis der Kraft bzw. das zweite Newtonsche Gesetz voraus. Andererseits ist die Kraft aber gerade über dieses Gesetz definiert. Es erhebt sich somit die Frage, ob wir die träge Masse nicht ohne Kenntnis der Newtonschen Gesetze definieren können.

8.1.1 Drei Verfahren zur Bestimmung der trägen Masse

Bevor wir auf diese Frage genauer eingehen, wollen wir drei Verfahren angeben, mit deren Hilfe sich die träge Masse von Körpern definieren lässt. Letztendlich basieren alle drei Verfahren auf dem selben Prinzip: Wenn bekannt ist, daß *dieselbe* Kraft auf zwei Körper mit den Massen m_1 und m_2 wirkt, so ist es eine Erfahrungstatsache, dass zwischen den Beschleunigungen a_1 und a_2 dieser Körper und ihren Massen die folgende Relation gilt:

$$m_1|a_1| = m_2|a_2| . \quad (8.1)$$

Die drei Verfahren sind lediglich unterschiedliche Realisierungen der Forderung, *dieselbe* Kraft auf zwei Körper wirken zu lassen.

Ausnutzung des Gegenwirkungsprinzips

Angenommen wir haben zwei Körper der trägen Massen m_1 und m_2 , zwischen denen eine Kraft F wirkt. Aus dem dritten Newtonschen Gesetz folgt dann:

$$m_1 a_1 = - m_2 a_2 . \quad (8.2)$$

In dieser Gleichung tritt neben den beiden Massen nur die Beschleunigung der Körper auf. Wir setzen voraus, dass wir ein unabhängiges Verfahren zur Bestimmung der Beschleunigung haben. Können wir diese Gleichung nicht zur Definition der trägen Masse eines Körpers heranziehen?

Zunächst ist schon aus Dimensionsgründen offensichtlich, dass rein kinematische Größen (Geschwindigkeit, Beschleunigung, etc.) keine absolute Bestimmung der trägen Masse ermöglichen. Wir müssen somit eine Referenzmasse festlegen (beispielsweise $m_1 = 1$). Nach Gl. 8.2 können wir dann die Masse jedes anderen Körpers als das Verhältnis der Beschleunigungen $-a_2/a_1$ definieren.

Definition einer Referenzkraft über eine Feder bzw. ein Gewicht

Wir können das Verfahren auch abwandeln und uns eine Referenzkraft vorgeben, beispielsweise durch eine feste Federspannung oder die Gewichtskraft eines an einem Seil hängenden Referenzkörpers, die über eine Rolle zu einer waagerechten Kraftkomponente umgelenkt wird. Für jeden Körper messen wir die Beschleunigung, die er unter dieser Kraft erfährt. Dem ersten Körper geben wir wieder die Standardmasse $m_1 = 1$, dann sind die Massen der anderen Körper durch das Verhältnis der Beschleunigungen definiert.

Stoßprozesse

Ein drittes Verfahren zur Definition der trägen Masse macht von der Impulserhaltung (d.h. dem dritten Newtonschen Gesetz) bei Stoßprozessen Gebrauch. Treffen beispielsweise bei einem total inelastischen Stoß (d.h. nach dem Stoß „kleben“ die Körper aneinander: $v'_1 = v'_2 = v'$) zwei Körper der trägen Massen m_1 und m_2 aufeinander, und betrachtet man die Geschwindigkeiten in dem System, in dem die beiden Körper vor dem Stoß entgegengesetzt gleiche Geschwindigkeiten v haben, so folgt aus der Impulserhaltung:

$$(m_1 - m_2)v = (m_1 + m_2)v'$$

oder

$$\frac{v'}{v} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

bzw.

$$m_2 = m_1 \frac{v - v'}{v + v'}.$$

Ist eine der Massen bekannt bzw. vorgegeben, so lässt sich die andere aus diesem Prozess bestimmen.

Auch bei diesem dritten Verfahren ist es das Verhältnis von Beschleunigungen, das die Massen bestimmt. $v - v'$ und $v + v'$ sind die Geschwindigkeitsdifferenzen, die die beiden Massen beim Stoßprozess erfahren. Das Zeitintervall, innerhalb dessen die beiden Körper diese Geschwindigkeitsdifferenzen erfahren, fällt bei der Quotientenbildung heraus.

8.1.2 Konsistenz der Verfahren

Sind diese Verfahren sinnvoll? Und haben wir nicht „heimlich“ das zweite oder dritte Newtonsche Gesetz in die jeweiligen Definitionen eingebaut?

Mach beschränkt sich in seiner Diskussion auf das erste Verfahren, d.h. er nutzt das Gegenwirkungsprinzip zweier Körper aus, die aufeinander eine Kraft ausüben. Für diesen Fall schlägt er zur Rechtfertigung des Verfahrens folgenden Weg vor (aus [43]; Kap. 2.5, §. 4):

Wir betrachten eine Reihe von Körpern $A, B, C, D \dots$ und vergleichen alle mit A als Einheit.

$$\begin{array}{cccccc} A, & B, & C, & D, & E, & F, \\ 1, & m, & m', & m'', & m''', & m'''' \end{array}$$

Hierbei finden wir beziehungsweise die Massenwerte $1, m, m', m'' \dots$ usw. Es entsteht nun die Frage: Wenn wir B als Vergleichskörper (als Einheit) wählen, werden wir für C den Massenwert $\frac{m'}{m}$, für D den Wert $\frac{m''}{m}$ erhalten, oder werden sich etwa ganz andere Werte ergeben? In einfacherer Form lautet dieselbe Frage: Werden zwei Körper B, C , welche sich in Gegenwirkung mit A als gleiche Massen verhalten haben, auch untereinander als gleiche Massen verhalten? Es besteht durchaus keine *logische* Notwendigkeit, dass zwei Massen, welche einer dritten gleich sind, auch untereinander gleich seien. Denn es handelt sich hier um keine mathematische, sondern um eine *physikalische* Frage.

Er vergleicht dieses Vorgehen nun mit der Bestimmung der chemischen Wertigkeit.

Wir legen die Körper A, B, C in solchen Gewichtsmengen a, b, c nebeneinander, in welchen sie in die chemischen Verbindungen AB und AC eingehen. Es besteht nun gar keine *logische* Notwendigkeit, anzunehmen, dass in die chemische Verbindung BC auch dieselben Gewichtsmengen b, c der Körper B, C eingehen. Dies lehrt aber die Erfahrung. Wenn wir eine Reihe von Körpern in den Gewichtsmengen nebeneinander legen, in welchen sie sich mit dem Körper A verbinden, so vereinigen sie sich in *denselben* Gewichtsmengen auch untereinander. Das kann aber niemand wissen, ohne es versucht zu haben. Ebenso verhält es sich mit den Massenwerten der Körper.

Er zeigt nun an einem einfachen Beispiel, dass die kinetische Energie freier Teilchen bei Stoßprozessen nicht erhalten wäre, falls aus der Gleichheit der Massen von A mit B und A mit C nicht auch die Gleichheit von B mit C folgte und schließt: „Eine solche fortwährende Zunahme der lebendigen Kraft widerstreitet nun entschieden unsern *Erfahrungen*.“

Für Mach ist die Definition der trägen Masse somit eine Frage der physikalischen Erfahrung und der operationalen Konsistenz. So beendet er das Kapitel mit den Schlussfolgerungen:

7. Sobald wir also, durch die Erfahrung aufmerksam gemacht, die Existenz eines besondern *beschleunigungsbestimmenden Merkmals* der Körper *erschaut* haben, ist unsere Aufgabe mit der Anerkennung und unzweideutigen Bezeichnung dieser *Tatsache* erledigt. Über die Anerkennung dieser *Tatsache* kommen wir nicht hinaus, und jedes Hinausgehen über dieselbe führt nur Unklarheiten herbei. Jede Unbehaglichkeit verschwindet, sobald wir uns klar gemacht haben, dass in dem Massebegriff keinerlei Theorie, sondern eine Erfahrung liegt. Der Begriff hat sich bisher bewährt. Es ist sehr unwahrscheinlich, aber nicht unmöglich, dass er in Zukunft erschüttert wird... .

Mach hat hier also ein operationales Verfahren zur Bestimmung der trägen Masse eines Körpers angegeben. Dass dieses Verfahren funktioniert, ist eine Erfahrungstatsache. Trotzdem bleibt die Frage, ob nicht eines der Newtonschen Gesetze in diese Definition der trägen Masse

„hineingeschmuggelt“ wurde, oder anders ausgedrückt: Ist eines der Newtonschen Gesetze bei dieser Definition von träger Masse automatisch immer erfüllt?

Tatsächlich bringt für Mach das dritte Newtonsche Gesetz, das „Gegenwirkungsprinzip“, dieselbe physikalische Tatsachen zum Ausdruck, durch die die Definition der trägen Masse erst konsistent wird:

5. Der auf die angegebene Weise gewonnene Massenbegriff macht die besondere Aufstellung des Gegenwirkungsprinzips unnötig. Es ist nämlich im Massenbegriff und im Gegenwirkungsprinzip ... wieder *dieselbe* Tatsache *zweimal* formuliert, was überflüssig ist. Wenn zwei Massen 1 und 2 aufeinander wirken, so liegt es schon in unserer Definition, dass sie sich entgegengesetzte Beschleunigungen erteilen, die sich beziehungsweise wie 2:1 verhalten.

Hier erhebt sich die Frage, ob das dritte Newtonsche Gesetz wirklich zu einer Trivialität wird, wenn wir nach dem von Mach vorgeschlagenen Verfahren die trägen Massen von Körpern definieren. Das zweite oben angegebene Verfahren scheint beispielsweise vom Gegenwirkungsprinzip keinen Gebrauch zu machen. In diesem Fall erhebt sich eher die Frage, ob nicht das zweite Newtonsche Gesetz überflüssig wird.

Betrachten wir nochmals das Machsche Verfahren etwas genauer. Wir realisieren die Kraft zwischen zwei Körpern durch eine Feder, die zunächst auf eine bestimmte Spannung gebracht und dann losgelassen wird. Nach dem dritten Newtonschen Gesetz gilt die Impulserhaltung, d.h. das Verhältnis der Massen ist durch das Verhältnis der Endgeschwindigkeiten gegeben (bzw. durch das Verhältnis der Beschleunigungen, die die Körper während der Entspannung der Feder erfahren haben). Wir benutzen nun diese Vorrichtung zur Definition der trägen Massen verschiedener Körper und vergewissern uns, dass das Verfahren im oben genannten Sinne konsistent ist. Dann ist das dritte Newtonsche Gesetz *für diese Feder und die gewählte Federspannung* tatsächlich eine Trivialität.

Doch was ist, wenn wir nun die Feder durch eine andere Feder mit einer anderen Federkonstanten ersetzen? In diesem Fall wirkt zwischen den Körpern auch eine andere Kraft. Nun ist es alles andere als selbstverständlich, dass die Verhältnisse der Geschwindigkeiten sich wie die Verhältnisse der *bereits festgelegten* Massen verhalten. Wäre das nicht der Fall, so würde auch das dritte Newtonsche Gesetz nicht gelten. Wir könnten aber trotzdem eine *Referenzkraft* (Referenzfederkonstante) zur Definition der trägen Massen definieren. Die Verhältnisse der trägen Massen würden nun zwar von der Referenzkraft abhängen, trotzdem wäre das Verfahren im oben genannten Sinne konsistent.

Mir scheint daher, dass das dritte Newtonsche Gesetz auch bei der von Mach vorgeschlagenen Konvention zur Bestimmung der trägen Massen von Körpern immer noch nicht selbstverständlich ist. Es ist nämlich eine Erfahrungstatsache, dass die so definierten Massen *für alle Kräfte*, die zwischen den Körpern wirken können, dieselben sind. Eine andere Frage ist allerdings, ob die träge Masse überhaupt noch eine sinnvolle physikalische Größe wäre, wenn das dritte Newtonsche Gesetz nicht für alle Kräfte gelten würde.

Eine ähnliche Aussage gilt auch für das zweite oben genannte Verfahren zur Definition der trägen Massen. Wir benutzen wieder eine Referenzkraft zur Bestimmung der Massen. Doch

damit ist noch nicht sichergestellt, dass eine andere Referenzkraft ebenfalls dieselben Massenverhältnisse liefert. Es lässt sich durch Verwendung verschiedener Kräfte – ohne diesen Kräften bereits ein Maß gegeben zu haben – feststellen, dass die doppelte Masse dieselbe Kraft verlangt wie die doppelte Beschleunigung. Erst durch diese physikalische Erfahrungstatsache wird das zweite Newtonsche Gesetz zu einer von der Definition der trägen Masse unabhängigen Aussage.

Die angegebenen Verfahren zur Definition der trägen Masse ergeben einen Körperparameter, der die Eigenschaft der Additivität hat: Das doppelte Volumen eines homogenen Körpers hat auch die doppelte träge Masse. Wären zwei Verfahren zur Bestimmung der Massen nicht konsistent (also würden beispielsweise verschiedene Kräfte auch verschiedene Massenverhältnisse liefern), so kann nur maximal ein Satz von Massenverhältnissen die Eigenschaft der Additivität haben. Wann immer zwei verschiedene Verfahren für die trägen Massen die Eigenschaft der Additivität ergeben, sind die Verfahren auch konsistent.

Diese Diskussion zeigt, dass in der Physik die Definitionen physikalischer Größen keine zwingende Folge mathematischer Überlegungen sind, sondern im Allgemeinen eine Frage der Konsistenz dieser Definitionen. Man erhält ein ganzes Netz von Definitionen für verschiedene physikalische Größen, und diese Definitionen müssen untereinander konsistent sein. Diese Konsistenz lässt sich zwar in Einzelfällen überprüfen, aber vermutlich nie allgemein beweisen. Außerdem ist nicht gesagt, dass es nicht ein vollkommen anderes Netz von Definitionen physikalischer Größen gibt, das ebenfalls konsistent ist.

8.2 Zeit, Raum und Bewegung

In Kapitel 2.6 seiner *Mechanik* geht Mach ausführlich auf die newtonschen Vorstellungen von Zeit, Raum und Bewegung ein. Grundsätzlich sollte man an der Machschen Kritik den kinematischen und den dynamischen Aspekt unterscheiden (vgl. [25]). Der kinematische Aspekt bezieht sich auf die Unmöglichkeit, die absolute Zeit bzw. den absoluten Raum direkt beobachten zu können – also im Einklang mit Newton – und die Konsequenzen daraus für unseren Begriff von Raum und Zeit. Dieses Problem kann mit der operationalen Definition eines Intertialsystems (s.u.) zum größten Teil als gelöst gelten. Der dynamische Aspekt der Machschen Kritik bezieht sich auf die Trägheitskräfte, beispielsweise die Fliehkraft. Diese sollten nach Mach nicht als etwas dem Körper „eingepflanztes Mystisches“ angesehen werden, sondern sollten durch eine Wechselwirkung dieses Körpers mit anderen Körpern (beispielsweise dem Fixsternhimmel) erklärbar sein. Diese Eigenschaft einer Theorie bezeichnet Einstein später (1918) als das „Machsche Prinzip“.

Für unsere Diskussion von besonderem Interesse ist das 6. Kapitel des 2. Teils aus der *Mechanik* mit dem Titel *Newtons Ansichten über Zeit, Raum und Bewegung*. Der erste Absatz dieses Kapitels zitiert im wesentlichen die Anfangssätze sowie den Abschnitt I des Scholiums aus Newtons *Principia* [50]. Mach fährt dann fort:

2. Es scheint, als ob Newton bei den eben angeführten Bemerkungen noch unter dem Einfluss der mittelalterlichen Philosophie stünde, als ob er seiner Absicht, nur das *Tatsächliche* zu untersuchen, *untreu* würde. Wenn ein Ding A sich mit der Zeit ändert, so heißt dies nur, die Umstände eines Dinges

A hängen von den Umständen eines andern Dinges B ab. Die Schwingungen eines Pendels gehen in der *Zeit* vor, wenn dessen Exkursion von der Lage der Erde *abhängt*. Da wir bei Beobachtung des Pendels nicht auf die Abhängigkeit von der Lage der Erde zu achten brauchen, sondern dasselbe mit irgendeinem andern Ding vergleichen können (dessen Zustände freilich wieder von der Lage der Erde abhängen), so entsteht leicht die Täuschung, dass alle diese Dinge unwesentlich seien. Ja, wir können auf das Pendel achtend, von allen übrigen äußeren Dingen absehen und finden, dass für jede Lage unsere Gedanken und Empfindungen andere sind. Es scheint demnach die Zeit etwas Besonderes zu sein, von dessen Verlauf die Pendellage abhängt, während die Dinge, welche wir zum Vergleich nach freier Wahl herbeiziehen, eine zufällige Rolle zu spielen scheinen. Wir dürfen aber nicht vergessen, dass alle Dinge miteinander zusammenhängen und dass wir selbst mit unsern Gedanken nur ein Stück Natur sind. Wir sind ganz außerstande, die Veränderungen der Dinge an der *Zeit zu messen*. Die Zeit ist vielmehr eine Abstraktion, zu der wir durch die Veränderung der Dinge gelangen, weil wir auf kein *bestimmtes* Maß angewiesen sind, da eben alle untereinander zusammenhängen. Wir nennen eine Bewegung gleichförmig, in welcher gleiche Wegzuwüchse gleichen Wegzuwüchsen einer Vergleichsbewegung (der Drehung der Erde) entsprechen. Eine Bewegung kann gleichförmig sein in bezug auf eine andere. Die Frage, ob eine Bewegung *an sich* gleichförmig sei, hat *gar keinen Sinn*. Ebenso wenig können wir von einer „absoluten Zeit“ (unabhängig von jeder Veränderung) sprechen. Diese absolute Zeit kann an gar keiner Bewegung abgemessen werden, sie hat also auch gar keinen praktischen und auch keine wissenschaftlichen Wert, niemand ist berechtigt zu sagen, dass er von derselben etwas wisse, sie ist ein müßiger „metaphysischer“ Begriff.

Dieser Absatz bezieht sich auf den kinematischen Aspekt der Machschen Kritik. Wir wollen kurz versuchen, die obigen Überlegungen Machs in eine etwas modernere Sprache zu übersetzen. Mach führt zunächst zwei Systeme ein, ein System A, dessen Bewegung er beschreiben möchte, und ein System B, das als Referenzsystem dienen soll. Die Zustände der Systeme A und B seien jeweils Ω_A und Ω_B . „Zeit“ ϑ ist nun eine Abbildung von den Zuständen des Referenzsystems („Uhr“, beispielsweise der Rotationsfreiheitsgrad der Erde) in die reellen Zahlen: $\vartheta : \Omega_B \rightarrow \mathbf{R}$; jedem Zustand $\beta \in \Omega_B$ von B wird also eine reelle Zahl $\vartheta(\beta)$ zugeordnet, die wir als „Zeitpunkt“ interpretieren. Diese Zeit dient nun zur Beschreibung der Bewegung von System A, d.h. wir beschreiben die Bewegung von A durch eine Abbildung $\alpha : \mathbf{R} \rightarrow \Omega_A$ und sagen, zum Zeitpunkt ϑ befindet sich das System A im Zustand $\alpha(\vartheta)$. Mach betont nun, dass die reelle Zahl „Zeit“ (ϑ) hierbei eigentlich herausfällt, und wir direkt die Zustände von System A durch die Zustände von B beschreiben, also $\alpha : \Omega_B \rightarrow \Omega_A$ mit $\alpha(\beta) = \alpha(\vartheta(\beta))$. Nur diese Korrelation zwischen den Zuständen von A und B sind beobachtbar.

In einem nächsten Schritt werden die Zustände von A und B „quantifiziert“, d.h. wir ordnen den Zuständen selber Zahlen zu. Bei der Rotation der Erde beispielsweise den Winkel ω eines Referenzpunktes auf der Erde relativ zur Sonnenrichtung (oder zu einem Referenzpunkt am Fixsternhimmel), bei der Bewegung eines Massepunktes beispielsweise die Länge der zurückgelegten Strecke (die wiederum nur relativ zu anderen Referenzpunkten zu messen ist). D.h. zur Quantifizierung der Bewegung benötigen wir Abbildungen $x_A : \Omega_A \rightarrow \mathbf{R}$ und $x_B : \Omega_B \rightarrow \mathbf{R}$. Wenn wir nun sagen, dass die Bewegung von System A gleichförmig verläuft, so ist damit eine Proportionalität zwischen den Zuständen von System A und den Zuständen von System B gemeint, d.h. $x_A(\alpha(\beta)) \propto x_B(\beta)$.

Mach betont nun, dass wir System B auch durch irgendein anderes System C ersetzen können, das sich relativ zu B gleichförmig bewegt (im oben diskutierten Sinne). Es ändern sich vielleicht die Proportionalitätsfaktoren, aber in diesem Fall sind die Zustände von A und die

Zustände von C zueinander proportional. Sobald wir die Zustände von den Referenzsystemen B bzw. C quantifiziert haben, können wir die Zeitabbildung ϑ auch als lineare Abbildung ansetzen $\vartheta \propto x_B(\beta)$ (was eine willkürliche Wahl ist). Gleichförmigkeit der Bewegung von A lässt sich dann an der Proportionalität von den Zuständen von A (x) und der Zeit ϑ ablesen.

Wenden wir uns wieder den Erörterungen von Mach zu. Auf S. 248 folgen zwei Absätze, in denen das Problem des Zeitpfeils angesprochen wird. Mach erkennt durchaus den Zusammenhang mit der Irreversibilität physikalischer Vorgänge und dem Entropiegesetz, aber er betont an anderer Stelle auch, dass die Forschung hier noch einiges zu leisten hat, bevor eine befriedigende Erklärung dieses Problems gefunden ist.

Zur Vorstellung der Zeit gelangen wir durch den Zusammenhang des Inhalts unseres Erinnerungsfeldes mit dem Inhalt unseres Wahrnehmungsfeldes, wie wir kurz und allgemein verständlich sagen wollen. Wenn wir sagen, dass die Zeit in einem bestimmten Sinne abläuft, so bedeutet dies, dass die physikalischen (und folglich auch die physiologischen) Vorgänge sich nur in einem bestimmten Sinne vollziehen. ...

Anderwärts („Prinzipien der Wärmelehre“) habe ich ... auch auf den Zusammenhang des Entropiebegriffs mit der Nichtumkehrbarkeit der Zeit ... hingewiesen (S.338) und die Ansicht ausgesprochen, dass die Entropie des Weltalls, wenn sie überhaupt bestimmt werden könnte, wirklich eine Art absoluten Zeitmaßes darstellen würde. ...

Es folgt wieder ein längeres Zitat aus Newtons Scholium, und zwar der Abschnitt II, IV sowie die Diskussion des Eimerexperiments und die abschließende Diskussion zur Unterscheidung der wahren von der scheinbaren Bewegung mit Hilfe zweier durch einen Faden verbundenen Kugeln.

Er beschließt diesen Absatz mit der Bemerkung:

3. ... *Alle* Massen, *alle* Geschwindigkeiten, demnach *alle* Kräfte sind relativ. Es gibt keine Entscheidung über Relatives und Absolutes, welche wir treffen könnten, zu welcher wir gedrängt wären, aus welcher wir einen intellektuellen oder einen andern Vorteil ziehen könnten. – Wenn noch immer moderne Autoren durch die Newtonschen, vom Wassergefäß hergenommenen Argumente sich verleiten lassen, zwischen relativer und absoluter Bewegung zu unterscheiden, so bedenken sie nicht, dass das Weltsystem uns nur *einmal* gegeben, die ptolemäische oder kopernikanische Auffassung aber *unsere* Interpretationen, aber beide gleich wirklich sind. Man versuche, das Newtonsche Wassergefäß festzuhalten, den Fixsternhimmel dagegen zu rotieren und das Fehlen der Fliehkräfte nun nachzuweisen.

Der letzte Satz bezieht sich darauf, dass im ptolemäischen Weltbild der Fixsternhimmel rotiert und die Erde ruht, wohingegen im kopernikanischen Weltbild der Fixsternhimmel ruht und die Erde rotiert. Kinematisch sind beide Weltbilder insofern äquivalent, als sie sich durch eine (nichtlineare) Transformation des Bezugssystems ineinander überführen lassen. Er sagt an späterer Stelle dazu (S. 255):

5. ... Beide Auffassungen sind auch gleich *richtig*, nur ist die letztere einfacher und *praktischer*. Das Weltsystem ist uns nicht *zweimal* gegeben mit ruhender und rotierender Erde, sonder nur *einmal* mit

seinen allein bestimmbaren Relativbewegungen. Wir können also nicht sagen, wie es wäre, wenn die Erde nicht rotierte. Wir können den einen uns gegebenen Fall in verschiedener Weise interpretieren. Wenn wir aber so interpretieren, dass wir mit der Erfahrung in Widerspruch geraten, so interpretieren wir eben falsch. Die mechanischen Grundsätze können also wohl so gefasst werden, dass auch für Relativdrehungen Zentrifugalkräfte sich ergeben.

Zunächst bezieht sich Mach noch auf den rein kinematischen Aspekt seiner Kritik. Wir beobachten, dass sich die Erde *relativ* zu den Fixsternen dreht, und dass dabei Fliehkräfte auftreten. Es wird noch nichts darüber ausgesagt, was die Ursache für diese Fliehkräfte ist. Aber er fordert im letzten Satz, dass die physikalischen Gesetze so zu formulieren sind, dass sich die Zentrifugalkräfte aus dieser Relativdrehung ergeben. Im nächsten Absatz geht er in diesem Zusammenhang nochmals auf den Newtonschen Eimerversuch ein:

Der Versuch Newtons mit dem rotierenden Wassergefäß lehrt nur, dass die Relativdrehungen des Wassers gegen die *Gefäßwände* keine merklichen Zentrifugalkräfte weckt, dass dieselben aber durch die Relativdrehung gegen die Masse der Erde und die übrigen Himmelskörper geweckt werden. Niemand kann sagen, wie der Versuch quantitativ und qualitativ verlaufen würde, wenn die Gefäßwände immer dicker und massiver, zuletzt mehrere Meilen dick würden. Es liegt nur der *eine* Versuch vor, und wir haben denselben mit den übrigen uns bekannten Tatsachen, nicht aber mit unsern willkürlichen Dichtungen in Einklang zu bringen.

Hier beschreibt Mach den dynamischen Aspekt seiner Kritik: Die Zentrifugalkräfte (bzw. die Trägheitskräfte im Allgemeinen) müssen, wie alle anderen Kräfte auch, durch eine Wechselwirkung hervorgerufen werden. Dafür kommt für Mach nur die Wechselwirkungen mit anderen Massen, d.h. eine Form der Gravitation in Frage. Die Wechselwirkung von Wasser mit den Wänden eines Eimers, wie Newton das Experiment beschreibt, reicht allerdings zur Erzeugung von Fliehkräften nicht aus, wohl aber die Wechselwirkung mit sehr weit entfernten Massen (den Fixsternen) oder aber (möglicherweise) ausreichend dicken Eimerwänden.

Diesen Unterschied zwischen dem ptolemäischen und kopernikanischen Weltsystem hinsichtlich des kinematischen und dynamischen Aspekts betont auch Fierz ([22], S. 67) sehr schön:

Rein kinematisch, d.h. bewegungsmäßig, ist die Alternative sinnlos, weil die Bewegung ein Relativbegriff ist. Dynamisch, d.h. wenn man die auftretenden Kräfte, die Zentrifugalkräfte vor allem, beachtet, besteht die Alternative zurecht. Dies zeigt die Abplattung der Erde, die eine Folge der Zentrifugalkräfte ist, die der Erddrehung wegen auftreten. Die Erde wäre, so denkt man, auch abgeplattet, wenn sie ganz allein, ohne Sonne und Sterne, im Weltraum rotieren würde. Wogegen erfolgt aber dann ihre Drehung?

Mach erläutert im 7. Abschnitt auch grob, wie eine solche Theorie, bei der die Trägheit durch Wechselwirkung hervorgerufen wird, aussehen könnte:

7. Statt nun einen bewegten Körper auf den Raum (auf ein Koordinatensystem) zu beziehen, wollen wir direkt sein Verhältnis zu den *Körpern* des Weltraumes betrachten, durch welche jenes Koordina-

tensystem allein *bestimmt* werden kann. Voneinander sehr ferne Körper, welche in bezug auf andere ferne festliegende Körper sich mit konstanter Richtung und Geschwindigkeit bewegen, ändern ihre gegenseitige Entfernung der Zeit proportional. Man kann auch sagen, alle sehr fernen Körper ändern, von gegenseitigen oder andern Kräften abgesehen, ihre Entfernungen einander proportional. Zwei Körper, welche in kleiner Entfernung voneinander sich mit konstanter Richtung und Geschwindigkeit gegen andere festliegende Körper bewegen, stehen in einer komplizierten Beziehung. Würde man die beiden Körper als abhängig betrachten, r ihre Entfernung, t die Zeit und a eine von den Richtungen und Geschwindigkeiten abhängige Konstante nennen, so würde sich ergeben: $\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{1}{r} \left[a^2 - \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right]$. Es ist offenbar viel *einfacher* und *übersichtlicher*, die beiden Körper als voneinander unabhängig anzusehen und die Unveränderlichkeit ihrer Richtung und Geschwindigkeit gegen andere festliegende Körper zu beachten.

Mach macht hier darauf aufmerksam, dass der Relativvektor zwischen zwei sich geradlinig gleichförmig bewegenden Körpern zwar ebenfalls einer Geradengleichung genügt, d.h.

$$\vec{r} = \vec{x}_1 - \vec{x}_2 = \vec{b} + \vec{v}t,$$

wobei $\vec{v}$ die Differenzgeschwindigkeit und $\vec{b}$ den Differenzvektor zum Zeitpunkt $t = 0$ bezeichnet, dass aber der Abstand zwischen diesen beiden Körpern, d.h. der Betrag von $\vec{r}$, einer komplizierteren Gleichung genügt:

$$r(t) := |\vec{r}(t)| = \sqrt{b^2 + v^2 t^2 + 2(\vec{b} \cdot \vec{v})t}. \quad (8.3)$$

Diese Funktion erfüllt die oben angegebene Differentialgleichung. Dazu kann man diese Relation beispielsweise quadrieren,

$$r^2 = b^2 + v^2 t^2 + 2(\vec{b} \cdot \vec{v})t,$$

und erhält

$$\frac{dr^2}{dt} \equiv 2r \frac{dr}{dt} = 2v^2 t + 2(\vec{b} \cdot \vec{v})$$

bzw.

$$\frac{d^2(r^2)}{dt^2} \equiv 2 \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + 2r \frac{d^2 r}{dt^2} = 2v^2$$

oder

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{1}{r} \left[v^2 - \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right]. \quad (8.4)$$

Man beachte, dass der Differenzvektor $\vec{b}$ zwar von der Wahl des Zeitnullpunktes abhängt, trotzdem aber nicht beliebig ist. Es muß ein Vektor sein, der zumindest zu einem Zeitpunkt Verbindungsvektor zwischen den beiden Körpern ist. $\vec{b} = 0$ impliziert also, dass es einen Zeitpunkt gibt, bei dem die beiden Körper am selben Punkt sind. Nur in diesem Fall ist $(dr/dt) = v$ und somit $d^2 r/dt^2 = 0$.

Mach fährt dann fort:

Statt zu sagen, die Richtung und Geschwindigkeit einer Masse μ im Raum bleibt konstant, kann man auch den Ausdruck gebrauchen, die mittlere Beschleunigung der Masse μ gegen die Massen

$m, m', m'' \dots$ in den Entfernungen $r, r', r'' \dots$ ist $= 0$ oder $\frac{d}{dt^2} \sum \frac{mr}{m} = 0$. Letzterer Ausdruck ist dem erstern äquivalent, sobald man nur hinreichend viele, hinreichend weite und große Massen in Betracht zieht. Es fällt hierbei der gegenseitige Einfluss der nähern kleinen Massen, welche sich scheinbar umeinander nicht kümmern, von selbst aus. Dass die unveränderliche Richtung und Geschwindigkeit durch die angeführte Bedingung gegeben ist, sieht man, wenn man durch μ als Scheitel Kegel legt, welche verschiedene Teile des Weltraumes herauschneiden, und wenn man für die Massen dieser einzelnen Teile die Bedingung aufstellt. Man kann natürlich auch für den *ganzen* μ umschließenden Raum $\frac{d}{dt^2} \sum \frac{mr}{m} = 0$ setzen. Diese Gleichung sagt aber nichts über die Bewegung von μ aus, da sie für jede Art der Bewegung gilt, wenn μ von unendlich vielen Massen gleichmäßig umgeben ist. Wenn zwei Massen μ_1, μ_2 eine von ihrer Entfernung r abhängige Kraft aufeinander ausüben, so ist $\frac{d^2 r}{dt^2} = (\mu_1 + \mu_2)f(r)$. Zugleich bleibt aber die Beschleunigung des Schwerpunkts der beiden Massen oder die mittlere Beschleunigung des Massensystems (nach dem Gegenwirkungsprinzip) gegen die Massen des Weltraumes $= 0$, d.h.

$$\frac{d^2}{dt^2} \left[\mu_1 \sum \frac{mr_1}{m} + \mu_2 \sum \frac{mr_2}{m} \right] = 0.$$

Bedenkt man, dass die in die Beschleunigung eingehende Zeit selbst nichts ist als die Maßzahl von Entfernungen (oder von Drehungswinkeln) der Weltkörper, so sieht man, dass selbst in dem einfachsten Fall, in welchem man sich scheinbar nur mit der Wechselwirkung von *zwei* Massen befasst, ein Absehen von der übrigen Welt *nicht möglich* ist. Die Natur beginnt eben nicht mit Elementen, so wie wir genötigt sind, mit Elementen zu beginnen. Für uns ist es allerdings ein Glück, wenn wir zeitweilig unsern Blick von dem überwältigenden Ganzen ablenken und auf das Einzelne richten können. Wir dürfen aber nicht versäumen, alsbald das vorläufig Unbeachtete neuerdings ergänzend und korrigierend zu untersuchen.

In der vorliegenden Ausgabe der *Mechanik* [43] bemerkt der Kommentator zu dem letzten Satz: „Das Glück, von dem Mach hier spricht, ist die Voraussetzung, unter der es möglich ist, Einzelwissenschaft überhaupt zu betreiben. In der philosophischen Reflexion ist nicht zu vergessen, dass man von der Welt als Ganzes abgesehen hat. Und für die Einzelwissenschaft ist es erforderlich, erkenntnistheoretische Prinzipien vorauszusetzen, nach denen die jeweils betrachteten Systeme isoliert werden *können*.“

Kapitel 9

Die Entwicklung des Inertialsystems

Der Begriff „Inertialsystem“ wurde 1886 von Ludwig Gustav Lange (1863–1936) geprägt ([37]; aus [39], S. 60). Bedenkt man die grundlegende Bedeutung dieses Begriffes für die newtonsche Mechanik, so ist es erstaunlich, dass dieses Konzept erst zweihundert Jahre nach der *Principia* entwickelt wurde. Das hatte weniger mit den mathematischen Schwierigkeiten zu tun, die vergleichsweise gering sind und durchaus zu Newtons Zeiten schon lösbar waren, als damit, dass die fundamentalen Probleme in der *Principia*, mit denen Newton noch gerungen hatte (die Orts- und Zeitbestimmung) in den folgenden Jahren in Vergessenheit gerieten und erst in der Mitte des 19. Jahrhunderts wieder auftauchten.

9.1 Historische Vorbemerkungen

Die Physiker des 18. Jahrhunderts hatten sich mehr mit den analytischen Problemen der newtonschen Mechanik beschäftigt, als mit den fundamentalen Problemen. Für alle praktischen Zwecke schien die Orts- und Zeitbestimmung kein Problem darzustellen. Für die Mechanik bezog schon Galilei (eigentlich schon Aristoteles) den Ort immer auf Bezugspunkte auf der Erdoberfläche. Für astronomische Betrachtungen war zunächst ebenfalls der Erdmittelpunkt der Bezugspunkt bzw. die Erde das Bezugssystem, seit Kepler wurde die Sonne zum Bezugspunkt der Ortsbestimmung. Die Fixsterne galten ohnehin als im wesentlichen fest. Für die Zeitmessung konnte die Konstanz der Erdrotation dienen, später ergaben genauere Messungen der Mond- und Planetenbewegungen leichte Korrekturen, die aber ebenfalls kaum von praktischer Bedeutung waren. Galilei hatte schon die Unabhängigkeit der Pendelbewegung von der Amplitude (für kleine Amplituden) erkannt, doch erst 1657/8 entwickelte Huygens das Prinzip der Pendeluhr.

In der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts wurde die Mathematik in ihren Fundamenten

erschüttert, als Carl Friedrich Gauß (1777–1855), Janos Bolyai (1802–1860) und Nikolai Iwanowitsch Lobatschewski (1792–1856) unabhängig voneinander Beispiele für eine nicht-euklidische Geometrie entwickelten. Als Folge besannen sich viele Mathematiker wieder auf die Grundlagen ihrer Wissenschaft. Neue Axiomensysteme wurden entwickelt, die sich nicht auf die „Anschauung“ verließen, denn gerade diese hatte im Fall der euklidischen Geometrie offensichtlich versagt. Für die Geometrie gipfelten diese Versuche in den „Grundlagen der Geometrie“ [32], die David Hilbert (1862–1943) im Jahre 1899 veröffentlichte.

So ist es vielleicht nicht verwunderlich, dass man sich in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts auch in der Physik wieder auf die Grundlagen besann. Für alle praktischen Zwecke reichten die oben genannten Bestimmungen von Zeit und Raum vielleicht aus. Doch nun begann man sich zu fragen, was an den Newtonschen Gesetzen wirklich eine nicht-triviale physikalische Aussage war. Im Zentrum stand dabei die Frage, wie sich operational ein System konstruieren lässt, in dem die Newtonschen Gesetze gelten.

9.2 Bezugssystem und Inertialsystem

Wie wir gesehen haben, bezogen sich die newtonschen Naturgesetze zunächst auf den absoluten Raum und die absolute Zeit. Die Ansätze Newtons zu einer operationalen Bestimmung dieser Größen war jedoch dürftig: Die absolute Zeit wurde aus „Verstetigung“ der Bewegungen der Himmelskörper genähert, der absolute Raum war (zumindest implizit) durch die Fixsterne vorgegeben. Das Corollar V in Newtons Prinzipia (siehe Anhang ??) besagt zwar, dass die physikalischen Gesetze in jedem Raum, der sich relativ zum absoluten Raum in Ruhe oder in einer gleichförmig-geradlinigen Bewegung befindet, dieselben sind, aber es ist damit immer noch nicht geklärt, wie sich ein solcher Raum und eine entsprechende Uhr konstruieren lassen.

Zunächst sollte man den Begriff des „Bezugssystems“ und den Begriff des „Inertialsystems“ auseinanderhalten. Ein Bezugssystem besteht ganz allgemein aus einem Bezugspunkt, der Auszeichnung dreier (als orthogonal angenommener) Richtungen mit einer Skala, d.h. ein Koordinatensystem, sowie einer Uhr. Dabei spielt es keine Rolle, welche Bewegung der Bezugspunkt relativ zum absoluten Raum ausführt, wie die Richtungen sich im Verlauf der Zeit bewegen, und ob die Uhr eine Zeit anzeigt, die proportional zur absoluten Zeit ist. Mit anderen Worten, Bezugspunkt, Bezugsrichtungen und Uhr sind beliebig und haben somit keinen Bezug zu den absoluten Raum- bzw. Zeitgrößen.

Es wird jedoch die wesentliche Voraussetzung gemacht, dass zu gleichen Zeiten Abstände zwischen Körpern im Raum miteinander verglichen werden können. Anderenfalls könnten wir nicht von Orthogonalität oder von einer Skala auf den ausgezeichneten Richtungen des Bezugssystems sprechen, und wir hätten die Abstände von Körpern zu den ausgezeichneten Richtungen auch nicht als Koordinaten der Körper zur Verfügung. Die Frage nach einer solchen „Metrisierbarkeit“ des Raumes wird im nächsten Abschnitt angesprochen. Nicht vorausgesetzt wird hingegen, dass wir Raumpunkte zu verschiedenen Zeitpunkten in Beziehung setzen können. (Wäre das der Fall könnten wir entscheiden, ob sich ein Körper entlang einer geraden Linie bewegt.)

Ein Inertialsystem ist nun ein Bezugssystem, *relativ zu dem* die Newtonschen Gesetze gelten, d.h. insbesondere, dass sich relativ zu diesem Bezugssystem jeder kräftefreie Körper geradlinig-gleichförmig bewegt. Diese Definition setzt voraus, dass es Bezugssysteme gibt, in denen das Trägheitsprinzip gültig ist. Außerdem wird vorausgesetzt, dass sich die Frage, ob ein Körper tatsächlich kräftefrei ist, auch entscheiden lässt. (Ob wirklich keine Kräfte auf einen Körper wirken oder ob sich die Kräfte nur gegenseitig aufheben, wie beispielsweise in einem Raumschiff, wird dabei nicht unterschieden.)

Der Frage, wie sich Inertialsysteme operational konstruieren lassen, haben sich gegen Ende des letzten Jahrhundert mehrere Physiker und Mathematiker gewidmet. In erster Linie sind hier Carl Gottfried Neumann (1832–1925), Ludwig Gustav Lange (1863–1936), James Thomson (?) und Peter Guthrie Tait (1831–1901) zu nennen. Neumann [53] (aus [25]) behandelt in erster Linie das Problem einer „Inertialzeit“, d.h. der Definition einer „gleichlaufenden“ Uhr. Lange baut auf diesen Ergebnissen auf und definiert Inertialsysteme und Inertialzeit, sodass wir im folgenden nur die Ergebnisse von Lange zusammenfassen und kommentieren. Ähnlich verhält es sich bei Thomson und Tait. Tait arbeitet Ideen bzw. Anregungen von Thomson [62] (aus [25]) aus. Die folgenden Erörterungen folgen Giulini [25] und Mach [43] (S. 262).

9.3 Ludwig Gustav Lange

geb. 1863; gest. 1936

Lange beschäftigt sich mit der Frage, inwiefern beliebige Bahnkurven von Körpern ein Bezugssystem definieren, in dem diese Bahnkurven geradlinig sind. Mach schreibt dazu (S. 262):

Gegen einen beliebigen, auch krummlinig bewegten Punkt P_1 kann ein Koordinatensystem so bewegt werden, dass der Punkt P_1 in diesem eine Gerade G_1 beschreibt. Kommt ein zweiter beliebig gewählter Punkt P_2 hinzu, so kann jenes System noch immer so bewegt werden, dass eine zweite, gegen G_1 im Allgemeinen windschiefe Gerade G_2 von P_2 beschrieben wird, wenn nur der kürzeste Abstand G_1G_2 den kürzesten, welchen P_1P_2 irgendwann erreichen kann, nicht übertrifft. Noch immer ist das System um P_1P_2 drehbar. Wählt man noch eine dritte Gerade G_3 so, dass alle Dreiecke $P_1P_2P_3$, welche durch einen dritten hinzutretenden, beliebig bewegten Punkt P_3 entstehen können, durch Punkte auf $G_1G_2G_3$ darstellbar sind, so kann auch P_3 auf G_3 fortschreiten. Für höchstens drei Punkte ist also ein Koordinatensystem, in welchem diese geradlinig fortschreiten, bloße *Konvention*. Den wesentlichen Inhalt des *Trägheitsgesetzes* sieht nun Lange darin, dass sich mit Hilfe von drei sich selbst überlassenen materiellen Punkten ein Koordinatensystem ausfindig machen lässt, in bezug auf welches vier und beliebig viele sich selbst überlassene materielle Punkte geradlinig, unter Beschreibung einander proportionaler Wegstrecken sich bewegen. Der Vorgang in der Natur wäre also eine Vereinfachung und Beschränkung der kinematisch möglichen Mannigfaltigkeit.

Lange stellt sich hier also ganz allgemein die Frage, ob die Newtonschen Gesetze überhaupt eine nicht-triviale Aussage darstellen, und wenn „ja“, in welchem Sinne. Zunächst stellt er fest, dass die Newtonschen Gesetze für einen einzelnen Körper reine Konvention sind: Zu jeder

beliebigen Bahnkurve eines Körpers lässt sich ein Bezugssystem finden, sodass dieser Körper sich relativ zu diesem Bezugssystem geradlinig bewegt – ja sogar in Ruhe ist. Auch für zwei und sogar für drei Körper findet Lange, dass deren geradlinige Ausbreitung unter sehr allgemeinen Voraussetzungen eine Frage des geeignet gewählten Bezugssystems ist.

Angenommen, die Newtonschen Gesetze wären falsch und kräftefreie Körper hätten eine kompliziertere Bewegung relativ zum absoluten Raum. Gäbe es in unserem Universum nur insgesamt drei Körper, so könnten wir trotzdem (im Allgemeinen) ein Bezugssystem finden, sodass sich diese Körper entlang von Geraden bewegen. Wir würden in diesem Fall vielleicht das erste Newtonsche Gesetz aufstellen und als richtig empfinden.

Genau dieser Frage geht Lange hier nach: Enthalten die Newtonschen Gesetze physikalisch nicht-triviale Aussagen, oder lässt sich immer ein geeignetes Bezugssystem und eine geeignete Uhr finden, so daß beispielsweise die kräftefreie Bewegung eines Körpers auch immer geradlinig ist. Die Antwort von Lange lautet: Für drei Körper sind die Newtonschen Gesetze Konvention. Die Tatsache, dass sich aber jeder weitere Körper in einem Inertialsystem ebenfalls geradlinig gleichförmig bewegt, ist eine nicht-triviale Aussage.

Lange gibt auch eine operationale Vorschrift, wie sich eine Inertialuhr und ein Inertialsystem konstruieren lassen. Ausgangspunkt seiner Überlegungen ist, dass der Abstand zwischen zwei kräftefreien Körpern, die von einem Punkt aus abgeworfen und dann sich selber überlassen werden, eine Uhr definiert, die als Inertialuhr angesehen werden kann. Für solche Körper ist nämlich $\vec{b} = 0$ in 8.3 und somit

$$r = vt.$$

Zwei solche Körper definieren zwar einen Bezugspunkt und eine Achse (beispielsweise die z -Achse eines Koordinatensystems), aber erst ein dritter Körper, der ebenfalls aus demselben Punkt entstammt, definiert eine zweite Achse und somit (modulo Orientierung) ein Koordinatensystem.

Lange fasst nun die Trägheitsgesetze Newtons in zwei Definitionen und zwei Theoreme zusammen ([38]):

Definition I: „Inertialsystem“ heißt ein jedes Koordinatensystem von der Beschaffenheit, dass mit Bezug darauf drei vom selben Raumpunkt projizierte und dann sich selbst überlassene Punkte P, P', P'' – welche aber nicht in einer geraden Linie liegen sollen – auf drei beliebigen in einem Punkte zusammenlaufenden Geraden G, G', G'' (z.B. auf den Koordinatenachsen) dahinschreiten.

Theorem I: Mit Bezug auf ein Inertialsystem ist die Bahn jedes beliebigen vierten sich selbst überlassenen Punktes gleichfalls geradlinig.

Definition II: „Inertialzeitskala“ heißt eine jede Zeitskala, in Bezug auf welche ein sich selbst überlassener auf ein Inertialsystem bezogener Punkt (etwa P) gleichförmig fortschreitet.

Theorem II: In Bezug auf eine Inertialzeitskala ist jeder sich selbst überlassene Punkt in seiner Inertialbahn gleichförmig bewegt.

Damit ist auch gleichzeitig eine Anleitung zur Konstruktion eines Inertialsystems und ei-

ner Inertialzeituhr gegeben: Man nehme drei (punktförmige) Körper, „werfe“ sie von einem gemeinsamen Punkt aus (nicht kollinear) los und überlasse sie sich selber (kräftefrei). Der Abstand zweier Körper kann als Inertialzeituhr dienen. Einer der Punkte kann als Bezugspunkt (Ursprung) des Bezugssystems gewählt werden, die anderen beiden Punkte bewegen sich auf nicht kollinearen Geraden und definieren so zwei Richtungen bzw. eine Richtung und eine Ebene des Bezugssystems. Die dritte Richtung kann auf dieser Ebene orthogonal gewählt werden. Jeder andere kräftefreie Körper bewegt sich dann relativ zu diesem System geradlinig-gleichförmig.

9.4 Peter Guthrie Tait

geb. 1831; gest. 1901

Eine ganz ähnliche Frage hat auch Peter Guthrie Tait aufgegriffen [61], nach [25]. Er denkt sich $n + 1$ Massepunkte $P_i, i = 0, 1, \dots, n$ auf beliebigen Bahnen $\vec{x}_i(t)$ im $\mathbf{R}^3$. Gesucht ist ein räumliches Koordinatensystem und eine Zeitskala t , bezüglich der gilt: $\vec{x}_i(t) = \vec{a}_i + \vec{v}_i t$, wobei $\vec{a}_i$ und $\vec{v}_i$ von t unabhängig sind. Translations- und Geschwindigkeitstransformationen erlauben gleich $\vec{a}_0 = 0 = \vec{v}_0$ zu setzen. Die Beobachtbarkeit der $n(n + 1)/2$ relativen Abstände ist gleichbedeutend mit der Beobachtbarkeit der $n(n + 1)/2$ Größen:

$$Q_{ij}(t) := \vec{x}_i(t) \cdot \vec{x}_j(t) = \vec{a}_i \cdot \vec{a}_j + t(\vec{a}_i \cdot \vec{v}_j + \vec{v}_i \cdot \vec{a}_j) + t^2 \vec{v}_i \cdot \vec{v}_j \quad \text{für } i \leq j. \quad (9.1)$$

Misst man zu k verschiedenen Zeitpunkten t_α jeweils alle Q_{ij} , so erhält man die $kn(n + 1)/2$ Zahlen $Q_{ij}(t_\alpha)$. Daraus zu bestimmen sind folgende Unbekannte, die wir in vier Gleichungen einteilen:

1. die k Zeiten t_α ,
2. die $n(n + 1)/2$ Produkte $\vec{a}_i \cdot \vec{a}_j$,
3. die $n(n + 1)/2$ Produkte $\vec{v}_i \cdot \vec{v}_j$,
4. die $n(n + 1)/2$ symmetrischen Produkte $\vec{a}_i \cdot \vec{v}_j + \vec{v}_i \cdot \vec{a}_j$.

Die Willkür der Zeitskala wird durch die Wahlen $t_1 = 0$ und $t_2 = 1$ beseitigt, sodass aus der ersten Gruppe nur die $k - 2$ Zeiten $t_3, \dots, t_k$ zu bestimmen bleiben. Die Willkür des räumlichen Bezugssystems wird wieder so beseitigt, indem man P_1 auf die z -Achse und P_2 in die xz -Ebene legt. Umgekehrt, kennt man die drei Zahlen $\vec{a}_1^2, \vec{a}_2^2$ und $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2$, so kann man mit dieser Vereinbarung eindeutig ein Koordinatensystem (bis auf Orientierung) konstruieren. Um aber diese drei Zahlen berechnen zu können, muss man i.a. die $kn(n + 1)/2$ Gleichungen (9.1) nach den $k - 2 + 3n(n + 1)/2$ Unbekannten der 1. bis 4. Gruppe auflösen. Die Anzahl der Gleichungen minus der Anzahl der Unbekannten ist also $\frac{k-2}{2}n(n + 1) + 2 - k$. Sie ist positiv genau dann, wenn $n \geq 2$ und $k \geq 4$. Die Minimalbedingung sind drei Teilchen $n = 2$ und vier „Schnappschüsse“ ($k = 4$); dann gibt es 12 Gleichungen für 11 Unbekannte. Tait macht noch einige wenige (nicht erschöpfende) Bemerkungen über die tatsächliche Lösbarkeit dieses nichtlinearen Gleichungssystems und seine möglichen Entartungen.

Kapitel 10

Der Zeitpfeil

Das Problem des Zeitpfeils in der Natur gilt nach wie vor als nicht vollständig gelöst. Es ist noch nicht einmal eindeutig, ob es letztendlich nur einen Zeitpfeil, oder mehrere unabhängige Zeitpfeile gibt. Langläufig unterscheidet man zunächst die folgenden Zeitpfeile (Liste möglicherweise nicht vollständig):

1. Thermodynamischer Zeitpfeil:

Hierbei handelt es sich um die Zeitrichtung, die durch den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik ausgezeichnet wird:

$$\frac{dS}{dt} \geq 0 ,$$

die Entropie S eines abgeschlossenen Systems nimmt in der Zeit nicht ab. Ist das System nicht im Gleichgewicht, so nimmt die Entropie zu.

2. Elektrodynamischer Zeitpfeil:

Die physikalischen Lösungen der Maxwell-Gleichungen bei vorgegebenen Ladungs- und Stromverteilungen erhält man mit Hilfe der retardierten Greenschen Funktionen. Die Maxwell-Gleichungen sind zwar zeitumkehrinvariant, die Lösungen zeichnen aber eine Zeitrichtung aus.

3. Psychologischer Zeitpfeil:

Hierunter versteht man die subjektiv empfundene Richtung der Zeit, wie sie durch unsere Vorstellungen von Vergangenheit und Zukunft gegeben ist. Dabei kann man nochmals zwischen zwei Zeitpfeilen unterscheiden:

- (a) Die Unterscheidung zwischen „Realität“ und „Möglichkeit“. Wir empfinden Vergangenes als sehr viel realer als Zukünftiges. Insbesondere empfinden wir die Vergangenheit auch als unabänderlich und unbeeinflussbar, wohingegen uns die Zukunft als beeinflussbar erscheint. Unser „freier Wille“ richtet sich auf unsere Taten in der Zukunft, nicht in der Vergangenheit.

- (b) Das „Hinüberschaukeln“ von Erwartung (Zukünftiges) zu Erinnerung (Vergangenes). Die Abnahme dessen, auf das sich unsere Erwartungen beziehen, und die gleichzeitige Zunahme dessen, auf das sich unsere Erinnerungen beziehen.
- 4. Biologischer Zeitpfeil:
Die Zeitrichtung, die durch Prozesse des Wachsens und Vergehens bei biologischen Systemen ausgezeichnet ist.
- 5. Evolutionärer Zeitpfeil:
Die Zeitrichtung, die durch die fortschreitende Evolution ausgezeichnet ist.
- 6. Kosmologischer Zeitpfeil:
Die (momentane) Ausdehnung des Universums – beobachtet in der Rotverschiebung sehr entfernter Objekte – zeichnet eine Zeitrichtung aus. Der Radius des Universums nimmt mit der Zeit zu.
- 7. Zeitpfeil der CP-Verletzung:
In der Natur werden Teilchenzerfälle beobachtet, die eine Verletzung der CP-Symmetrie (Ladungskonjugation + Parität) implizieren. Da andererseits aus sehr allgemeinen Überlegungen die CPT-Symmetrie (obiges + Zeitinversion) erhalten sein muss, folgt bei diesen Prozessen auch eine Verletzung der T-Invarianz.

Einerseits besteht das Problem, inwieweit sich einige oder sogar alle Zeitpfeile auf einen oder doch zumindest wenige Zeitpfeile (beispielsweise den kosmologischen Zeitpfeil oder den thermodynamischen Zeitpfeil) zurückführen lassen. Andererseits gilt es zu klären, ob beispielsweise der thermodynamische Zeitpfeil tatsächlich eine Zeitrichtung auszeichnet, und ob sich der thermodynamische Zeitpfeil durch die Zurückführung auf die statistische Mechanik herleiten lässt.

10.1 Äquivalenz der Zeitpfeile

Zur Äquivalenz des elektrodynamischen und thermodynamischen Zeitpfeils gibt es eine bekannte Diskussion zwischen Einstein und Ritz, sowie interessante Arbeiten von Wheeler und Feynman. Ein guter Überblick zur Thematik enthält das Buch von Zeh [64].

Die meisten Physiker sind der Meinung, dass sich zumindest der biologische Zeitpfeil, der evolutionäre Zeitpfeil und der (oder die) psychologische(n) Zeitpfeil(e) auf den thermodynamischen Zeitpfeil zurückführen lassen. Das Hauptargument dafür ist, dass biologische und physiologische Prozesse sich letztendlich aus chemischen Reaktionen zusammensetzen, und für chemische Reaktionen gilt der zweite Hauptsatz der Thermodynamik. Bei der Komplexität der Vorgänge in biologischen und physiologischen Prozessen lässt sich dieses Argument jedoch oft schwer nachvollziehen. Insbesondere scheint eine Beobachtung nicht mit dem Entropiesatz vereinbar: Bei den meisten biologischen und physiologischen Prozessen scheint die Ordnung der Systeme zuzunehmen. Das widerspricht zwar nicht unmittelbar dem zweiten Hauptsatz, doch sollte eine Ordnungszunahme eher die ganz seltene Ausnahme sein. In der Natur wird aber die spontane Zunahme von Ordnung (nicht nur in der Biologie, sondern auch in physikalischen Systemen) eher als Regel empfunden. Die folgenden Überlegungen sollen zeigen, dass eine Zunahme an

Ordnung nicht nur der Entropiezunahme nicht widerspricht, sondern sogar im allgemeinen eine unmittelbare Folgerung aus dem zweiten Hauptsatz ist.

10.1.1 Ordnung als Folge des zweiten Hauptsatzes

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik besitzt einige äquivalente Formulierungen. Dazu zählt auch die Aussage, dass sich ein abgeschlossenes System im Verlauf der Zeit seinem Gleichgewichtszustand nähert. Im Gleichgewichtszustand gilt aber der „Gleichverteilungssatz“: Jeder thermodynamische Freiheitsgrad trägt im Mittel dieselbe Energie:

$$\langle E \rangle = \frac{1}{2} k_B T .$$

Hierbei ist T die Temperatur des Gleichgewichtszustandes und k_B die Boltzmann-Konstante.

„Höchste Unordnung“ (Gleichgewichtszustand) herrscht somit, wenn die zur Verfügung stehende Energie auf alle Freiheitsgrade im Mittel gleichermaßen verteilt ist. Beschränken wir unsere Betrachtung auf die kinetische Energie und betrachten wir zwei Körper unterschiedlicher Massen, so folgt aus dem Gleichverteilungssatz, dass im Gleichgewicht der Körper mit der schwereren Masse im Mittel eine geringere Geschwindigkeit besitzt, als der Körper mit der leichteren Masse. Sind die Massen sehr unterschiedlich, beispielsweise zwischen einem makroskopischen Körper wie einer Billiardkugel und mikroskopischen Körpern wie den Atomen oder Molekülen, so bedeutet das praktisch, dass der makroskopische Körper im Gleichgewicht in Ruhe ist, und die Atome oder Moleküle ihre mittlere Geschwindigkeit erhöht haben, d.h. dass die Temperatur zugenommen hat. Dies entspricht auch unserer alltäglichen Beobachtung: Makroskopische Körper kommen durch Reibungseffekte zur Ruhe; verbunden damit ist eine (oft minimale) Temperaturerhöhung.

Die relevante Wechselwirkung für makroskopische Körper ist aber die Gravitation, und diese wirkt auf die Masse eines Körpers. Die potentielle Energie dieser Wechselwirkung ist daher vergleichsweise sehr viel größer, als die kinetische Energie aufgrund der thermischen Bewegung. Man kann also sagen, dass *als Folge der Entropiezunahme* der makroskopische Körper in seinen energetischen Grundzustand kommt. Die Grundzustände von vielen physikalischen Systemen sind aber durch ein hohes Maß an Ordnung oder Symmetrie ausgezeichnet.

Wir können diese Idee noch einen Schritt weiter ausarbeiten. Elektrische Ladungsträger wie Elektronen, Protonen oder Ionen verlieren bei Stoßprozessen ihre Energie in Form von Strahlung. Insbesondere chemische Reaktionen laufen meist so ab, dass letztendlich Energie in Form von Strahlung frei wird. Vereinfacht können wir sagen, dass auf molekularer oder atomarer Ebene die Atome und Moleküle den schweren Körpern entsprechen, und die Photonen den leichten Körpern. Allerdings ist die relevante Wechselwirkung hier nicht die Gravitation, sondern die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen Atomen. Geben wir ein Gas von Atomen bei hoher Temperatur in einen vollkommen abgeschlossenen Behälter, so verlieren die Atome nach und nach ihre Energie an die Strahlung, bis sich in dem Behälter zwischen der Strahlung und den Atomen ein Gleichgewichtszustand eingestellt hat. Die Temperatur dieses Zustandes ist aber wesentlich geringer, als es der ursprünglichen mittleren Energie der Atome entsprach. Ist das System nicht abgeschlossen, so geht die Strahlung im allgemeinen sogar verloren, und die

Energie der Atome wird noch geringer. Daher kühlen sich die meisten Substanzen mit der Zeit ab und gehen dabei in einen geordneteren Zustand über, beispielsweise den kristallinen Zustand eines Festkörpers. Auch dieser Prozess ist mit einer Entropiezunahme verbunden, allerdings steckt der größte Teil der Entropie nun in der Strahlung.

Dies ist der Grund, warum sich bei chemischen Reaktionen oft spontan komplexere („geordneter“) Moleküle bilden und beispielsweise die Entstehung von Aminosäuren und die Verbindung von Aminosäuren zu komplexen Makromolekülen *eine Folge des zweiten Hauptsatzes* ist. Natürlich ist damit noch nicht geklärt, warum oder ob so komplexe Systeme wie Lebewesen auch als natürliche Folge des zweiten Hauptsatzes angesehen werden können. Trotzdem hat sich gerade in den letzten Jahrzehnten aufgrund eines besseren Verständnisses von sogenannten Nichtgleichgewichtsprozessen die Meinung durchgesetzt, dass die Entstehung von Ordnung und Struktur in der Natur kein unwahrscheinlicher Zufall ist, sondern eher eine natürliche Konsequenz der physikalischen Gesetze – einschließlich des zweiten Hauptsatzes.

10.1.2 Der psychologische Zeitpfeil und die Entropie

Wenn wir oben behauptet haben, dass physiologische Vorgänge letztendlich auf chemischen Reaktionen beruhen und daher dem zweiten Hauptsatz genügen, dann erklärt das noch nicht notwendigerweise die Äquivalenz des psychologischen Zeitpfeils zum thermodynamischen Zeitpfeil. Die Vorgänge, die in unserem Gehirn von der sinnlichen Wahrnehmung zu einer im Gehirn verankerten Erinnerung führen sind zwar physiologischer Natur, d.h. der durch die Erinnerung geordnete Zustand des Gehirns *plus* die Entropie der entstandenen Wärme und freigesetzten Strahlung haben eine höhere Entropie, als der ungeordnete Zustand des Gehirns vor der Erinnerungsspeicherung, trotzdem bleibt die Frage, warum wir Vergangenes als „realer“ empfinden als Zukünftiges. Lässt sich diese Eigenschaft der Natur vielleicht direkter verstehen, als nur über eine detaillierte Analyse der physiologischen Vorgänge.

Erinnern wir uns an die Überlegungen, die wir im Zusammenhang mit Augustinus (Abschnitt 4.1) angestellt haben: Wir können auf die Zukunft wie auf die Vergangenheit nur aus dem Zustand der Gegenwart schließen. Wenn wir Vergangenheit also als etwas Realeres ansehen als Zukunft, so nur deshalb, weil der Zustand der Gegenwart es offensichtlich erlaubt, mit sehr viel größerer Sicherheit auf die Zustände der Vergangenheit schließen zu können, als auf die Zustände der Zukunft. Die Anhaltspunkte – Weizsäcker (s.u.) spricht von den „Dokumenten“ –, die wir in der Gegenwart finden, um auf ein Ereignis *vor* fünf Minuten schließen zu können, sind sehr viel deutlicher als die Anhaltspunkte, die wir für das Eintreffen eines Ereignisses *in* fünf Minuten haben.

Dass dies vermutlich eine Folge des zweiten Hauptsatzes ist, soll an folgendem Modell verdeutlicht werden. Wir betrachten einen Weg, der von einem erhöhten Punkt ins Tal führt. Dieser Weg verzweigt sich ständig (siehe Abb. 10.1(a)). Die Anzahl der Möglichkeiten nimmt somit nach unten ständig zu. Wir lassen nun eine Kugel von oben nach unten rollen. Irgendwann in der Mitte machen wir eine Momentaufnahme und fragen uns, was wir aus dieser Aufnahme über den vergangenen und den zukünftigen Weg dieser Kugel aussagen können. Offensichtlich können wir den vergangenen Weg der Kugel aus der Momentaufnahme *exakt* angeben, wohingegen wir über den zukünftigen Weg der Kugel nur Wahrscheinlichkeitsaussagen treffen können.

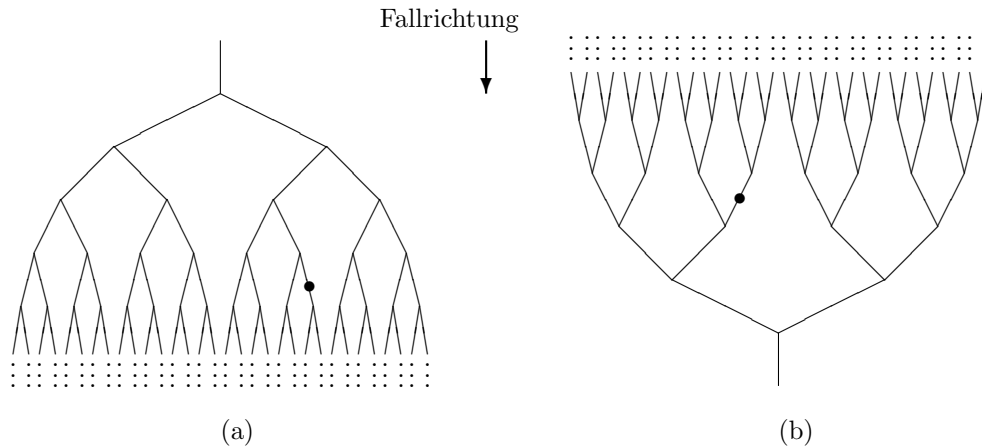


Abbildung 10.1: Einfaches Modell zur Veranschaulichung des psychologischen Zeitpfeils. Eine Kugel fällt von oben nach unten. In Teil (a) nimmt die Anzahl der Möglichkeiten zu. In diesem Fall lässt sich der zurückgelegte Weg aus einer Momentaufnahme eindeutig rekonstruieren, der weitere Weg ist jedoch offen. In Teil (b) nimmt die Anzahl der Möglichkeiten ab. Hier kann der zukünftige Weg der Kugel aus einer Momentaufnahme eindeutig vorhergesagt werden, der bereits zurückgelegte Weg jedoch nicht.

Wir haben hier ein Beispiel, bei dem die Anzahl der möglichen Zustände einer Kugel im Verlauf der Zeit zunimmt, weil sich der Weg ständig aufspaltet. Dies entspricht also einer zeitlich zunehmenden Entropie. In diesem Beispiel hängt die Entropie somit unmittelbar mit der Eigenschaft zusammen, aus einer Momentaufnahme auf die Vergangenheit schließen zu können, nicht aber auf die Zukunft.

Wir können auch die Situation betrachten, bei der zunächst eine sehr große Anzahl von Wegen beginnt, die aber nach unten hin immer mehr zusammenlaufen, d.h. wir drehen obige Situation um (vgl. 10.1(b)). Nun beginnt die Kugel oben auf irgendeinem der vielen möglichen Wege und läuft nach unten. Die Entropie, d.h. die Anzahl der möglichen Zustände dieser Kugel, wird im Verlauf der Zeit immer kleiner. Machen wir nun auf halbem Weg eine Momentaufnahme der Kugel, so können wir zwar ihren zukünftigen Weg exakt vorhersagen, aber über ihren zurückgelegten Weg nur Wahrscheinlichkeitsaussagen machen. Bei diesem System abnehmender Entropie dreht sich somit auch der Zeitpfeil um, der gesicherte Aussagen („Erinnerung“ an Reales) von Vermutungen („Erwartungen“) unterscheidet.

In diesem Beispiel sind interessanterweise die beiden oben genannten psychologischen Zeitpfeile unterschiedlich. Die Unterscheidung zwischen „Realität“ und „Möglichkeit“ hängt offensichtlich mit der Entropiezunahme bzw. -abnahme zusammen und dreht sich mit ihr um. Das „Hinüberschaufeln“ geschieht im ersten Fall von den „Möglichkeiten“ zum „Eindeutigen“, im zweiten Fall jedoch vom „Eindeutigen“ zu den „Möglichkeiten“.

Bei der Interpretation dieses Beispiels haben wir uns jedoch auf den Standpunkt gestellt, dass es eine „absolute“ Zeitrichtung gibt, nämlich die Zeitrichtung, die wir als außenstehende

Beobachter des Systems zur Beschreibung des Ablaufs der Kugelbewegung benutzen. Relativ zu dieser Zeit nimmt im ersten Fall (a) die Entropie zu, die Vergangenheit ist aus der Gegenwart eindeutig bestimmt, und die „Menge“ an Vergangenheit nimmt zu. In Fall zwei nimmt relativ zu dieser externen Zeit die Entropie ab, die Zukunft ist aus der Gegenwart eindeutig bestimmt und die Menge an Vergangenheit nimmt zu.

Wir können uns aber auch auf den Standpunkt stellen, dass diese externe Zeit für das System überhaupt keine Bedeutung hat. Wir müssen interne Größen zur Zeitbestimmung heranziehen. Doch da steht uns nur die Position der Kugel zur Verfügung. Wir können also einige dutzend Momentaufnahmen der Kugel nehmen und uns fragen, ob wir die so erhaltenen Szenen eindeutig in eine Reihenfolge bringen können. Die *ungerichtete* Reihenfolge ist dabei eindeutig, aber die Richtung des Ablaufs ist offen. Somit besteht zwischen Bild (a) und (b) kein Unterschied mehr.

10.1.3 Die anderen Zeitpfeile

Es wurde und wird unter Physikern viel darüber spekuliert, ob der kosmologische Zeitpfeil und der thermodynamische Zeitpfeil gekoppelt sind. Wenn ja, dann ist der kosmologische Zeitpfeil vermutlich der fundamentalere. Die Frage lautet also: Sollte der Radius des Universums irgendwann einmal wieder kleiner werden, dreht sich dann auch der zweite Hauptsatz um, d.h. nimmt dann in abgeschlossenen Systemen die Entropie generell ab?

Die Antwort auf diese Frage fällt unterschiedlich aus. Manche Physiker sehen keine Korrelation zwischen dem Radius des Universums und der Richtung der Entropiezunahme, andere wiederum sehen im Radius des Universums das Wesen der Zeit überhaupt. Für sie nimmt bei kontrahierendem Universum auch die Entropie wieder ab. Eine dritte Gruppe von Physikern schließlich ist der Meinung, dass das Universum, bevor es wieder zu kontrahieren beginnt, in eine neue Phase übergeht, in der Quanteneffekte dominieren und unsere klassischen Vorstellungen von Zeit ohnehin zusammenbrechen. Der Zusammenhang zwischen kosmologischem Zeitpfeil und thermodynamischem Zeitpfeil ist daher völlig ungeklärt.

Es verbleibt noch die Frage, ob die CP-Verletzung in irgendeiner Form entweder mit dem kosmologischen Zeitpfeil oder mit dem thermodynamischen Zeitpfeil in Beziehung gebracht werden kann. Die CP-Verletzung beruht auf einer Symmetriebrechung, die kurz nach dem Big Bang in unserem Universum stattgefunden hat. (Überprüfen der weiteren Details!!)

10.2 Entropie und statistische Mechanik

Seit Ludwig Boltzmann (*geb. 20.4.1844 in Wien; gest. 5.9.1906 in Duino (bei Trieste)*) gegen Ende des letzten Jahrhunderts den Zusammenhang zwischen dem thermodynamischen Entropiebegriff und der Anzahl der möglichen Mikrozustände erkannt hat, diskutieren (und streiten) die Physiker, ob bzw. in welcher Form sich der zweite Hauptsatz der Thermodynamik aus den mikroskopischen Bewegungsgesetzen herleiten lässt.

Die Beziehung

$$S = k_B \ln \Omega$$

zwischen der Entropie S und der Anzahl Ω der zu vorgegebenen makroskopischen Systemgrößen möglichen Mikrozustände wurde sogar in dem Grabstein von Boltzmann verewigt. Sind die möglichen Mikrozustände nicht gleichverteilt, sondern ist jeder Mikrozustand (numeriert durch i) mit einer Wahrscheinlichkeit w_i in dem statistischen Ensemble vertreten, so verallgemeinert sich obige Relation zu

$$S = -k_B \sum_i w_i \ln w_i .$$

In dieser Form ist die Entropie daher eine Größe, die einem Ensemble von Systemen zugeordnet ist, nicht einem Einzelsystem. Man wird also der Tatsache nicht gerecht, dass sich ein einzelnes physikalisches System immer in einem reinen Zustand befindet. Wir wenden aber den Satz von der Zunahme der Entropie auch auf Einzelsysteme an, sonst könnten nicht ganze Maschinen auf diesem Prinzip basieren.

Wir können jedoch auch einem Einzelsystem eine Entropie zuschreiben. Sei das System in einem Mikrozustand $\{q_i, p_i\}$. Makroskopisch beobachtet werden die Systemvariable $E, V, N, \dots$, jede noch mit einem gewissen Fehler. Zu diesen Systemvariablen können wir nun angeben, mit welcher Wahrscheinlichkeit w_i gewisse Mikrozustände vorliegen und dazu die Entropie berechnen. In dieser Form wird die Entropie zu einer Funktion auf dem Zustandsraum, d.h. zu einer „Observable“. Allerdings hängt diese Funktion von den Systemvariablen ab, die man makroskopisch kontrollieren möchte.

In dieser Formulierung wird auch deutlich, dass man die Entropie als eine Form der Unwissenheit auffassen kann, d.h. als Mangel an Information. Bei gegebenem aber unbekanntem Mikrozustand sind makroskopisch nur die Systemvariable bekannt. Die Entropie ist dann ein Maß für die Unwissenheit, von den Systemvariablen auf den Mikrozustand schließen zu können.

Der Mikrozustand wird sich im allgemeinen als Funktion der Zeit verändern: $\{q_i(t), p_i(t)\}$. Damit verbunden ist auch eine Veränderung der makroskopisch beobachteten Variablen und somit eine Veränderung der Entropie. Doch warum wird die so definierte Entropie als Funktion der Zeit „mit überwältigender Wahrscheinlichkeit“ nie abnehmen?

Stellen wir uns vor, wir könnten von einem System eine sehr große Anzahl von Kopien herstellen (also den Begriff des Ensembles wirklich realisieren). Alle möglichen Anfangsbedingungen seien vertreten und zwar mit einer Wahrscheinlichkeit, die dem Gleichgewichtszustand des Systems entspricht. (Dies ist keine wesentliche Einschränkung, denn für ergodische Systeme ist das Zeitmittel gleich dem Ensemblemittel, d.h. nach kurzer Zeit sollte diese Verteilung der Zustände auch bei willkürlicher Wahl der Anfangsbedingungen ohnehin vorliegen.) Wir lassen diese Systeme sich in der Zeit entwickeln und stellen fest, dass zu je zwei Zuständen A und B der Prozess $A \rightarrow B$ genauso häufig stattfindet, wie der Prozess $B \rightarrow A$. Dies ist eine einfache Folgerung aus der Zeitumkehrinvarianz der mikroskopischen Bewegungsgleichungen. Egal welcher der beiden Zustände somit die höhere Entropie hat, es gibt gleichviele Prozesse, bei denen die Entropie zunimmt, wie es Prozesse gibt, bei denen die Entropie abnimmt. Warum sagen wir dann, dass in der Natur die Entropie immer zunimmt?

Betrachten wir die Wahrscheinlichkeiten $w(A \rightarrow B)$ und $w(B \rightarrow A)$ für die Häufigkeit der

Prozesse $A \rightarrow B$ bzw. $B \rightarrow A$, so haben wir gerade gesehen, dass

$$w(A \rightarrow B) = w(B \rightarrow A) .$$

Wir zerlegen nun die Wahrscheinlichkeit $w(A \rightarrow B)$ in die Wahrscheinlichkeit $w(A)$, dass der Zustand A vorliegt, und in die *bedingte Wahrscheinlichkeit* $w(A|A \rightarrow B)$ für den Prozess $A \rightarrow B$, *unter der Voraussetzung*, dass A vorliegt:

$$w(A \rightarrow B) = w(A)w(A|A \rightarrow B) .$$

Wir erhalten nun die bekannte Bedingung für ein Fließgleichgewicht (detailed balance):

$$w(A)w(A|A \rightarrow B) = w(B)w(B|B \rightarrow A) .$$

Wenn der Zustand B eine sehr viel größere Wahrscheinlichkeit hat vorzuliegen, als der Zustand A , dann ist die bedingte Wahrscheinlichkeit $w(A|A \rightarrow B)$ um den Faktor $w(B)/w(A)$ größer, als die bedingte Wahrscheinlichkeit $w(B|B \rightarrow A)$.

10.3 Die Bedeutung der Anfangsbedingungen

Der Entropiesatz gilt daher für *bedingte* Wahrscheinlichkeiten: Die Wahrscheinlichkeit für das System, sich von dem Zustand A in den Zustand B zu entwickeln, *unter der Voraussetzung*, dass es sich im Zustand A befindet, ist daher sehr viel größer, als die Wahrscheinlichkeit, sich vom Zustand B in den Zustand A zu entwickeln, *unter der Voraussetzung*, dass es sich im Zustand B befindet. Erst wenn sich das System in einem unwahrscheinlichen Anfangszustand befindet können wir sagen, dass es sich mit großer Wahrscheinlichkeit zu Zuständen hin entwickelt, die eine größere Wahrscheinlichkeit und damit eine größere Entropie haben. Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik lässt sich daher nur dann aus der statistischen Mechanik herleiten, wenn man eine Annahme über den Anfangszustand des Systems macht.

Dies hatte bereits Boltzmann erkannt, und ihm war auch bewusst, dass der Satz von der Zunahme der Entropie nur mit „überwältigender Wahrscheinlichkeit“ gilt. Damit konnte er den Argumenten Poincarés und Zermelos entgegen, die wegen der bekannten Wiederkehrtheoreme und des Satzes von Liouville in der klassischen Mechanik zu Recht argumentiert hatten, dass der Entropiesatz für beliebige klassische Systeme nicht gültig sein kann.

Seine Erklärung des Entropiesatzes aus der statistischen Mechanik hat Boltzmann in einem sehr schönen Artikel formuliert ([10], abgedruckt in [2]), der als Antwort auf den Einwand von Zermelo gedacht war. Im Anhang A1.1 ist dieser Artikel wiedergegeben. Obwohl sich die Physiker seit rund einhundert Jahren mit dem Problem des zweiten Hauptsatzes beschäftigen kann man durchaus behaupten, dass die Einsicht in das Problem kaum über die Erkenntnisse Boltzmanns hinausgekommen ist.

Viele der modernen Beweise des zweiten Hauptsatzes bringen entweder subjektive Elemente ins Spiel (das Vergessen von Korrelationen oder die Ungenauigkeit der Beobachtung), oder machen ganz entscheidend von einem Ensemble von Systemen Gebrauch. In Wirklichkeit handelt

es sich aber immer um Einzelsysteme, die sich in einem Mikrozustand befinden. Außerdem zeigen viele dieser „Beweise“ des zweiten Hauptsatzes zwar, dass eine geeignete Funktion, die der Entropie entspricht, mit der Zeit zunimmt, aber die Argumentation gilt oft auch, wenn man die Zeit rückwärts laufen lässt. Die Auszeichnung einer Zeitrichtung ist also nicht bewiesen. Auch in unserer obigen Argumentation haben wir „per Hand“ eine Zeitrichtung ausgezeichnet, indem wir von bedingten Wahrscheinlichkeiten gesprochen haben.

Natürlich wurde auch immer wieder die Frage aufgeworfen, wie es zu so unwahrscheinlichen Anfangsbedingungen kommen konnte. Boltzmann ([10]) selber stellt diese Annahme zunächst als „unbeweisbar“ hin, spekuliert aber später doch darüber, ob es zu diesem Anfangszustand in einem sehr großen Universum vielleicht als Folge einer unwahrscheinlichen Fluktuation gekommen sei. Hiergegen argumentiert Carl Friedrich von Weizsäcker (*geb. 28.6.1912 in Kiel*) in einer Arbeit aus dem Jahre 1939 ([63], abgedruckt in [2]):

Die konsequente Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf dieses Weltbild führt aber zu unannehmbaren Folgerungen. Betrachten wir etwa einen Zustand unserer Einzelwelt, der nach unserer Zeitrechnung etwas später liegt als der Zustand tiefster Entropie. Er ist nach dem H -Theorem schon sehr viel wahrscheinlicher als jener „Anfangszustand“. Demnach muss es aber eine sehr viel größere Anzahl von Einzelwelten geben, deren „Anfang“ eben dieser „spätere“ Zustand (mit allen seinen Einzelheiten) ist. Allerdings enthält er zahlreiche „Dokumente“ der zwischen dem „wahren Anfang“ und ihm selbst vorgefallenen Ereignisse. Daraus folgt aber keineswegs, dass diese Ereignisse in allen Einzelheiten, in deren Geschichte es vorkommt, wirklich geschehen sein müssten. Denn es ist in der Tat statistisch sehr viel wahrscheinlicher, dass alle diese Dokumente durch eine Schwankung entstanden sind, als dass die vorhergehenden Zustände geringerer Entropie, auf die wir aus ihnen schließen, tatsächlich realisiert waren. Unwahrscheinliche Zustände haben eben nur dann den Wert als Dokumente, wenn man schon voraussetzen darf, dass ihnen noch unwahrscheinlichere Zustände vorangegangen sind. Mithin ist es statistisch erdrückend wahrscheinlicher, dass nicht der zuerst postulierte Anfang, sondern irgendein späterer Zeitpunkt das Entropieminimum war. Mit der weitaus größten Wahrscheinlichkeit ist gerade die Gegenwart das Entropieminimum und die Vergangenheit, auf die wir aus den vorhandenen Dokumenten schließen, eine Illusion.

Wollen wir tatsächlich auf der *unbeweisbaren* Vorstellung beharren, dass unser Universum vor einigen Milliarden Jahren in einem sehr unwahrscheinlichen Zustand entstanden ist, so dürfen wir die Erklärung für diesen Anfangszustand nicht mit den immer vorhandenen Fluktuationen im Rahmen der Wahrscheinlichkeitstheorie begründen. Das Problem der Anfangsbedingungen bleibt daher ungeklärt.

Kapitel 11

Die spezielle Relativitätstheorie

11.1 Der Äther

Den Begriff des Äthers gab es in unterschiedlichen Bedeutungen schon im Altertum. Bei den Griechen bezeichnete er eine „leuchtende Substanz“, „Sitz der Götter“, „Urmaterie und Quintessence (fünftes Element neben den vier bekannten Elementen)“ etc. [Brockhaus]. Eine konkrete Wiederbelegung erfuhr der Äther bei Descartes zur Erklärung der Planetenbahnen (allgemeiner zur Erklärung der Gravitation) und bei Huygens als Träger der Lichtwellen. Newton setzt sich in seiner Optik ([51], Frage 18ff, besonders Frage 22: „... Ather (denn so will ich ihn nennen) ...“) mit der Ätherhypothese auseinander.

Eine konkrete Definition von Äther bzw. der Ätherhypothese zu geben fällt schwer, da sich die Bedeutung des Wortes wie auch die ihm zugesprochenen Eigenschaften oft gewandelt haben. Meist verstand man aber unter Äther eine „schwerelose, durchsichtige, reibungslose, chemisch oder physikalisch nicht nachweisbare und alle Materie und den gesamten Raum durchdringende Substanz“ ([9]; Stichwort ‘Ether’). Hinsichtlich anderer Eigenschaften bestand oft ein Widerspruch mit den oben genannten Eigenschaften. Für eine Erklärung der Größe der Lichtgeschwindigkeit musste man beispielsweise eine sehr hohe Dichte des Äthers annehmen. 1816 zeigten Fresnel und Arago, dass senkrecht aufeinander polarisierte Strahlen nicht interferieren, und 1817 erklärte Young diese Erscheinung durch die Annahme transversaler Schwingungen. Damit schied aber ein Äther mit den Eigenschaften von Flüssigkeiten (in denen nur longitudinale Wellen existieren) aus (aus Born [8], S. 3). Die fehlende longitudinale Polarisation konnte sogar nur durch einen Äther mit den Eigenschaften eines unendlich dichten Festkörpers verstanden werden. Andererseits sollten sich aber auch die Planeten reibungslos durch dieses Medium bewegen können.

Eine Theorie von George Gabriel Stokes (1819–1903) zur Erklärung dieses scheinbaren Widerspruchs erscheint uns heute eher absurd: Er schrieb Äther die Eigenschaften bestimmter nichtnewtonscher Fluide zu, wie sie beispielsweise bei Pech, Siegelack oder nassem Sand beobachtet wurden. Von diesen Stoffen war bekannt, dass sie einerseits recht schneller Schwingungen

fähig sind (also die hohe Lichtgeschwindigkeit bzw. fehlende longitudinale Polarisation erklärbar wurde), andererseits aber auch gegenüber langsamen Beanspruchungen völlig nachgiebig sind (und dadurch die vergleichsweise langsame, nahezu reibungslose Planetenbewegung möglich war).

Im 19. Jahrhundert wurden viele Experimente unternommen, den Äther nachzuweisen. Als Beweis wurde oft ein Experiment von Armand Hypolit Louis Fizeau (1819–1896) gewertet, der die Lichtgeschwindigkeit c' in einer bewegten Flüssigkeit gemessen und festgestellt hatte, dass sich die Geschwindigkeit von Licht in der ruhenden Flüssigkeit (c/n , wobei n der Brechungsindex der Flüssigkeit ist) und die Geschwindigkeit der Flüssigkeit v nicht addieren, sondern v um einen vom Brechungsindex abhängigen Faktor verringert werden muss ([60]; S. 400):

$$c' = \frac{c}{n} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) v.$$

Diese Ergebnis konnte unter der Annahme einer partiellen Mitführung des Äthers durch die Flüssigkeit interpretiert werden ([60], S. 400; vgl. aber auch das unten wiedergegebene Zitat von Laue, nach dem der Äther an der Bewegung der Flüssigkeit nicht teilnimmt.) Erst das verallgemeinerte Additionstheorem für Geschwindigkeiten in der Relativitätstheorie konnte diese Erscheinung auch ohne Ätherhypothese erklären. Danach erhält man (vgl. Pauli [54], S. 114):

$$c' = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{cv}{nc^2}} = \frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \frac{1}{1 + \frac{v}{nc}}.$$

In führender Ordnung von v/c stimmt dieses Ergebnis mit dem alten Resultat überein. Laue ([39], S. 63) schreibt dazu:

Der Fizeausche Versuch galt lange als der schlagende Beweis für die Existenz eines Äthers, der alle Körper durchdringen sollte, ohne an ihrer Bewegung teilzunehmen. Denn nur so konnte man diesen verkleinerten Faktor verstehen. ... So ist die Geschichte des Fizeau-Versuchs ein lehrreiches Beispiel dafür, wie weit in die Deutung jedes Versuchs schon theoretische Elemente hineinspielen; man kann sie gar nicht ausschalten. Und wenn dann die Theorien wechseln, so wird aus einem schlagenden Beweise für die eine leicht ein ebenso starkes Argument für eine ganz entgegengesetzte.

Im 19. Jahrhundert war die Ätherhypothese auch Grundlage vieler Modelle von Raum, Zeit und Materie, die weit über die einfache Erklärung der Wellennatur von Licht hinausgingen. Ein interessantes Modell stammt beispielsweise von William Thomson (1824–1907), dem späteren Lord Kelvin of Largs. 1866 hatte er unter dem Eindruck der bahnbrechenden Arbeiten von Helmholtz (1858, [30]) zur Theorie der Vortizes in einem idealen Fluid – insbesondere ihrer erstaunlichen Stabilität, der Möglichkeit elastischer Stoßprozesse zwischen Vortizes und der Komplexität ihrer Strukturen – eine Theorie aufgestellt, wonach der Äther in unserem Kosmos nicht nur für die optischen, elektrischen und magnetischen Phänomene verantwortlich war, sondern darüberhinaus auch die Atome – die Bausteine der Materie – als Verknotungen von Vortizes in diesem Äther angesehen wurden. Die einzelnen Atomarten entsprachen dabei topologisch verschiedenen Knotentypen. Sämtliche Naturgesetze sollten sich somit aus den statischen und dynamischen Eigenschaften des Äthers als einem idealen Fluid ableiten lassen. Dieses Modell würde sogar erklären, weshalb der Raum eines „nicht leeren“ Universums dreidimensional

sein muss, denn nur in drei Dimensionen sind Knoten topologisch stabil. (Lit.: Encyclopaedia Britannica [9], Macropaedia, Stichwort ‘Helmholtz’, Bd. 20, S. 564-2b.)

11.2 Das Experiment von Michelson und Morley

Wenn der Äther tatsächlich existierte und wenn er, wie das Experiment von Fizeau andeutete, die Körper durchdringt, ohne an ihrer Bewegung teilzuhaben, dann sollte die Geschwindigkeit der Erde relativ zum Äther – und damit relativ zum absoluten Raum – bestimmbar sein. Auf diese Möglichkeit hatte auch bereits Maxwell hingewiesen. Insbesondere enthielt die von Maxwell, Hertz und Lorentz entwickelte Theorie des Elektromagnetismus die Lichtgeschwindigkeit c als Konstante. Es wurde somit als sicher angesehen, dass die Maxwellschen Gleichungen nur in dem Bezugssystem gelten, in dem Licht diese Geschwindigkeit hat, d.h. dem System, in dem der Äther als Träger der Lichtwellen ruht.

Das Schlüsselexperiment zum Nachweis des Äthers sollte das Experiment von Albert Abraham Michelson (1852–1931) und Edward Williams Morley (1838–1923) werden. Der entsprechende Versuch wurde 1881 von Michelson, dann 1887 nochmals von ihm gemeinsam mit Morley durchgeführt. Mit Hilfe eines Interferometers wurde die Laufzeit von Licht entlang zweier aufeinander senkrecht stehender Richtungen l_l und l_t verglichen. l_l bezeichnet dabei die Distanz in longitudinaler Richtung, d.h. der Richtung der vermuteten Erdbewegung relativ zum Äther, und l_t eine dazu senkrechte Distanz.

Relativ zum Äther hat Licht immer die Geschwindigkeit c . Für die longitudinale Richtung berechnen wir die Laufzeit am einfachsten im Laborsystem. Je nachdem, ob sich das System in Lichtausbreitungsrichtung oder entgegen der Lichtausbreitungsrichtung bewegt, hat Licht im Laborsystem die Geschwindigkeit $v + c$ bzw. $v - c$. Die Summe der Zeiten zur Durchquerung der Strecke l_l in beide Richtungen ist somit

$$t_l = \frac{l_l}{v + c} + \frac{l_l}{v - c} = \frac{2l_l}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (11.1)$$

Für die transversale Richtung berechnen wir die Laufzeit im Ruhesystem des Äthers. Das Labor bewegt sich in diesem System mit der Geschwindigkeit v und das Licht „schräg“ dazu mit der Geschwindigkeit c , sodass die Geschwindigkeitskomponente von Licht parallel zum Laborsystem ebenfalls gleich v ist. Wir berechnen zunächst die Zeit t , die das Licht bis zum Umkehrpunkt benötigt, also die Hälfte der Zeit t_t zum Durchlaufen der gesamten Strecke. Für die vom Licht und vom Bezugssystem (Erde) zurückgelegten Strecken, bis das Licht am Umkehrpunkt ist, gilt (vgl. Abb.):

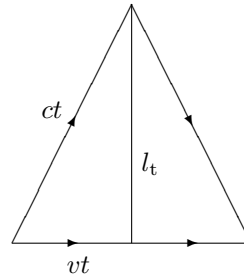
$$(vt)^2 + l_t^2 = (ct)^2$$

d.h.

$$t = \frac{l_t}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

oder

$$t_t = \frac{2l_t}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} . \quad (11.2)$$



Durch Drehung der Apparatur um 90° konnten die Rollen von l_t und l_l vertauscht werden. Außerdem wurde das Experiment zu verschiedenen Jahreszeiten wiederholt, falls zu einem Zeitpunkt des Experiments die Erde zufällig relativ zum Äther ruhen sollte.

Wäre die Ätherhypothese richtig gewesen, so hätte man eine Differenz zwischen der longitudinalen und der transversalen Richtung finden müssen. Das Experiment zeigte aber keine solche Differenz.

Zunächst war man derart von der Richtigkeit der Ätherhypothese überzeugt, dass man nach anderen Erklärungen für den negativen Ausgang des Michelson-Morley-Experiments suchte. Eine naheliegende Erklärung war, dass die Erde den Äther in ihrer Umgebung gleichsam mitschleppte, so dass an der Erdoberfläche die Geschwindigkeit des Äthers relativ zur Erde immer Null war. Eine solche Erklärung widersprach aber nicht nur dem Fizeauschen Experiment, sondern auch der 1728 von James Bradley (1692–1762) entdeckten Aberration des Lichtes. Darunter versteht man den Effekt, dass ein Fernrohr relativ zur Richtung zu einem Stern etwas vor bzw. nachgestellt werden muß je nach der senkrechten Geschwindigkeit der Erde relativ zu dieser Richtung ([60], S. 400). Der Effekt beruht darauf, dass das Licht wegen der Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit auch eine endliche Zeit benötigt, um das Fernrohr zu durchqueren. Die Aberration ließ sich nur erklären, wenn die Erde den Äther nicht mitführte.

(Eine kleine Nebenbemerkung: Falls die Erde den Äther tatsächlich mit sich zöge, sollte auf einem Berg die Geschwindigkeit relativ zum Äther größer sein. Damit sollte auch der Effekt, nach dem Michelson und Morley suchen, größer sein. Das Experiment wurde daher auch auf einer Bergspitze wiederholt. Tatsächlich fand man zunächst einen entsprechenden Effekt, der sich aber später nicht reproduzieren ließ.)

Ein interessanter Vorschlag kam 1892 von Hendrik Antoon Lorentz (1853–1928) und gleichzeitig von George Francis Fitzgerald (1851–1901). Nach ihrer Hypothese sollte jeder Maßstab als Folge der Wechselwirkung mit dem Äther in Richtung der relativen Bewegung zum Äther eine sogenannte Lorentz-Fitzgerald-Kontraktion erfahren. Diese Kontraktion bzw. Verkürzung von Längenmaßstäben betrug gerade einen Faktor $\sqrt{1 - \beta^2}$, mit $\beta = v/c$. Wie ein Vergleich der Gleichungen 11.1 und 11.2 zeigt, werden die beiden Zeiten t_l und t_t gleich, wenn man l_l mit diesem Faktor multipliziert. Lorentz konnte in den folgenden Jahren seine Theorie soweit ausbauen, dass er nicht nur die bekannten Phänomene beschreiben konnte, sondern sogar die Transformationsgesetze vorweggenommen hatte, die sich später aus der speziellen Relativitäts-

theorie ergeben sollten. Seine Überlegungen basierten jedoch immer noch auf der Annahme eines ausgezeichneten Bezugssystems, in welchem der Äther ruhte. Diese Annahme hat er auch nachdem die Relativitätstheorie ihre Triumphe feierte nur langsam und zögerlich aufgegeben.

11.3 Gekoppelte Pendel als Modell der Lorentz-Kontraktion

Vor dem Hintergrund der speziellen Relativitätstheorie wirkt das Modell der Lorentz-Kontraktion heute eher befremdlich. Insbesondere der materialunabhängige, universelle Verkürzungsfaktor $\sqrt{1-\beta^2}$ erscheint auf den ersten Blick absurd. Man gewinnt den Eindruck, als ob eine entsprechende universelle Wechselwirkung zwischen Materie und Äther, die diesen Verkürzungsfaktor erklärt, nur in einem sehr komplizierten und unnatürlichen Modell beschrieben werden kann. Wir werden sehen, dass dies nicht der Fall ist. Im Gegenteil, die Maxwell-Theorie oder unser heutiges Standardmodell sind ebenfalls in der Lage, diesen Verkürzungsfaktor zu erklären. Der Unterschied zwischen der speziellen Relativitätstheorie und der Lorentzschen Theorie (Äther, Verkürzungsfaktor, etc.) erweist sich nur als eine Frage des Standpunktes.

Um dies einzusehen, betrachten wir zunächst ein einfaches mechanisches Modell, in dem die Längenmaßstäbe eine Lorentz-Kontraktion erfahren, wenn sie sich mit einer Geschwindigkeit v relativ zu dem absolut ruhenden Bezugssystem bewegen. Auch die anderen bekannten Beziehungen aus der speziellen Relativitätstheorie wie beispielsweise die Zeitdilatation werden in diesem Modell wiedergegeben.

Als physikalisches Modell stelle man sich eine Kette harmonisch gekoppelter Pendel in einem konstanten Gravitationsfeld vor. Die Pendel seien mit einem Index i durchnummeriert, wobei wir zunächst i die ganzen Zahlen durchlaufen lassen. Der Freiheitsgrad des i -ten Pendels ist der Winkel φ_i relativ zur herabhängenden Ruhelage. Die Wirkung dieses Modells lautet:

$$S = \frac{1}{2} \int dt \sum_i \left[\left(\frac{\partial \varphi_i(t)}{\partial t} \right)^2 - D [\varphi_{i+1}(t) - \varphi_i(t)]^2 + g \cos \varphi_i(t) \right],$$

und die zugehörigen Feldgleichungen sind:

$$\frac{\partial^2 \varphi_i(t)}{\partial t^2} - D [\varphi_{i+1}(t) - 2\varphi_i(t) + \varphi_{i-1}(t)] + g \sin \varphi_i = 0. \quad (11.3)$$

Suchen wir nach Lösungen, bei denen sich die Winkel benachbarter Pendel nicht wesentlich unterscheiden, so muss $g \ll D$ gelten. In diesem Fall können wir das diskrete Modell durch ein kontinuierliches Modell mit der Wirkung

$$S = \frac{1}{2} \int dt dx \left[\left(\frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial t} \right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial x} \right)^2 + g \cos \varphi(x,t) \right]$$

und den Feldgleichungen

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + g \sin \varphi = 0 \quad (11.4)$$

approximieren. Hier wurde $D = 1$ gesetzt und der kontinuierliche Parameter x , der beispielsweise den Ort der Aufhängung bezeichnet, ersetzt die Nummerierung der Pendel. Die folgenden Überlegungen gehen immer von diesem kontinuierlichen Modell aus. Die Kennzeichnung der Raum-Zeit-Punkte (x, t) bezieht sich jedoch auf eine feste, newtonsche Hintergrundsraumzeit. Daher ist es auch ganz instruktiv, sich die Kette gekoppelter Pendel vorzustellen, da in diesem Fall der klare – newtonsche – Charakter von „Raum“ und „Zeit“ deutlicher wird.

Wir wissen nun, dass die Kontinuumsfeldgleichung (11.4) invariant unter Lorentz-Transformationen ist. Eine solche Feststellung ist zunächst keine Aussage über die zugrundeliegende Raum-Zeit-Struktur, sondern bezeichnet eine Eigenschaft der Lösungsmenge der Gleichungen: Wenn $\varphi_0(x, t)$ eine Lösung der Gleichung (11.4) ist, dann ist auch

$$\varphi_v(x, t) = \varphi_0(\gamma(v)(x - vt), \gamma(v)(t - vx)) \quad \text{mit} \quad \gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}} \quad (11.5)$$

eine Lösung dieser Gleichung für beliebiges $-1 < v < 1$. Solange $g \ll 1$, bzw. der Wert für v so eingeschränkt wird, daß auch $g\gamma(v) \ll 1$ (in unserer Normierung ist $c = 1$), werden die Lösungen der diskretisierten Gleichung (11.3) durch die Lösungen der Kontinuumsgleichung angenähert. Im Rahmen dieser Näherung werden die diskretisierten Lösungen daher auch dieselbe Invarianzeigenschaft (11.5) zeigen.

Da wir untersuchen wollen, wie sich Längenmaßstäbe und Uhren verhalten, wenn man sie gegen das Ruhesystem bewegt, müssen wir zunächst intrinsische „Lineale“ und „Uhren“ definieren. Dazu benutzen wir die besonderen Lösungen der Sinus-Gordon-Gleichung: die Soliton-Lösung und die Lösung zu gebundenen Zuständen von zwei Solitonen, die Breather-Lösungen.

Die Soliton-Lösung entspricht einer Konfiguration, bei der sich die Pendel in der Nähe eines Punktes einmal um ihre Aufhängung herumwinden, anderenfalls aber im wesentlichen in ihrem Grundzustand sind. Diese Lösung ist stabil. Die statische Lösung des Kontinuumsmodells ist durch

$$\varphi_0(x) = 4 \tan^{-1}(\exp \pm \sqrt{g}(x - x_0)) \quad (11.6)$$

gegeben, wobei die Integrationskonstante x_0 die Position des Solitons angibt, d.h. den Punkt, bei dem $\varphi = \pi$. Das + Zeichen in (11.6) entspricht einer Lösung, für die $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) \rightarrow 0$ und $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) \rightarrow 2\pi$. Das – Zeichen beschreibt eine sogenannte Anti-Soliton-Lösung mit $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) \rightarrow 2\pi$ und $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) \rightarrow 0$. In beiden Fällen nähern sich die Lösungen ihrem asymptotischen Wert für große $|x - x_0|$ exponentiell. Die Reichweite der Lösung entspricht dabei

$$\Delta L = 1/\sqrt{g}. \quad (11.7)$$

Diese Größe ist ein Maß für die halbe Breite des Solitons und soll uns als Längenskala dienen.

Die Sinus-Gordon Theorie besitzt ebenfalls Lösungen, die gebundenen Zuständen eines Solitons und eines Anti-Solitons entsprechen, die sogenannten Breather-Lösungen (vgl. [36]):

$$\varphi_0(x, t) = -4 \tan^{-1} \left[\frac{m}{\sqrt{1 - m^2}} \frac{\sin \sqrt{g(1 - m^2)}(t - t_0)}{\cosh m\sqrt{g}(x - x_0)} \right]. \quad (11.8)$$

Der Parameter m muss der Bedingung $0 < m^2 < 1$ genügen, ist ansonsten aber beliebig. Die

Schwingungsperiode ist

$$\Delta T = \frac{2\pi}{\sqrt{g(1-m^2)}} . \quad (11.9)$$

Diese Lösung ist metastabil. Es handelt sich um einen gebundenen Zustand zwischen einem Teilchen und seinem Antiteilchen, und kleine Störungen lassen dieses System in „Photonen“ zerfallen, d.h. einfache Schwingungen der Pendelkette. Der freie Parameter m hängt mit der Bindungsenergie zusammen und legt sowohl die Amplitude als auch die Periode fest. Zur Festlegung einer Zeitskala muss daher ein spezieller Wert für m gewählt werden. Eine mögliche Wahl wäre, dass φ zwischen $-\pi$ und $+\pi$ variiert, d.h. $m^2 = 1/2$ oder $\Delta T = \sqrt{8\pi^2/g}$.

Wir wollen nun untersuchen, wie sich die so definierten Längen- und Zeitmaßstäbe transformieren, wenn man sie relativ zum „Äther“, d.h. dem durch die Pendel definierten Ruhesystem, bewegt. Wir betrachten zunächst ein Soliton mit einer Geschwindigkeit v . Diese Lösung erhalten wir aus der statischen Lösung nach Gleichung (11.5). Auch die Breite des propagierenden Solitons lässt sich daraus ablesen.

Die statische Lösung $\varphi_0(x)$ habe ihr Zentrum bei $x = 0$. Dann bestimmt die Bedingung

$$\varphi_0(\pm\Delta L) = \pi \pm \alpha$$

einen Wert für α , bei dem wir die Breite von φ_0 messen. Für die propagierende Lösung

$$\varphi_v(x, t) = \varphi_0(\gamma(v)(x - vt)) ,$$

bewegt sich das Zentrum $x_0(t)$ nach der Gleichung $x_0(t) = vt$. Die Breite dieser Lösung ist gleich dem Wert ΔL_v , der der Bedingung

$$\varphi_v(x_0(t) \pm \Delta L_v, t) = \pi \pm \alpha$$

genügt. Dies ist offensichtlich der Fall für

$$\gamma(v) \Delta L_v = \Delta L \quad \text{oder} \quad \Delta L_v = \sqrt{1-v^2} \Delta L . \quad (11.10)$$

Die Breite der propagierenden Lösung ist daher um einen Faktor $1/\gamma(v)$ kontrahiert. Diese „Lorentz-Kontraktion“ kann von einem außenstehenden Beobachter, der die Solitonen sich entlang der Pendelkette ausbreiten sieht, tatsächlich wahrgenommen werden.

Auch die Dilatation der Schwingungsperiode des gebundenen Zustands lässt sich leicht herleiten. In Ruhe gilt für die Breather-Lösung:

$$\varphi_0^b(x, t) = \varphi_0^b(x, t + \Delta T) .$$

Die zugehörige propagierende Lösung erfüllt

$$\varphi_v^b(x, t) = \varphi_0^b(x + v\Delta T_v, t + \Delta T_v) .$$

Da

$$\varphi_v^b(x, t) = \varphi_0^b(\gamma(v)(x - vt), \gamma(v)(t - vx))$$

erhalten wir

$$\gamma(v)(t + \Delta T_v - v(x + v\Delta T_v)) = \gamma(v)(t - vx) + \gamma(v)(1 - v^2)\Delta T_v$$

und somit:

$$\Delta T = \gamma(v)(1 - v^2)\Delta T_v \quad \text{oder} \quad \Delta T_v = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}}\Delta T. \quad (11.11)$$

Die Schwingungsdauer eines sich bewegenden gebundenen Zustands ist also tatsächlich um einen Faktor $\gamma(v)$ im Vergleich zum ruhenden Zustand verlängert.

Solitonen und gebundene Zustände von Solitonen können an einem festen Ende der Kette ohne Energieverlust reflektiert werden. Durch eine solche experimentelle Anordnung kann man das „Zwillingsparadoxon“ aufzeigen: Ein gebundener Zustand, der sich entlang der Kette bewegt und nach einer Reflektion am Ende der Kette zurückkehrt, hat weniger Schwingungen ausgeführt, als ein ruhender gebundener Zustand. Offensichtlich handelt es sich hier nicht um einen Effekt, der der „Beschleunigung“ am Ende der Kette zugeschrieben werden kann.

11.4 Von der Ätherhypothese zur Relativitätstheorie

Zunächst mag es den Anschein haben, als ob das oben diskutierte Modell der harmonisch gekoppelten Pendel sehr speziell sei. Hinsichtlich der Existenz von Soliton- und Breather-Lösungen mag das richtig sein, nicht aber hinsichtlich der Tatsache, daß dieses Modell den richtigen Verkürzungsfaktor und die richtige Zeitdilatation liefert. Das einzige, was wir zur Herleitung dieser Faktoren benutzt haben, ist die Lorentz-Invarianz der Feldgleichungen. *Jede lorentzinvariante Feldgleichung hat somit die Eigenschaft, daß ihre Lösungen, die eine Längen- oder Zeitskala definieren, sich genau so transformieren, dass die bewegten Maßstäbe bzw. Uhren mit dem Lorentzischen Verkürzungs- bzw. Dilatationsfaktor multipliziert werden.*

Insbesondere haben auch die Maxwell-Gleichungen diese Eigenschaft. Genau das hatte Lorentz gezeigt, wobei er allerdings noch die falschen Transformationsgesetze für die Ladungen und Ströme aufgestellt hatte. Diesen Fehler hat Poincaré korrigiert. Unter der Annahme, dass auf atomarer Ebene die Materie – und damit auch Längenmaßstäbe – durch die elektromagnetischen Wechselwirkungen zusammengehalten wurde, war daher die Lorentz-Kontraktion nicht nur plausibel sondern sogar eine Folgerung der Maxwell-Gleichungen.

Vor diesem Hintergrund können wir auch den Übergang von der Lorentzischen Sichtweise zur Einsteinschen Sichtweise und der speziellen Relativitätstheorie leichter nachvollziehen. Aus der Lorentz-Invarianz der fundamentalen Gleichungen folgen ja nicht nur die Lorentz-Kontraktion und die Zeitdilatation, sondern sämtliche Phänomene, die sich im Rahmen der speziellen Relativitätstheorie erklären lassen.

Der Übergang zur Sichtweise der speziellen Relativitätstheorie besteht in einer Neuinterpretation von „Raum“ und „Zeit“. Hier müssen wir uns wieder daran erinnern, dass „Raum“ eigentlich „Längenmaßstab“ und „Zeit“ eigentlich „Uhr“ bedeutet. Bisher bezog sich das Symbol x auf eine Koordinate im Ruhesystem des Äthers – im obigen Modell war das das System der

Pendelaufhängung. Dies entspricht dem „Lineal“ eines externen Beobachters, der außerhalb unserer Welt steht und alles mit seinen Maßstäben ausmessen kann – wie wir bei den gekoppelten Pendeln. Entsprechend bezog sich auch das Symbol t auf die Uhr eines externen Beobachters. Wir als externe Beobachter können die Längenkontraktion der Solitonen nachweisen, indem wir einfach ein Lineal neben das Soliton halten. Ebenso können wir den propagierenden gebundenen Zustand beobachten und die Dilatation mit unserer externen Uhr vergleichen. Für uns als externe Beobachter sind Raum (gemessen entlang der Pendelkette) und Zeit absolut. $c = 1$ (die Geschwindigkeit von Wellen bzw. kleinen Störungen entlang der Kette) ist für uns keine obere Grenzggeschwindigkeit, und wenn wir uns entlang der Kette bewegen, ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Störung entlang der Kette (das entspricht der Ausbreitung des Lichts) in unserem System für die Vorwärts- und Rückwärtsrichtung verschieden. Das Ruhesystem der Pendelkette ist ein ausgezeichnetes System.

Stellen wir uns jedoch nun (1+1)-dimensionale Wesen vor, die in dieser „Soliton-Welt“ leben. Ihnen stehen nur die Solitonen bzw. andere Lösungen ihrer „universellen Bewegungsgleichungen“ als Längen- und Zeitmaßstäbe zur Verfügung. Sie werden daher die Breite eines Solitons und die Schwingungsdauer der Breather-Lösung als Längen- und Zeitmaßstab zur Beschreibung der physikalischen Phänomene benutzen. Der Übergang zur Minkowski-Welt erfolgt gerade dadurch, dass die externen Längen- und Zeitmaßstäbe durch die von der beschriebenen Gleichung gelieferten internen Längen- und Zeitmaßstäbe ersetzt werden. Die zugrundeliegende diskrete Struktur und damit das ausgezeichnete Ruhesystem (der „Äther“) zeigen sich erst, wenn v so groß wird, dass die Breite der Solitonen mit der Größenordnung des Pendelabstands (bzw. der Gitterstruktur) vergleichbar wird. Ist die fundamentale Theorie eine Kontinuums-theorie, so tritt der „Äther“ für einen internen Beobachter überhaupt nicht in Erscheinung.

Wenn wir von der Lorentz-Invarianz bzw. allgemeiner Poincaré-Invarianz der Raum-Zeit sprechen, sollten wir eigentlich zwei Schritte bzw. Aspekte unterscheiden. Wir haben oben die Invarianzeigenschaft der Bewegungsgleichungen als eine Eigenschaft der Lösungsmenge dieser Gleichungen interpretiert: Mit jeder Lösung $\varphi(x)$ ist auch $\varphi^{(\Lambda,a)}(x) = \varphi(\Lambda x - a)$ eine Lösung der Bewegungsgleichung. Gibt es nun ausgezeichnete Lösungen, die Längenmaßstäbe oder Uhren definieren, so bedeutet diese Invarianz, dass bewegte Längenmaßstäbe kürzer, bewegte Uhren langsamer erscheinen. Dies gilt zunächst bezüglich der festen „Hintergrunds-Raum-Zeit“. Diesen Schritt hatte auch Lorentz erkannt. Der wesentlich zweite Schritt aber blieb Einstein vorbehalten. Er erkannte nämlich, dass die Poincaré-Invarianz einer Gleichung auch bedeutet, dass bezüglich der intrinsischen Maßstäbe das Relativitätsprinzip gilt.

Statt die Lorentz-Invarianz der Gleichungen als Eigenschaft der Lösungsmenge anzusehen, was beispielsweise auch für die diskretisierte Pendelkette einfach zu interpretieren war, können wir die Lorentz-Invarianz auch als eine Freiheit der Koordinatenwahl auffassen. Wenn wir nämlich die Raum- und Zeitkoordinaten einer Lorentz-Transformation unterwerfen, für eine Raumdimension somit die Ersetzung

$$x \rightarrow x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{und} \quad t \rightarrow t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \left(\beta = \frac{v}{c} \right) \quad (11.12)$$

vornehmen, dann bleiben die Feldgleichungen unverändert. Ordnen wir nun die Koordinaten (x, t) bzw. (x', t') jeweils Beobachtern zu, deren Weltlinie durch $x = 0$ bzw. $x' = 0$ und deren „gleichzeitige Ereignisse“ durch die Bedingungen $t = \text{const.}$ bzw. $t' = \text{const.}$ definiert sind, dann

bedeutet die Invarianz der Feldgleichungen, dass beide Beobachter dieselbe Physik sehen, d.h., es gilt das Relativitätsprinzip.

Die Lorentz-Invarianz der Bewegungsgleichungen können wir offensichtlich physikalisch auf zwei vollkommen unterschiedliche Weisen interpretieren. Einmal als Eigenschaft der Lösungsmenge, die es uns erlaubt, aus bestimmten Lösungen andere zu gewinnen. Diese Interpretation bezog alles auf einen festen Satz von Koordinaten (x, t) (vgl. (11.5)), der als das Koordinatensystem eines ausgezeichneten Ruhesystems interpretiert werden kann. Bezüglich dieser Koordinaten beobachten wir die Lorentz-Kontraktion und die Zeitdilatation.

Die andere Interpretation impliziert das Relativitätsprinzip. Wenn sich zwei Beobachter relativ zueinander mit einer konstanten Geschwindigkeit v bewegen und ihre Koordinaten über die Gleichungen (11.12) miteinander zusammenhängen, dann erfahren beide Beobachter dieselbe Physik. In dieser Interpretation gibt es kein ausgezeichnetes Ruhesystem – der Äther ist verschwunden. Der Preis ist eine neue Vorstellung von Gleichzeitigkeit. Dieser letzte Schritt zeichnete Einstein vor Lorentz und Poincaré aus.

Wenn auch heute die spezielle Relativitätstheorie in erster Linie mit dem Namen Albert Einsteins verbunden ist, so darf man jedoch nicht vergessen, dass insbesondere Lorentz und Jules Henri Poincaré (1854–1912) wesentliche Vorarbeiten geliefert haben. Was die entscheidenden Schritte zur Relativitätstheorie betrifft, so werden heute immer wieder drei Arbeiten zitiert (aus [54], S. 2 und [60], S. 408):

1. H.A. Lorentz; *Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light* ([42]). Eingereicht hatte er diese Arbeit am 27.5.1904.
2. J.H. Poincaré; *Sur la dynamique de l'électron* ([56]). Diese Arbeit wurde bei der Französischen Akademie der Wissenschaften am 5.6.1905 eingereicht.
3. A. Einstein; *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* ([16]). Diese Arbeit wurde am 30.6.1905 eingereicht.

Eine Diskussion, welchem Autor was zuzuschreiben ist, findet man bei Pauli [54] (S. 2/3).

11.5 Axiomatische Herleitung der speziellen Relativitätstheorie

Der oben skizzierte Zugang zur speziellen Relativitätstheorie geht davon aus, dass die fundamentalen Gleichungen der Physik lorentzinvariant sind. Dies trifft zwar für die Maxwell-Gleichungen (ebenso wie die Gleichungen des heutigen Standardmodells) zu, bedeutet aber gleichzeitig eine weitreichende Annahme. Es wurde daher versucht, die Annahmen, die zur Herleitung der speziellen Relativitätstheorie führen, auf ein Minimum zu reduzieren. Man kann zeigen, dass die folgenden zwei Axiome bereits die Struktur der speziellen Relativitätstheorie – und damit auch die Lorentz-Invarianz der fundamentalen Gleichungen – implizieren:

1. Es gilt das Relativitätsprinzip.
2. Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit ist unabhängig vom Bewegungszustand der Lichtquelle.

Axiom 1 war für Einstein eine Konsequenz der fehlgeschlagenen Versuche, den Äther bzw. Bewegungen relativ zu dem ausgezeichneten Ruhesystem des Universums nachzuweisen. Wenn sich experimentell kein ausgezeichnetes Ruhesystem nachweisen lässt, dann sollte die Annahme eines absoluten Raumes oder einer absoluten Zeit auch aus der Theorie verschwinden.

Das Relativitätsprinzip ist dabei dasselbe, wie auch in der Newtonschen Theorie. Es gibt also kein Relativitätsprinzip der Relativitätstheorie oder relativistisches Relativitätsprinzip. Inertialsysteme sind solche Bezugssysteme, in denen die kräftefreie Bewegung geradlinig und gleichförmig erfolgt. Das Relativitätsprinzip besagt, dass die Physik in allen Inertialsystemen gleich ist.

Axiom 2 ist das Minimum, auf das sich die Aussagen der Maxwell-Gleichungen reduzieren lassen, so dass zusammen mit dem ersten Axiom die spezielle Relativitätstheorie eindeutig wird. Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit bedeutet, dass jeder inertielle Beobachter die Wellenfronten einer punktförmigen Lichtquelle als gleichzentrierte Sphären beobachtet.

Statt einer exakten Herleitung der Transformationsgesetze aus den obigen Axiomen (die man beispielsweise bei Pauli [54] oder in der neueren Literatur unter anderem bei Sexl und Urbantke [59] findet) möchte ich hier eine einfache geometrische Konstruktion der Transformationsgesetze aus den obigen Axiomen andeuten.

Wir beginnen mit den Ereignismengen, die vom Lichtkegel sowie den Weltlinien zweier relativ zueinander konstant bewegter Beobachter überstrichen werden (Abb. 11.1). Die Weltlinie von Beobachter 1 verlaufe entlang der t -Achse, die von Beobachter 2 entlang der t' -Achse. Die Ereignisse, die Beobachter 1 als gleichzeitig empfindet, sind alle parallel zur x -Achse, da nur solche Linien (bzw. Flächen in zwei und Volumina in drei Raumdimensionen) den Lichtkegel so schneiden, dass der Beobachter im Zentrum bleibt. Entsprechend konstruieren wir auch die Ereignisse, die für Beobachter 2 als gleichzeitig wahrgenommen werden. Vom Ereignis B beispielsweise soll sich das Licht in Vor- und Rückrichtung gleichweit bewegt haben. Das legt eindeutig die Linie ABC fest, da nur für diese Linie die Strecke AB gleich der Strecke BC ist. Gleichzeitige Ereignisse liegen somit für Beobachter 2 auf Linien (Flächen,...), die zu der Linie ABC parallel sind, also beispielsweise die x' -Achse.

Wir müssen noch die relativen Skalen festlegen. Da Licht immer die Geschwindigkeit c (in unseren Einheiten 1) hat, muss die Zeitdauer OB der räumlichen Strecke BC entsprechen, also $BC = OBc$. Was wir noch benötigen, ist ein Ereignis D auf der t -Linie, das vom Ursprung O ebenso weit entfernt ist, wie das Ereignis B. In zwei und mehr Raumdimensionen können wir die zu der Bewegung senkrechte Richtung zur Konstruktion dieses Vergleichsmaßes benutzen. Dazu betrachten wir die Fläche der für den Beobachter 2 zum Ereignis B gleichzeitigen Ereignisse, d.h. die Fläche durch die Linie AC und senkrecht zur Papierebene. Diese Fläche schneidet den Lichtkegel in Form einer Ellipse mit Zentrum B. Da Licht sich nach Axiom 2 in alle Richtungen gleichschnell ausbreiten soll, muss das Maß der großen Halbachse (BC) gleich dem Maß der kleinen Halbachse (senkrecht zur Papierebene) sein. Da die Beobachter sich aber senkrecht zur

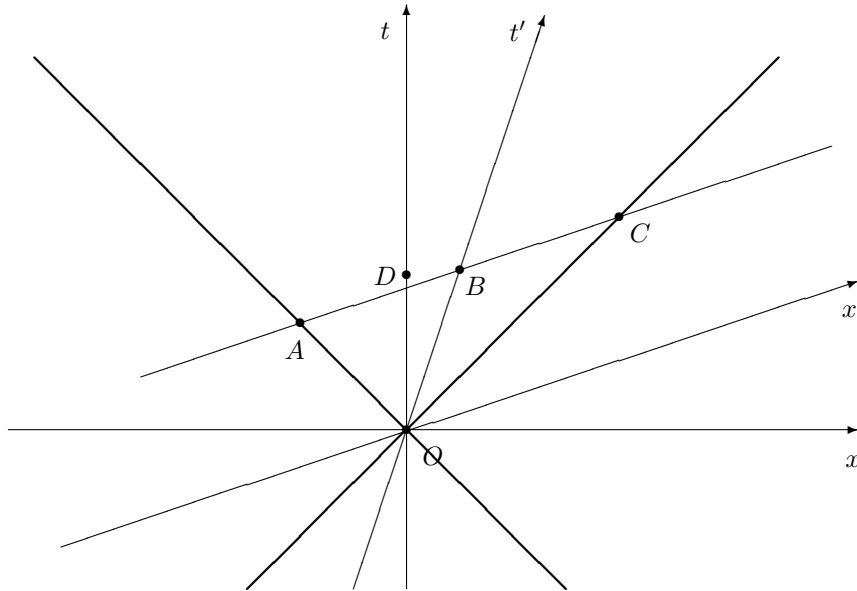


Abbildung 11.1: Die gleichzeitigen Ereignisse für einen bewegten Beobachter ergeben sich aus der Forderung, dass auch für ihn der Lichtkegel zentriert ist, d.h. die Distanz AB muss gleich der Distanz BC sein. Diese Bedingung legt die Linie ABC eindeutig fest. Die Ereignisse auf dazu parallelen Linien (beispielsweise durch den Ursprung) sind für den bewegten Beobachter gleichzeitig. Da für diesen Beobachter die Lichtgeschwindigkeit ebenfalls $c(=1)$ ist, ist die Distanz OB gleich der Distanz BC bzw. AB. Die Skala wird dadurch festgelegt, daß das Licht in der Richtung senkrecht zur Papierebene ebenfalls die Strecke AB zurückgelegt haben soll.

Papierebene relativ zueinander nicht bewegen, sind die Maße in dieser Richtung für sie gleich und führen auf den Punkt D.

Eine zweite Möglichkeit lässt sich auch in zwei Dimensionen anwenden. Wir integrieren das Vektorfeld, das in jedem Punkt durch die Richtung der Gleichzeitigkeit erzeugt wird. Dies führt auf die Bedingung

$$\frac{dx}{dt} = \frac{t}{x} \quad \text{oder} \quad t^2 - x^2 = \text{const.} .$$

Alle Ereignisse auf einer solchen Hyperbel haben denselben Abstand vom Ursprung. Insbesondere gilt

$$t_B^2 - x_B^2 = t_D^2 ,$$

und da $x_B = vt_B$ folgt

$$t_B^2 - v^2 t_B^2 = t_D^2$$

oder

$$t_D = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} t_B .$$

Dieses Verfahren setzt voraus, dass Ereignisse mit einem konstanten Abstand vom Ursprung in gewisser Hinsicht „stetig“ sind, und daß wir infinitesimal annehmen können, dass solche Ereignisse für einen Beobachter, der sich gleichförmig vom Ursprung zu einem dieser Ereignisse bewegt, lokal gleichzeitig sind.

11.6 Die Synchronisation von Uhren

Einer der seltsamsten und umstrittensten Aspekte der speziellen Relativitätstheorie ist ihr Konzept von Gleichzeitigkeit. Dabei wird oft vergessen, dass es sich bei der Gleichzeitigkeit von Ereignissen nicht um „wahre“ Aussagen handelt, sondern eher um eine Definition. Ob zwei Ereignisse (für ein gegebenes Inertialsystem) gleich sind oder nicht, können wir experimentell nur entscheiden, wenn wir eine Vorschrift angegeben haben, was wir unter „gleichzeitig“ verstehen wollen. Die einzige Einschränkung ist, dass zwei gleichzeitige Ereignisse A und B *nicht* in einer kausalen Abhängigkeit stehen sollten. Grundsätzlich können wir eine beliebige raumartige Hyperfläche als gleichzeitig *definieren*.

Die folgenden Überlegungen gelten für den flachen Minkowski-Raum. Wir konzentrieren uns ausschließlich auf den Aspekt der Synchronisation von Uhren für ein gegebenes Inertialsystem. Eine ausführlichere Darstellung dieser Problematik findet man bei Mittelstaedt [48] sowie in den beiden Abhandlungen *Philosophie der Raum-Zeit-Lehre* [57] und *Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit-Lehre* [58] von Hans Reichenbach (Hans Friedrich Herbert Günther Reichenbach, geb. 26.9.1891 in Hamburg; gest. 9.4.1953 in Los Angeles).

11.6.1 Synchronisation durch Lichtsignale

Zunächst ist es recht hilfreich, sich auf ein Verfahren zur Definition von Gleichzeitigkeit zu beschränken. Dieses Verfahren sollte allerdings noch keine Einschränkung darstellen. Wir wollen Uhren durch Austausch von Lichtsignalen synchronisieren. Beobachter A sendet zum Zeitpunkt t_1 ein Lichtsignal aus. Dieses wird von Beobachter B reflektiert und erreicht Beobachter A zum Zeitpunkt t_2 . Bezeichnen wir den Zeitpunkt des Ereignisses der Reflektion des Lichtstrahls bei Beobachter B mit t , so möchte Beobachter A nun definieren, welches Ereignis auf seiner Weltlinie zu dem Moment der Reflektion des Lichtstrahls bei Beobachter B gleichzeitig war, d.h. dem Zeitpunkt t entspricht. Die einzige Einschränkung liefert dabei die Forderung der Kausalität: $t_1 < t < t_2$. Beobachter A definiert nun:

$$t = t_1 + \epsilon(A, B)(t_2 - t_1)$$

mit

$$0 < \epsilon(A, B) < 1 .$$

(Der Einfachheit halber soll das Synchronisierungsverfahren nicht von der Zeit abhängen, d.h. $\epsilon(A, B)$ hängt nicht zusätzlich noch von t bzw. t_1 ab.)

Zunächst kann man sich leicht überzeugen, dass durch geeignete Wahl von ϵ tatsächlich je zwei raumartige Ereignisse x_A und x_B auf der Weltlinie von A und B als gleichzeitig definiert

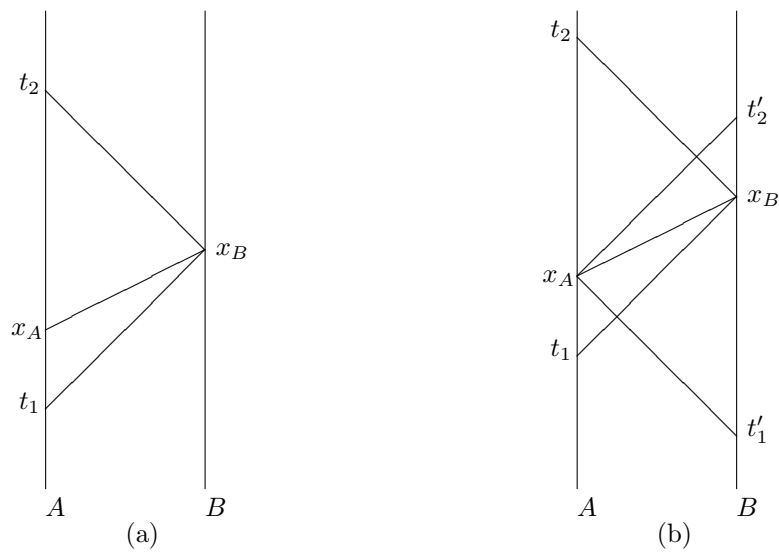


Abbildung 11.2: Synchronisation von Uhren durch Lichtstrahlen. Die senkrechten Linien entsprechen den Weltlinien der Beobachter A und B , die zueinander einen konstanten Abstand halten. (a) Zum Zeitpunkt t_1 sendet A ein Lichtsignal aus, das von B im Ereignis x_B reflektiert wird und bei t_2 wieder Beobachter A erreicht. Durch Vorgabe von ϵ_A konstruiert A das Ereignis x_A , das zu x_B gleichzeitig ist. (b) Soll die Gleichzeitigkeit der Ereignisse x_A und x_B auch für Beobachter B gelten, so muss er sein Verfahren zu Bestimmung der Gleichzeitigkeit (ausgedrückt durch ϵ_B) so wählen, dass $\epsilon_B = 1 - \epsilon_A$.

werden können (vgl. Abb. 11.2). Dieses Verfahren bildet daher keine Einschränkung der Allgemeinheit. Damit die Hyperfläche der zu x_A gleichzeitigen Ereignisse eine raumartige Hyperfläche ist, müssen die Richtungsableitungen der Funktion $\epsilon(A, B)$ (aufgefasst als eine Funktion von B) noch durch eine Konstante (1?) beschränkt sein. Durch geeignete Forderungen an die Funktion ϵ erhält man verschiedene Synchronisationsverfahren.

11.6.2 Die Einstein-Synchronisation

Eine sehr allgemeine Forderung an die Gleichzeitigkeit von Ereignissen ist die Symmetrieforderung: Wenn für einen Beobachter A das Ereignis x_B auf der Weltlinie eines Beobachters B gleichzeitig zu dem Ereignis x_A auf seiner Weltlinie ist, dann soll umgekehrt auch für den Beobachter B das Ereignis x_A gleichzeitig zu x_B sein. Anhand der Abbildung 11.2(b) kann man sich leicht überzeugen, dass diese Forderung gleichbedeutend mit der Bedingung

$$\epsilon(A, B) = 1 - \epsilon(B, A)$$

ist.

Eine weitere allgemeine Forderung ergibt sich aus der Homogenität des Raumes. Wir verlangen, dass sich die Funktion $\epsilon(A, B)$ nicht ändert, wenn wir die beiden Beobachter A und B um *denselben* (räumlichen) Vektor verschieben. Symbolisch ausgedrückt:

$$\epsilon(A + \vec{a}, B + \vec{a}) = \epsilon(A, B) .$$

Dies bedeutet, dass $\epsilon(A, B)$ nur noch von der räumlichen Richtung abhängen kann, unter der der Beobachter B von A aus gesehen wird. Innerhalb einer Halbebene, die die Weltlinie von A als Rand hat, ist ϵ konstant. Auch diese Forderung verlangen wir allgemein.

Nun kommen wir zu einer speziellen Forderung, die sich aus der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit ergibt. Da die Lichtgeschwindigkeit für jeden Beobachter und für jede Richtung dieselbe sein soll, können wir zusätzlich noch Isotropie unserer Gleichzeitigkeitsdefinition verlangen. ϵ soll also auch nicht mehr von der räumlichen Richtung abhängen, unter der B von A aus gesehen wird. In diesem Fall gilt

$$\epsilon(A, B) = \text{const} .$$

Zusammen mit der ersten Forderung der Symmetrie folgt sofort:

$$\epsilon = \frac{1}{2} .$$

Die aus diesem Wert für ϵ folgende Synchronisation von Uhren bezeichnet man als Einstein-Synchronisation.

Das zweite Axiom der speziellen Relativitätstheorie - die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit - führt uns somit schon zur Festlegung der Gleichzeitigkeitsvorschrift. Das erste Axiom - das Relativitätsprinzip - geht indirekt in diese Festlegung ein, da wir die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit und somit die Isotropie der Synchronisationsvorschrift für jedes Inertialsystem verlangt haben.

11.6.3 Synchronisation mit der Ätherhypothese

Wir haben aus der Lorentz-Invarianz der universellen Bewegungsgleichungen geschlossen, dass die spezielle Relativitätstheorie in der Formulierung von Einstein äquivalent zur Lorentz-Theorie ist, d.h. zu einer Theorie mit Ätherhypothese und Lorentz-Kontraktion der Längenskalen. Es sollte daher nicht überraschen, wenn es eine Synchronisationsvorschrift gibt, die auf die Lorentz-Theorie führt.

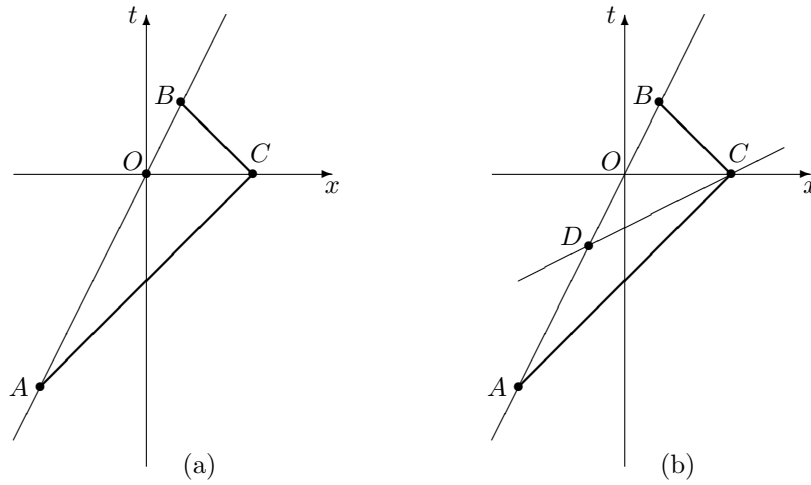


Abbildung 11.3: Äther- und Einstein-Synchronisation. In Teil (a) rekonstruiert der Beobachter auf der Weltlinie AB das Ereignis O als gleichzeitig zum Ereignis C . Seine Synchronisationsvorschrift hängt von der Geschwindigkeit v relativ zu dem ausgezeichneten Ruhesystem ab. Dabei gilt für das Verhältnis $(AO)/(AB) = (1+v)/2$. In Abbildung (b) wird nach der Einstein-Synchronisation aus denselben Lichtsignalen das Ereignis D als zu C gleichzeitig rekonstruiert.

Auch mit Ätherhypothese verlangen wir von der Gleichzeitigkeit von Ereignissen Symmetrie und Homogenität des Raumes. Was wir jedoch nicht mehr verlangen können, ist die allgemein gültige Isotropie der Synchronisationsvorschrift. Für ein System, das sich relativ zum Äther mit einer Geschwindigkeit $\vec{v}$ bewegt, wird die Synchronisationsvorschrift von der Richtung relativ zu $\vec{v}$ abhängen. Allgemein wird also nun gelten:

$$\epsilon(A, B) = \epsilon(\vec{v}; A, B) .$$

Lediglich für das ausgezeichnete Inertialsystem, das dem Ruhesystem des Äthers entspricht, ist die Lichtgeschwindigkeit in alle Richtungen dieselbe und somit das Synchronisationsverfahren symmetrisch:

$$\epsilon(\vec{v} = 0; A, B) = \frac{1}{2} .$$

Bewegt sich das Inertialsystem der Beobachter A und B relativ zum Äther mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$, so gilt (vgl. Abb. 11.3)

$$\epsilon(\vec{v}; A, B) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{|\vec{v}|}{c} \cos \alpha \right),$$

wobei α der Relativwinkel zwischen der Richtung von $\vec{v}$ und der Halbebene ist, die durch die Weltlinie von A begrenzt wird und die Weltlinie von B enthält.

Der Vorteil dieses Verfahrens ist, dass Gleichzeitigkeit nun ein absoluter Begriff wird. Sind zwei Ereignisse x_A und x_B für einen Beobachter A gleichzeitig, so sind sie es auch für alle anderen Beobachter, unabhängig von deren Bewegungszustand.

Der Nachteil dieses Verfahrens ist jedoch, dass wir das Ruhesystem des Äthers nicht kennen. Wir müssen also willkürlich ein System auszeichnen, das wir als Ruhesystem definieren, beispielsweise das System des Schwerpunkts der in unserem Universum beobachtbaren Massen oder das Ruhesystem relativ zur Hintergrundstrahlung. (Es ist nicht selbstverständlich, dass diese beiden Systeme identisch sind.) Wegen der Geschwindigkeitsabhängigkeit des Synchronisationsverfahrens gilt das Relativitätsprinzip nicht mehr. Die Lichtgeschwindigkeit ist nur im Ruhesystem des Äthers richtungsunabhängig konstant.

Das Relativitätsprinzip gilt jedoch in einer anderen Form: Wir können jedes beliebige Inertialsystem als Ruhesystem definieren und die Synchronisation der Uhren auf dieses System beziehen. Die physikalischen Gesetze bleiben dieselben. Hier liegt der physikalisch unbefriedigende Aspekt dieses Synchronisierungsverfahrens. Wir brechen die Symmetrie, die sich im Relativitätsprinzip ausdrückt, *per Hand*, indem wir ein Inertialsystem auszeichnen. Umgekehrt trägt die Einstein-Synchronisation dem Relativitätsprinzip Rechnung. Kein Inertialsystem wird durch dieses Verfahren ausgezeichnet. Der Preis ist allerdings die Relativität der Gleichzeitigkeit.

Es gibt allerdings auch aktuelle Verfahren, die der lorentzischen Sichtweise näher sind als der einsteinschen Sichtweise. Beispielsweise könnte man die lorentzsche Sichtweise so interpretieren, dass irgendwo in der Mitte unseres Universums eine große Uhr steht, und das, was diese Uhr anzeigt, ist die „wahre“ Zeit. Alle anderen Systeme müssen ihre Zeit auf diese wahre Zeit umrechnen. Dieses Verfahren wird in abgewandelter Form beispielsweise bei der Zeitsynchronisation des GPS-Satellitensystems verwendet. Die „große Uhr“ steht in der GPS-Zentrale in Colorado. Die Uhren der Satelliten sind so geschaltet, dass ihre Zeit gleich der „Masterzeit“ ist. Insbesondere ist ihr Gang im Vergleich zu einer „richtigen“ Uhr etwas gedrosselt, um den Einfluss der schwächeren Gravitation sowie der Bewegung auszugleichen.

Die Einstein-Synchronisation wie auch die „Äthersynchronisation“ sind Spezialfälle einer Klasse von Synchronisationsvorschriften, bei denen die Konstanz der sogenannten „Zwei-Wege-Lichtgeschwindigkeit“ gefordert wird. Dabei handelt es sich um die Geschwindigkeit c , die man einem Lichtstrahl zuordnet, der eine Strecke in beide Richtungen - vor und zurück - durchläuft. Ist c^+ die Geschwindigkeit für eine Richtung und c^- die Geschwindigkeit für die Rückrichtung, so ist

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{c^+} + \frac{1}{c^-} \right).$$

Während jedoch zur Messung von c^+ bzw. c^- die Uhren an verschiedenen Raumpunkten synchronisiert sein müssen, kann man c an einem Punkt auswerten, d.h. c hängt nicht von der Synchronisationsvorschrift ab. Im Michelson-Morley-Versuch beispielsweise wird die Lichtgeschwindigkeit ja gar nicht für verschiedenen Raumrichtungen verglichen, sondern nur die Zwei-Wege-Lichtgeschwindigkeit. Nur von dieser wird gezeigt, daß sie isotrop ist. Die Einsteinsche Forderung der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit geht also über das Ergebnis des Michelson-Morley-Versuchs hinaus.

11.7 Die Äquivalenz von Masse und Energie

Da dies keine Vorlesung über spezielle Relativitätstheorie werden soll, möchte ich auch nicht auf die durchaus interessanten Details und Effekte eingehen. Eine Folgerung aus der speziellen Relativitätstheorie ist für unsere Diskussion jedoch von besonderer Bedeutung, nämlich die Äquivalenz von Masse und Energie.

Allgemein schreibt man die Formel

$$E = mc^2 \quad (11.13)$$

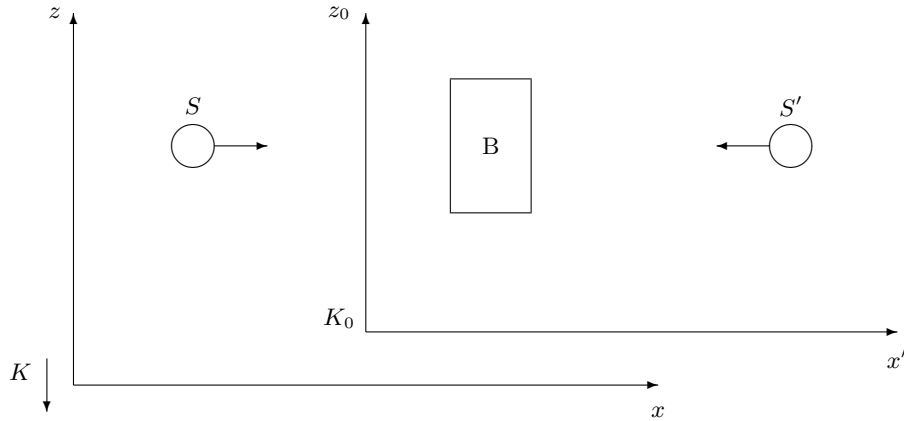
Einstein zu, der sie 1905 in der Arbeit *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?* ([17]) für den Sonderfall eines strahlenden Körpers hergeleitet und ihre allgemeine Richtigkeit vermutet hatte. Abgesehen davon, daß die Herleitung dieser Formel als falsch gilt (siehe [60]; Farbtafel XXIV, Zitat aus Jammer), findet man Überlegungen über eine Trägheit von Energie auch schon bei Poincaré 1900.

Die folgende „Elementare Ableitung der Äquivalenz von Masse und Energie“ stammt ebenfalls von Einstein aus dem Jahre 1946, und ist in seinem Buch *Aus meinen späten Jahren* ([18], S. 121) entnommen.

Die vorstehende Ableitung des Äquivalenzgesetzes, die bisher nicht publiziert ist, hat zwei Vorteile. Sie bedient sich zwar des speziellen Relativitätsprinzips, setzt aber die technisch-formalen Hilfsmittel der Theorie nicht voraus, sondern bedient sich nur dreier vorbekannter Gesetzmäßigkeiten:

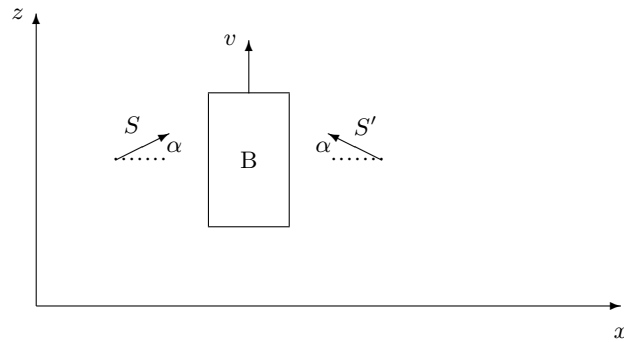
1. des Satzes von der Erhaltung des Impulses,
2. des Ausdrucks für den Strahlungsdruck beziehungsweise für den Impuls eines in bestimmter Richtung sich ausbreitenden Strahlungs-Komplexes,
3. der wohlbekannte Ausdruck für die Aberration des Lichts (Einfluß der Bewegung der Erde auf den scheinbaren Ort der Fixsterne (Bradley)).

Wir fassen nun folgendes System ins Auge. Bezüglich eines Koordinatensystems K_0 anhand



schwebe der Körper B frei im Raum. Zwei Strahlungskomplexe S, S', je von der Energie $\frac{E}{2}$ breiten sich längs der positiven bzw. negativen x_0 -Richtung aus und werden dann von B absorbiert. Bei der Absorption wächst die Energie von B um E . Der Körper B bleibt bei diesem Prozess aus Symmetriegründen in Ruhe.

Nun betrachten wir diesen selben Prozess von einem System K aus, welches sich gegenüber K_0 mit der konstanten Geschwindigkeit v in der negativen z_0 -Richtung bewegt. In bezug auf K ist dann die Beschreibung des Vorganges folgende



Der Körper B bewegt sich in der positiven z -Richtung mit der Geschwindigkeit v . Die beiden Lichtkomplexe haben in bezug auf K eine Fortpflanzungsrichtung, welche einen Winkel α mit der x -Achse bildet. Das Aberrationsgesetz besagt, dass in erster Näherung $\alpha = \frac{v}{c}$ ist, wobei c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet. Aus der Betrachtung in bezug auf K_0 wissen wir, dass die Geschwindigkeit v von B durch die Absorption von S und S' keine Änderung erfährt.

Nun wenden wir auf den Prozess in bezug auf K das Gesetz von der Erhaltung des Impulses in bezug auf die Richtung z des betrachteten Gesamtsystems an.

I. *Vor der Absorption* sei M die Masse von B; Mv ist dann der Ausdruck des Impulses von B (gemäß

der klassischen Mechanik). Jeder der Strahlungskomplexe hat die Energie $\frac{E}{2}$ und deshalb gemäß einer wohlbekannten Folgerung aus Maxwells Theorie den Impuls

$$\frac{E}{2c}.$$

Dies ist streng genommen zunächst der Impuls von S in bezug auf K_0 . Wenn aber v klein ist gegen c , so muss der Impuls in bezug auf K bis auf die Größe von zweiter Ordnung $\frac{v^2}{c^2}$ gegen 1) dieselbe sein. Von diesem Impuls fällt in die z -Richtung die Komponente $\frac{E}{2c} \sin \alpha$, sind aber genügend genau (bis auf Größen höherer Ordnung) $\frac{E}{2c} \alpha$ oder $\frac{E}{2} \cdot \frac{v}{c^2}$. S und S' zusammen haben also in der z -Richtung den Impuls $E \frac{v}{c^2}$. Der Gesamtimpuls des Systems vor der Absorption ist also

$$Mv + \frac{E}{c^2} v.$$

II. *Nach der Absorption* sei M' die Masse von B . Wir antizipieren hier die Möglichkeit, dass die Masse bei der Aufnahme der Energie E eine Zunahme erfahren könnte (dies ist nötig, damit das Endresultat unserer Überlegungen widerspruchsfrei sei). Der Impuls des Systems nach der Absorption ist dann

$$M'v.$$

Nun setzen wir den Satz von der Erhaltung des Impulses als richtig voraus und wenden ihn in bezug auf die z -Richtung an. Dies ergibt die Gleichung

$$Mv + \frac{E}{c^2} v = M'v$$

oder

$$M' - M = \frac{E}{c^2}.$$

Diese Gleichung drückt den Satz der Äquivalenz von Energie und Masse aus. Der Energiezuwachs E ist mit dem Massenzuwachs $\frac{E}{c^2}$ verbunden. Da die Energie ihrer üblichen Definition gemäß eine additive Konstante freilässt, so können wir nach der Wahl der letzteren stattdessen auch kürzer schreiben

$$E = Mc^2.$$

Diese Beziehung hat unseren Materiebegriff verändert. Man kann nicht mehr zwischen „ponderabler“ Materie und Energie unterscheiden. Heute versteht man unter Materie allgemein „ponderable Materie“ und Energie. Damit gewinnt die Frage, ob leerer Raum denkbar ist, eine ganz neue Bedeutung. Gerade in der Quantenfeldtheorie hat jedes Feld auch eine gewisse Nullpunktsschwingung (ähnlich wie die Nullpunktenergie eines harmonischen Oszillators). Diese Grundzustandsenergie ist zwar absolut nicht messbar, aber die Veränderung dieser Energie bei einer Veränderung von Randbedingungen ist nachweisbar (Casimir-Effekt). In diesem Sinne scheint es leeren Raum (unabhängig von jeder Diskussion um relationale Raum-Zeiten) nicht zu geben.

11.8 Die vierdimensionale Raum-Zeit

1908 hatte Hermann Minkowski (1864–1909) die 4-dimensionale Raum-Zeit eingeführt und damit den Formalismus der speziellen Relativitätstheorie wesentlich vereinfacht. Berühmt geworden sind die Anfangsworte eines Vortrags von ihm, gehalten auf der „80. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Cöln“ am 21. September 1908 (aus [2], S. 123):

Meine Herren! Die Anschauungen über Raum und Zeit, die ich Ihnen entwickeln möchte, sind auf experimentell-physikalischem Boden erwachsen. Darin liegt ihre Stärke. Ihre Tendenz ist eine radikale. Von Stund an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren.

Nachdem also die spezielle Relativitätstheorie die Vorstellungen von Raum und Zeit derart verändert hat können wir uns fragen, worin diese Veränderungen denn genau bestehen, und ob sich hinsichtlich der grundlegenden Fragen, die wir an Theorien von Raum und Zeit stellen wollten, Wesentliches geändert hat.

Zunächst gibt es auch in der speziellen Relativitätstheorie einen „absoluten“ Hintergrund, in den die Materie bzw. die materiellen Markierungen der Raum-Zeit, d.h. die Ereignisse, eingebettet sind. Inertialsysteme sind immer noch ausgezeichnet durch den geradlinig-gleichförmigen Verlauf der kräftefreien Bewegung. Die Trägheitskräfte wie beispielsweise die Fliehkräfte resultieren immer noch aus einer Einwirkung des absoluten Raum-Zeit-Hintergrunds auf die Materie. Es lassen sich auch in der speziellen Relativitätstheorie Universen denken, in denen es keine oder nur sehr wenige Teilchen gibt.

Fasst man auch in der herkömmlichen (newtonschen) Vorstellung Raum und Zeit zu einer 4-dimensionalen „Raum-Zeit“ zusammen, so findet man an jedem Punkt (Ereignis) eine starre Aufspaltung in die zu diesem Ereignis gleichzeitigen Ereignisse sowie die zukünftigen und vergangenen Ereignisse. Diese Struktur definiert eine Foliation der Raum-Zeit in Schichten von gleichzeitigen Ereignissen, die jeweils einer Kopie des Raumes entsprechen. Auf benachbarten Schichten können wir zwar Raumpunkte nicht direkt einander zuordnen, aber die Wahl eines Inertialsystems definiert eine solche Zuordnung. Diese Struktur ist starr in dem Sinne, dass sie nicht beeinflussbar ist. Raum-Zeit ist nicht an der Dynamik beteiligt.

In der Raum-Zeit der speziellen Relativitätstheorie haben wir ebenfalls an jedem Ereignis eine starre Struktur, nämlich die Struktur des Lichtkegels. Damit werden die Ereignisse der Raum-Zeit in kausal zukünftige, kausal vergangene und raumartige eingeteilt. Auch diese Struktur ist starr, d.h. sie nimmt nicht an der Dynamik teil bzw. wird durch den Materiegehalt im Raum nicht beeinflusst.

Für zwei Ereignisse (a, b) der Raum-Zeit der speziellen Relativitätstheorie gibt es einen invarianten „Abstand“ $l(a, b)$:

$$l(a, b)^2 = (t_b - t_a)^2 - (\vec{x}_b - \vec{x}_a)^2 .$$

Diese Größe ist unabhängig von der Wahl des inertialen Koordinatensystems, auf das sich die Koordinaten $\vec{x}_i$ und t_i beziehen, d.h. sie ist eine Lorentz-Invariante. Allerdings bedeutet

$l(a, b) = 0$ nicht, dass $a = b$, sondern in diesem Fall sind a und b lichtartig. Außerdem ist $l(a, b)^2$ für raumartige Ereignisse negativ. Ansonsten spielt $l(a, b)$ aber weitgehend dieselbe Rolle wie ein Abstandsfunktional.

Wir sehen also, dass sich hinsichtlich der grundlegenden Fragen zur Raum-Zeit wenig bei dem Schritt von Newton zur speziellen Relativitätstheorie geändert hat. Erst in der allgemeinen Relativitätstheorie wird sich Wesentliches ändern.

Abschließend sollten wir noch betonen, dass die kausale Struktur, wie sie durch den Lichtkegel in jedem Punkt vorgegeben ist, natürlich keine Konvention ist, sondern ein experimentell überprüfbarer Sachverhalt. Diese Lichtkegelstruktur ergibt sich in natürlicher Weise aus der einsteinschen Formulierung der speziellen Relativitätstheorie. In der lorentschen Formulierung hingegen muss die kausale Struktur einer Raum-Zeit zusätzlich auferlegt werden. Sie ergibt sich zwar auch in diesem Fall aus der Forderung, dass sich kein Signal bzw. keine Energieform schneller als mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten kann. Da aber die Lichtgeschwindigkeit (bezüglich der „wahren“ Zeit und dem „wahren“ Raum – d.h. auch bezüglich der „wahren“ Gleichzeitigkeit) nicht konstant ist, erfährt die Kopplung der Kausalität mit der Lichtgeschwindigkeit etwas Willkürliches.

Kapitel 12

Die ART I

Bei der speziellen Relativitätstheorie kann man noch darüber streiten, welchen Beitrag Einstein zu ihrer Entwicklung wirklich geleistet hat und ob sie nicht vielleicht auch ohne ihn kurz vor ihrer Entdeckung stand. Die wichtigen Formeln waren alle bekannt, und insbesondere Poincaré hatte auch schon wesentliche Fortschritte hinsichtlich der Interpretation dieser Formeln erzielt. Selbst die transformierte Zeit war als „lokale Hilfsgröße“ schon aufgetaucht und in Gebrauch.

Bei der allgemeinen Relativitätstheorie ist aber unbestritten, dass ihre grundlegenden Ideen das Werk von Einstein alleine sind. Es gab zwar hinsichtlich der Formulierung der korrekten Feldgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie für lange Zeit einen Prioritätsstreit mit Hilbert (vgl. [60], S. 418/19 und 424), der allerdings in weiten Zügen mittlerweile zugunsten von Einstein entschieden ist.

12.1 Die Motivation für die allgemeine Relativitätstheorie

Einstein (*geb. 14.3.1879 in Ulm; gest. 18.4.1955 in Princeton (New Jersey)*) hatte sicherlich die besondere Fähigkeit zu spüren, wann er etwas nicht genau verstanden hatte, wo die Ursachen dafür lagen, und wie er das Problem mit einfachen Überlegungen und Gedankenexperimenten angehen konnte. Welche Überlegungen genau Einstein zur allgemeinen Relativitätstheorie geführt haben, ist schwer nachzuvollziehen. Die folgenden, eng zusammenhängenden Argumente gehörten sicherlich dazu.

12.1.1 Das Äquivalenzprinzip

Eine erste, vereinfachte Form des Äquivalenzprinzips lautet

- Schwere und träge Masse sind gleich.

Auf die Definition der trägen Masse und die damit zusammenhängende Problematik sind wir bereits in Abschnitt 8.1 eingegangen. Hier definieren wir die träge Masse über das zweite newtonsche Gesetz bei *bekannter* Kraft F :

$$m_t = \frac{F}{a}.$$

Die schwere Masse steht im Gravitationsgesetz. Zwischen zwei Körpern mit den schweren Massen m_g und m'_g im Abstand r wirkt die Kraft:

$$F = G \frac{m_g m'_g}{r^2}.$$

Hierbei ist G die newtonsche Konstante. Insbesondere erfährt im Gravitationsfeld der Erde mit der Erdbeschleunigung g ein Körper die Schwerkraft

$$F = m_g g.$$

Experimentell überprüfbar ist nur die Aussage, dass träge und schwere Masse zueinander proportional sind. Ihre Gleichheit ist eine Frage der Konvention. Üblicherweise wählt man die newtonsche Konstante bzw. die Erdbeschleunigung so, dass der Proportionalitätsfaktor zwischen träger und schwerer Masse eins wird. Diese Gleichheit wurde mittlerweile mit einer Genauigkeit von 10^{-11} bis 10^{-12} überprüft.

Die obige Formulierung des Äquivalenzprinzips ist in mehrfacher Hinsicht vereinfacht. In erster Linie liegt das daran, dass wir die träge wie auch die schwere Masse durch nicht-relativistische Gleichungen definiert haben. In einer veralteten Sprechweise könnte man sagen, dass wir das Äquivalenzprinzip für „ponderable Materie“ definiert haben. Es ist damit noch nicht eindeutig geklärt, inwiefern auch für andere Energieformen das Äquivalenzprinzip gilt.

Daher wählt man oft eine allgemeinere Formulierung des Äquivalenzprinzips, die sich weniger auf die Massen als auf die Kräfte bezieht:

- Gravitationskräfte sind äquivalent zu Beschleunigungskräften.

In der Formulierung von Einstein ([19]) heißt es sogar: „Trägheit und Schwere sind wesensgleich.“ Doch was bedeutet hier „äquivalent“ oder „wesensgleich“?

Üblicherweise drückt man diese Äquivalenz folgendermaßen aus: Die Wirkung eines Gravitationsfeldes lässt sich durch den Übergang zu einem beschleunigten Bezugssystem eliminieren. Ist das Gravitationsfeld nicht homogen, so muss man sich auf ein *lokales Bezugssystem* beschränken. Die Abmessungen eines lokalen Bezugssystems sind so klein, dass bei vorgegebener Messgenauigkeit keine Effekte der Inhomogenität des Feldes nachgewiesen werden können. Sie hängen somit sowohl vom Inhomogenitätsgrad des Feldes als auch von dem zulässigen Messfehler ab. Ein lokales Bezugssystem ist daher nur approximativ realisierbar, ähnlich wie die „nicht-relativistische Mechanik“ oder die „klassische Mechanik“ (im Sinne von Nicht-Quantenmechanik).

In dieser Formulierung wäre zu klären, was unter dem Begriff „äquivalent“ zu verstehen ist. Daher wählt man oft die folgende Formulierung:

- In einem lokalen Bezugssystem lässt sich der Einfluss von Gravitationskräften nicht von der Wirkung einer Beschleunigung unterscheiden.

Der Begriff des lokalen Bezugssystems ist somit auch auf Beschleunigungskräfte zu übertragen. Eine Rotation des Bezugssystems um eine Achse durch das System ist beispielsweise nicht erlaubt, ebenso wenig wie die Wirkung des Gravitationsfeldes von einem Gegenstand *innerhalb* eines Bezugssystems durch Beschleunigungskräfte beschrieben werden kann.

Für einfache Fälle der nicht-relativistischen Mechanik ist diese zweite Form des Äquivalenzprinzips leicht aus der ersten Formulierung (der Gleichheit von träger und schwerer Masse) herzuleiten. Für kompliziertere Fälle, beispielsweise der relativistischen Mechanik oder der Elektrodynamik, muss die Wirkung der Gravitation bzw. der Beschleunigung erst einmal genau bekannt sein, um das Äquivalenzprinzip überprüfen zu können. Insofern ist die eigentliche Aussage des Äquivalenzprinzips, wie sie der allgemeinen Relativitätstheorie zugrunde liegt, eher ein Postulat:

- In einem lokalen Inertialsystem gelten die Gesetze der speziellen Relativitätstheorie.

Durch kein Experiment soll somit die Wirkung der Gravitation in einem lokalen Bezugssystem von der Wirkung einer Beschleunigung unterschieden werden können.

Trotz dieser scheinbar klaren Formulierung des Äquivalenzprinzips gibt es noch weitreichende Feinheiten und Unterteilungen. Insbesondere auf die Unterscheidung zwischen dem sogenannten „starken“ und „schwachen“ Äquivalenzprinzip soll hier nicht eingegangen werden (vgl. beispielsweise [47]).

12.1.2 Das Machsche Prinzip

Im Rahmen der newtonschen Mechanik wie auch der speziellen Relativitätstheorie gibt es keine Erklärung für das Äquivalenzprinzip. Es erhebt sich hier allerdings die Frage, was man als Erklärung bezeichnen kann. Das Machsche Prinzip wäre sicherlich eine Erklärung: Die Trägheit eines Körpers würde durch dieselbe Wechselwirkung verursacht wie sein Gewicht. Einstein hat lange Zeit geglaubt, dass die allgemeine Relativitätstheorie in diesem Sinne eine Erklärung für das Äquivalenzprinzip liefert. So schreibt er in einem Brief an Mach vom 25. Juni 1913:

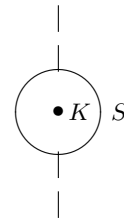
Hochgeehrter Herr Kollege!

Dieser Tage haben Sie wohl meine neue Arbeit über Relativität und Gravitation erhalten, die nach unendlicher Mühe und quälendem Zweifel nun endlich fertig geworden ist. Nächstes Jahr bei der Sonnenfinsternis soll sich zeigen, ob die Lichtstrahlen an der Sonne gekrümmt werden, ob mit anderen Worten die zugrunde gelegte fundamentale Annahme von der Äquivalenz von Beschleunigung des Bezugssystems einerseits und Schwerfeld andererseits wirklich zutrifft.

Wenn ja, so erfahren ihre genialen Untersuchungen über die Grundlagen der Mechanik – Planck’s ungerechtfertigter Kritik zum Trotz – eine glänzende Bestätigung. Denn es ergibt sich mit Notwendigkeit, dass die *Trägheit* in einer Art *Wechselwirkung* der Körper ihren Ursprung hat, ganz im Sinne ihrer Überlegungen zum Newtonschen Eimer-Versuch.

Eine erste Konsequenz in diesem Sinne finden Sie oben auf Seite 6 der Arbeit. Es hat sich ferner folgendes ergeben:

- 1) Beschleunigt man eine träge Kugelschale S , so erfährt nach der Theorie ein von ihr eingeschlossener Körper eine beschleunigende Kraft.
- 2) Rotiert die Schale S um eine durch ihren Mittelpunkt gehende Achse (relativ zum System der Fixsterne („Restsystem“)), so entsteht im Innern der Schale ein Coriolis-Feld, d.h. die Ebene des Foucault-Pendels wird (mit einer allerdings praktisch unmessbar kleinen Geschwindigkeit) mitgenommen.



Es ist mir eine große Freude, Ihnen dies mitteilen zu können, zumal jene Kritik Plancks mir schon immer höchst ungerechtfertigt erschienen war.

Mit größter Hochachtung grüßt Sie herzlich

Ihr ergebener A. Einstein

Das in diesem Brief angesprochene Experiment zur Bestimmung der Lichtablenkung an der Sonne wurde 1914 wegen des ersten Weltkrieges nicht durchgeführt – zum Glück, wie manche meinen. Die allgemeine Relativitätstheorie lag nämlich in ihrer endgültigen Form noch nicht vor, und Einstein hat zur Berechnung des Ablenkungswinkels nur das Äquivalenzprinzip benutzt, ohne die Krümmung des Raumes in der Nähe der Sonne korrekt zu berücksichtigen. Der Wert war in diesem Fall um einen Faktor 2 zu klein ([20]). Einstein korrigierte diesen Fehler bevor das Experiment dann 1919 wirklich durchgeführt wurde und seine Vorhersagen bestätigte.

Es zeigte sich später, dass die angesprochenen Effekte der allgemeinen Relativitätstheorie die Trägheitskräfte nicht erklären können. Zwei umeinander rotierende Kugeln, die durch einen Faden zusammengehalten werden, werden auch in der ART durch Kräfte nach außen getrieben, die sich nicht als Wechselwirkung verstehen lassen. Es erhebt sich somit die Frage, inwieweit die allgemeine Relativitätstheorie wirklich eine Erklärung für das Äquivalenzprinzip liefert, wie es oft behauptet wird.

Dass diese Frage alles andere als trivial zu beantworten ist, hat beispielsweise eine Konferenz zu dem Thema „Mach’s Principle – From Newton’s Bucket to Quantum Gravity“ gezeigt, die vom 26–30 Juli 1993 in Tübingen stattfand (die Proceedings sind als Buch erschienen [7]). Mehrere Sessions und Diskussionsrunden waren auf dieser Konferenz dem Thema gewidmet, inwieweit die allgemeine Relativitätstheorie das Machsche Prinzip realisiert.

Abschließend wollen wir noch kurz der Frage nachgehen, woher der Begriff „Machsches Prinzip“ eigentlich stammt und was genau er bedeuten soll. Wir hatten schon erwähnt, dass dieser Begriff von Einstein 1918 [19] geprägt wurde. In diesem kurzen Artikel mit dem Titel „Prinzi-

pielles zur allgemeinen Relativitätstheorie“ will Einstein auf einige Kritikpunkte antworten, die gegen die allgemeine Relativitätstheorie vorgebracht wurden. Er schreibt:

Die Theorie, wie sie mir heute vorschwebt, beruht auf drei Hauptgesichtspunkten, die allerdings keineswegs voneinander unabhängig sind. Sie seien im folgenden kurz angeführt und charakterisiert und hierauf im nachfolgenden von einigen Seiten beleuchtet:

a) *Relativitätsprinzip*: Die Naturgesetze sind nur Aussagen über zeiträumliche Koinzidenzen; sie finden deshalb ihren einzig natürlichen Ausdruck in allgemein kovarianten Gleichungen.

b) *Äquivalenzprinzip*: Trägheit und Schwere sind wesensgleich. Hieraus und aus den Ergebnissen der speziellen Relativitätstheorie folgt notwendig, dass der symmetrische „Fundamentaltensor“ ($g_{\mu\nu}$) die metrischen Eigenschaften des Raumes, das Trägheitsverhalten der Körper in ihm, sowie die Gravitationswirkungen bestimmt. Den durch den Fundamentaltensor beschriebenen Raumzustand wollen wir als „ G -Feld“ bezeichnen.

c) *Machsches Prinzip*: Das G -Feld ist *restlos* durch die Massen der Körper bestimmt. Da Masse und Energie nach den Ergebnissen der speziellen Relativitätstheorie das Gleiche sind und die Energie formal durch den symmetrischen Energietensor ($T_{\mu\nu}$) beschrieben wird, so besagt dies, dass das G -Feld durch den Energietensor der Materie bedingt und bestimmt sei.

An den Begriff „Machsches Prinzip“ hat Einstein eine Fußnote angeschlossen:

Bisher habe ich die Prinzipie a) und c) nicht auseinandergehalten, was aber verwirrend wirkte. Den Namen „Machsches Prinzip“ habe ich deshalb gewählt, weil dieses Prinzip eine Verallgemeinerung der Machschen Forderung bedeutet, dass die Trägheit auf eine Wechselwirkung der Körper zurückgeführt werden müsse.

Die Einsteinsche Formulierung aller drei Prinzipien bedarf sicherlich einiger Kommentare. Auf Punkt a) gehen wir im nächsten Abschnitt noch ein. Punkt b) wurde im vorherigen Abschnitt erläutert und wird vielleicht klarer, wenn man die vierte (letzte) dort angegebene Formulierung des Äquivalenzprinzips betrachtet. Auf Punkt c) wollen wir kurz eingehen.

Heute verstehen wir unter dem Machschen Prinzip meist die Formulierung, die Einstein in der Fußnote gewählt hat: „Trägheit beruht auf einer Wechselwirkung zwischen Körpern.“ Vielleicht hat Einstein zur Zeit des Zitats (1918) noch geglaubt, dass die allgemeine Relativitätstheorie das Machsche Prinzip in dieser Form tatsächlich erfüllt. Schon die Bemerkung unter Punkt b) (der Fundamentaltensor legt das Trägheitsverhalten der Körper fest) gilt nicht mehr, wenn man neben der Gravitation noch andere Wechselwirkungen berücksichtigt. Ein Beispiel ist das von Newton beschriebene System zweier umeinander rotierender Kugeln, die durch einen Faden miteinander verbunden sind. Die Kräfte im Faden, die die beiden Kugeln auf konstantem Abstand halten, sind keine Gravitationskräfte. Es treten selbst im flachen Minkowski-Raum die bekannten Fliehkräfte als Trägheitskräfte auf.

Das Machsche Prinzip in der Einsteinschen Formulierung gilt aber noch aus einem anderen Grund nicht, den Einstein selber in der erwähnten Arbeit diskutiert: Es würde verlangen, dass es in einem Universum ohne Materie nur die Minkowski-Metrik $g_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ als

Lösung gibt. Einstein selber zeigt aber, dass $g_{\mu\nu} = \text{konst}$ (für alle Komponenten verschiedene Konstanten) ebenfalls eine Lösung der Gleichungen darstellt. Daher gibt es zum selben Materiezustand des Universums verschiedene Lösungen für das G -Feld, was nach dem Machschen Prinzip verboten wäre. Der Ausweg Einsteins, die Einführung der kosmologischen Konstanten, löst das Problem allerdings nicht.

12.1.3 Das Relativitätsprinzip

Wir haben gesehen, dass sowohl in der Newtonschen Mechanik als auch in der speziellen Relativitätstheorie eine bestimmte Klasse von Bezugssystemen dadurch ausgezeichnet ist, dass in ihnen die Newtonschen Gesetze (bzw. die relativistischen Verallgemeinerungen) gelten, insbesondere das Trägheitsgesetz. Diese Bezugssysteme sind die Inertialsysteme. Sie sind durch die Poincaré-Gruppe untereinander verbunden, d.h. je zwei Inertialsysteme lassen sich durch ein Element dieser Gruppe ineinander überführen.

Diese Auszeichnung einer bestimmten Klasse von Systemen als Inertialsysteme empfand Einstein als willkürlich. Die Willkür besteht dabei in zwei Aspekten, die von der allgemeinen Relativitätstheorie unterschiedlich gelöst werden.

Eine Willkür liegt in der Auszeichnung der „Gleichförmigkeit“, d.h. der Wahl bestimmter Skalen sowohl hinsichtlich der Zeit als auch hinsichtlich des Raumes. Physikalisch ist keine Zeit- oder Raumskala ausgezeichnet. Wir wählen die Skalen nach dem Gesichtspunkt der Einfachheit bzw. der Bequemlichkeit, nämlich so, dass die Newtonschen Gesetze für die einfachsten Bewegungsformen – die geradlinig-gleichförmige Bewegung des kräftefreien Körpers oder auch die gleichförmig periodische Bewegung eines Pendels oder Planeten – die einfachste Gestalt annehmen. Physikalisch darf jedoch eine beliebige (nicht notwendigerweise gleichförmige) Reparametrisierung von Raum und Zeit die Gesetze nicht abändern.

Auf diese Eigenschaft bezieht sich Einstein in der obigen (Seite 161) Erläuterung des Relativitätsprinzips: „Die Naturgesetze sind nur Aussagen über zeiträumliche Koinzidenzen; sie finden deshalb ihren einzig natürlichen Ausdruck in allgemein kovarianten Gleichungen.“ Statt „zeiträumliche Koinzidenzen“ würden wir vielleicht heute „(lokale) Ereignisse“ sagen. Wie wir diese Ereignisse parametrisieren darf die Gültigkeit der Naturgesetze natürlich nicht beeinflussen. Daher müssen die Gleichungen allgemein kovariant, d.h. reparametrisierungsinvariant, sein. Dieses Prinzip ist in der allgemeinen Relativitätstheorie erfüllt.

Die zweite Willkür liegt in der Auszeichnung der „Geradlinigkeit“. Geradlinigkeit ist nur für eine flache Raumzeit definiert, im Sinne der allgemeinen Relativitätstheorie also für eine Raumzeit, in der es keine Gravitationsfelder gibt. Die allgemeine Relativitätstheorie erweitert den Begriff des Inertialsystems auch auf nichtflache Raumzeiten: In einem Gravitationsfeld frei fallende Bezugssysteme sind ebenfalls Inertialsysteme. Geometrisch folgen sie ebenso Geodäten wie die herkömmlichen Inertialsysteme in einer flachen, feldfreien Raum-Zeit. Hierzu schreibt Einstein ([20], S. 899):

Man kann bei dieser Auffassung ebensowenig von der *absoluten Beschleunigung* des Bezugssystems sprechen, wie man nach der gewöhnlichen Relativitätstheorie von der *absoluten Geschwindigkeit* eines

Systems reden kann.

Und als Fußnote fügt er noch an:

Natürlich kann man ein *beliebiges* Schwerfeld nicht durch einen Bewegungszustand des Systems ohne Gravitationsfeld ersetzen, ebensowenig, als man durch eine Relativitätstransformation alle Punkte eines beliebig bewegten Mediums auf Ruhe transformieren kann.

Diese Aussage, dass in einem Gravitationsfeld frei fallende Systeme ebenfalls Inertialsysteme sind, ist von nicht zu unterschätzender praktischer Bedeutung. Die Newtonschen Inertialsysteme bzw. die Inertialsysteme der speziellen Relativitätstheorie waren kaum zu realisierende Idealfälle, da es in unserem Universum schwer ist, einen Ort zu finden, an dem keine Gravitationskräfte wirken. Frei fallende Systeme hingegen lassen sich vergleichsweise leicht verwirklichen.

In einer Hinsicht bleibt jedoch die allgemeine Relativitätstheorie unbefriedigend, und das hängt natürlich wieder mit dem Machschen Prinzip zusammen. In einer flachen Raumzeit ohne Gravitationsfelder folgt ein (auch von anderen Kräften unbeeinflusster) Körper einer geraden Linie. Doch was bedeutet „gerade Linie“, wenn es keine Materie im Raum gibt. Die Minkowski-Metrik erlaubt die Definition einer geraden Linie ohne Bezug auf irgendeinen anderen Körper im Universum. Die Kritik Machs an diesem Konzept wird auch von der allgemeinen Relativitätstheorie nicht beantwortet.

12.1.4 Raum und Zeit nehmen nicht an der Dynamik teil

Die Aymmetrie zwischen einerseits der Wirkung von Raum bzw. Raum-Zeit auf die Materie, wie sie sich in den Trägheitskräften (z.B. der Fliehkraft) offenbart, und andererseits der fehlenden Wirkung von Materie auf den Raum bzw. die Zeit fand Einstein immer als ein „dem wissenschaftlichen Instinkt widerstrebendes“ Element in der klassischen Physik ([24], Vorwort, S. X; vgl. auch S. 96).

Diese Kritik an der absoluten, an der Dynamik nicht beteiligten Form von Raum und Zeit wird durch die allgemeine Relativitätstheorie überwunden. Die Einsteinschen Feldgleichungen beschreiben den Einfluss der Materie auf das metrische Feld der Raum-Zeit. Darüberhinaus gibt es sogar nicht-triviale Lösungen der Einsteinschen Gleichungen, selbst wenn der Energie-Impuls-Tensor der Materie verschwindet, nämlich die sogenannten Gravitationswellen. Hierbei handelt es sich um wellenförmige Schwankungen des metrischen Feldes um die Lösung der flachen Minkowski-Raum-Zeit.

12.2 Geometrisierung des Raumes

Die allgemeine Relativitätstheorie verbindet man oft mit der Vorstellung einer „gekrümmten“ Raum-Zeit. Die Geometrie der Raum-Zeit denkt man sich dabei meist durch den metrischen

Tensor $g_{\mu\nu}$ gegeben, beispielsweise als Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen. Hier gibt es jedoch physikalisch noch einige Interpretationsprobleme. Zunächst ist der metrische Tensor gar nicht experimentell bestimmbar. Beliebige Diffeomorphismen der Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit lassen die Geometrie unverändert, ändern aber die Komponenten des metrischen Tensors. Ist die Geometrie ausreichend komplex, kann man geometrisch ausgezeichnete Punkte (d.h. Punkte, die sich durch die Invarianten der Geometrie charakterisieren lassen) als Referenzpunkte wählen. Handelt es sich jedoch um Räume mit zusätzlichen Symmetrien, haben wir wiederum das Problem, wie sich Punkte identifizieren lassen (vgl. Abschnitt 2.1.2).

In diesem Abschnitt soll jedoch ein anderes Problem angesprochen werden. Um überhaupt Geometrie betreiben zu können, müssen wir Abstände ausmessen können. Selbst wenn wir uns die Punkte als identifiziert denken, haben wir noch keine eindeutige Vorschrift, zwei nahe beieinander liegenden Punkten einen Abstand zuzuordnen. Ein Großteil der folgenden Darstellung entstammt der „Philosophie der Raum-Zeit-Lehre“ von Hans Reichenbach [57]. Wir konzentrieren uns zunächst auf die Ausmessung räumlicher Abstände.

Angenommen, wir haben zwei Paare von Raumpunkten – (A, B) und (a, b) – und wir wollen den Abstand von (A, B) mit dem Abstand von (a, b) vergleichen. Was machen wir? Wir tragen den Abstand (A, B) auf einem „Lineal“ ab, transportieren das Lineal zu den Punkten (a, b) und vergleichen die auf dem Lineal abgetragene Strecke mit dem Punktepaar (a, b) . Doch was garantiert uns, dass sich die Länge des Lineals bei dem Transport vom Punktepaar (A, B) zum Punktepaar (a, b) nicht verändert hat? Dafür gibt es keine Garantie! Wir können nur unter geeigneten Voraussetzungen *definieren*, dass sich dieser Abstand nicht verändert.

Was sind das für Voraussetzungen? Aus der Erfahrung sind wir bereit zu glauben, dass sich das Lineal beim Transport nicht verändert. Wir betrachten das Lineal im Rahmen der üblichen Genauigkeiten als einen „starrten Körper“. Abgesehen von der Unhandlichkeit des Verfahrens würden wir sicherlich nicht zwei auf einer Wasseroberfläche schwimmende Korken zur Abstandsmessung heranziehen. Wir müssen also zunächst definieren, was wir unter einem starren Körper verstehen wollen. Wir wissen, dass sich ein Körper bei Erhitzung im Allgemeinen ausdehnt. Zug- oder Druckkräfte können ebenfalls die Abmessungen eines Körpers verändern. Auch wenn wir ein Material wählen, bei dem die inneren Kräfte die Form gegenüber solchen äußeren Zug- und Druckkräften nahezu unverändert lassen, wissen wir doch aus der speziellen Relativitätstheorie, dass es keinen idealen starren Körper gibt. Die Wirkung eines plötzlichen Stoßes kann sich nur mit maximal Lichtgeschwindigkeit im Körper ausbreiten, d.h. eine gewisse Verformung lässt sich bei keinem Körper vermeiden. Wir können aber definieren, dass wir einen Körper als *starr* bezeichnen, wenn sich seine Form ohne Einwirkung erkennbarer äußerer Kräfte nicht verändert. Ähnlich wie schon beim Trägheitsprinzip sind wir also darauf angewiesen, über das Vorhandensein äußerer Kräfte Aussagen machen zu können.

Dies ist sicherlich nicht immer der Fall. Angenommen, eine Kraft wirkt auf alle Körper gleichermaßen und zwar so, dass sämtliche Abstandsverhältnisse zwischen den Körpern und an den Körpern im Vergleich mit dem kräftefreien Fall unverändert bleiben, dann kann die Wirkung einer solchen Kraft nicht nachgewiesen werden. Reichenbach spricht in diesem Zusammenhang von einer „kongruenzerhaltenden, universellen Kraft“. Wir müssen also verschiedene Arten von Kräften unterscheiden. Reichenbach führt zunächst die Unterscheidung zwischen einer *universellen* Kraft und einer *differentiellen* Kraft ein. Eine universelle Kraft wird durch folgende

zwei Eigenschaften definiert:

1. Sie wirkt auf alle Materialien gleichermaßen.
2. Es gibt keine Abschirmung gegen sie.

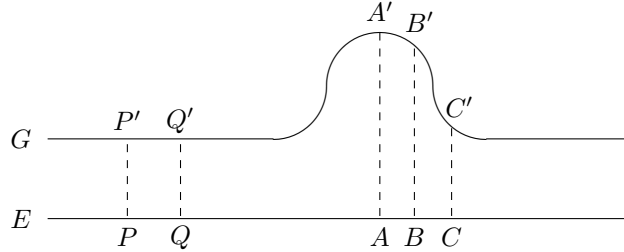
Die bekannten Kräfte – Zug- und Druckkräfte, elektromagnetische Kräfte, Wärme – sind also differentielle Kräfte. Sie wirken auf verschiedene Materialien unterschiedlich. Außerdem gibt es in den meisten Fällen eine Abschirmung gegen diese Kräfte. Anders ist es mit der Gravitation. Sie wirkt materialunabhängig auf alle Körper gleichermaßen, und es gibt keine Abschirmung gegen die Gravitation. Gravitation zählt nach Reichenbach also zu den universellen Kräften.

Unter den universellen Kräften bilden die kongruenzerhaltenden Kräfte noch einen Spezialfall. Hierzu zählt beispielsweise ein überall homogenes Gravitationsfeld. Solche Kräfte lassen sich durch keinen beobachtbaren Effekt nachweisen. Im folgenden sei „keine Kraft“ immer gleichbedeutend mit „keine Kraft oder universelle, kongruenzerhaltende Kraft“. Ein inhomogenes Gravitationsfeld entspricht einer universellen, aber nicht kongruenzerhaltenden Kraft. Betrachten wir beispielsweise vier Massepunkte. Zwei dieser Massepunkte seien durch eine Feder miteinander verbunden, die anderen beiden Massepunkte sind frei. Im kräftefreien Fall können wir die Anfangsbedingungen so einrichten, dass sich die Abstände zwischen den vier Massepunkten nicht verändern. Das gleiche gilt auch in einem kongruenzerhaltenden, universellen Kraftfeld. In einem inhomogenen Gravitationsfeld, beispielsweise dem Zentralfeld eines Planeten, werden die Massen relativ zu einander jedoch bewegt: die beiden freien Massen werden ihren Abstand rascher verringern als die beiden durch eine Feder auf einen bestimmten Abstand gehaltenen Massen. Dieser Effekt lässt sich nachweisen.

Wir wollen nun den Abstand zwischen Raumpunkten durch starre Körper definieren. Dass dies überhaupt sinnvoll ist, hängt von einer wesentlichen Tatsache der Erfahrung ab: Ohne differentielle Kräfte hängt die Länge eines starren Körpers weder vom Transportweg (im Zustandsraum des Körpers, d.h. Drehungen sind mit eingeschlossen) noch von seinem Material ab. Wenn überhaupt, so ist seine Länge nur eine Funktion des Ortes und der Orientierung des starren Körpers. Hier hilft uns aber keine experimentell überprüfbare Beobachtung weiter – die Länge eines starren Körpers an einem Ort mit einer bestimmten Orientierung ist eine sogenannte „Zuordnungsdefinition“ ([57]), die wir frei wählen können.

Eine mögliche Definition ist, die Länge eines starren Körpers ohne differentielle Kräfte als konstant anzunehmen. In diesem Fall kann es sich aber herausstellen, dass wir eine Geometrie finden, die nicht Euklidisch ist. Wir können aber auch umgekehrt für den Raum eine euklidische Geometrie *definieren*. Dann werden wir Abweichungen im Verhalten des starren Körpers von einer euklidischen Geometrie auf universelle Kräfte zurückführen müssen.

Das ist auch der Grund, warum wir zwischen differentiellen und universellen Kräften unterscheiden. Der Unterschied zwischen diesen beiden Kraftarten liegt nämlich darin, dass wir die universellen Kräfte durch eine Umdefinition der geometrischen Abstände eliminieren können. Die Wirkung einer universellen Kraft können wir als Eigenschaft des Raumes auffassen, wohingegen die Wirkung differentieller Kräfte ohne Willkür nicht als Eigenschaft des Raumes formuliert werden kann.

Abbildung 12.1: Projektion einer nichteuklidischen Geometrie G auf eine Ebene E .

Das folgende Beispiel (aus Reichenbach [57], §2 – §8) soll das Gesagte verdeutlichen (vgl. Abb. 12.1). Gegeben seien zwei Flächen, eine euklidische Ebene E und eine Fläche G mit einer „Beule“. Auf diesen Flächen leben zweidimensionale Wesen, die ihre Welt intrinsisch ausmessen wollen. Wir stellen uns nun vor, dass jeder Punkt der Fläche G mit der nichteuklidischen Geometrie auf die Fläche E senkrecht projiziert wird. Außerdem nehmen wir an, dass eine universelle Kraft (eine Art „universelle“ Erwärmung der Fläche) die Längenmaßstäbe der Wesen auf der euklidischen Fläche E so verformt, dass die Abstände von Punkten auf E genau den Abständen entsprechen, die die Wesen auf G mit ihren unverformten Maßstäben den entsprechenden Punkten zuordnen. Die Wesen auf E ordnen also den Punkten A , B und C untereinander dieselben Abstände zu, die auch die Wesen auf G den Punkten A' , B' und C' zuordnen. Würden nicht die Wesen auf der Fläche E dieselbe Geometrie rekonstruieren, die auch die Wesen auf G finden? Gibt es überhaupt einen Unterschied zwischen den beiden Geometrien? Liegt der Unterschied nicht nur in der unterschiedlichen Form der Einbettung der beiden Flächen in einen dreidimensionalen Raum? Diese Einbettung sollte aber mit der intrinsischen Geometrie nichts zu tun haben.

Wir als „außenstehende“ Wesen haben den Eindruck gewonnen, dass es einen Unterschied zwischen der Fläche G und der Fläche E gibt: G entspricht wirklich einer nichteuklidischen Geometrie, während auf E eben eine Kraft wirkt. Doch was bedeutet hier „wirklich“? Wir haben in der Physik keine Möglichkeit, zwischen einer universellen Kraft und einer nichteuklidischen Geometrie des Raumes zu unterscheiden. Es bleibt uns überlassen, welche Anschauung wir für denselben physikalischen Sachverhalt benutzen wollen. Reichenbach drückt das dadurch aus, dass er für die Verformungen U eines Längenmaßstabes – idealisierte Beispiele für solche „Geometrie-messer“ sind in Abb. 12.2 skizziert – an jedem Punkt drei Ursachen verantwortlich macht:

$$U = G + K_u + K_d .$$

Hierbei ist G die Geometrie des Raumes, K_u eine universelle Kraft und K_d eine differentielle Kraft. Die differentielle Kraft können wir durch Vergleich verschiedener Materialien bzw. durch Abschirmung des Maßstabes von dieser Kraft erkennen und entsprechend berücksichtigen. Doch darüberhinaus bemerken wir nur die Wirkung der Summe $G + K_u$. Es bleibt uns überlassen, welchen Teil wir der Geometrie G des Raumes zuschreiben und welchen Teil wir als universelle Kraft K_u interpretieren. Die Einsteinsche Konvention setzt $K_u = 0$; es bleibt also

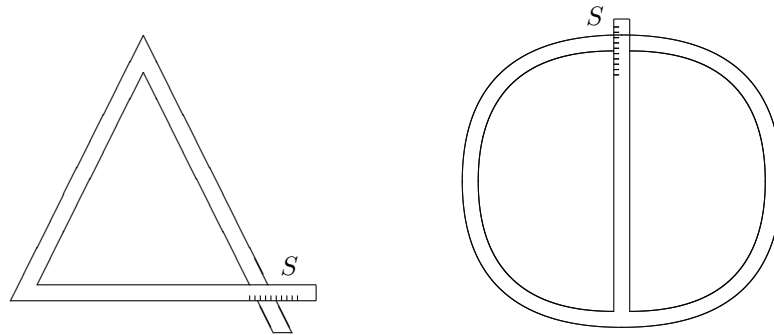


Abbildung 12.2: Geometrie-Messer. Auf der linken Seite bildet ein starrer Körper ein Dreieck, das am Punkt S offen ist. Auf einer Skala lässt sich dort ablesen, wie sehr das Dreieck von einem euklidischen Dreieck abweicht. Auf der rechten Seite bildet der starre Körper einen Kreis, der noch zusätzlich eine Diagonalverbindung hat. Am Punkt S lässt sich wieder ablesen, wie sehr Umfang und Durchmesser von ihrem euklidischen Verhältnis abweichen.

ausschließlich die Geometrie. Jemand anders wird vielleicht die Geometrie G gleich der euklidischen Geometrie E wählen und sämtliche beobachteten Abweichungen davon einer universellen Kraft zuschreiben.

Der Vorteil der Einsteinschen Konvention ist ihre Einfachheit. Warum sollen wir irgendeine Geometrie besonders auszeichnen, die von den am starren Körper gemessenen Maßstabsangaben abweicht? Die euklidische Geometrie ist nur in unserer Anschauung ausgezeichnet, weil wir durch unsere Alltagsvorstellung an sie gewöhnt sind. Mathematisch gibt es keine ausgezeichnete Geometrie.

Auch andere Versuche zur Auszeichnung einer euklidischen Geometrie – beispielsweise die Idee von Dingler und Lorenzen, euklidische Ebenen durch „Aneinanderreiben und Abschabung“ starrer Körper zu erzeugen (siehe beispielsweise [49] – kann man heute als fehlgeschlagen betrachten.

12.3 Die mathematischen Bausteine der Allgemeinen Relativitätstheorie

Die fundamentale Struktur der Allgemeinen Relativitätstheorie ist das metrische Feld $g_{\mu\nu}(x)$, wobei x eine beliebige Parametrisierung der Raum-Zeit darstellt. Da die Raum-Zeit lokal die Struktur eines Minkowski-Raums hat, hat die Metrik auch die Signatur der Minkowski-Metrik, d.h. $\text{sig}(g) = (-1, 1, 1, 1)$. Man spricht daher auch meist von einer Pseudometrik.

Die Metrik erlaubt es, die (Pseudo)-Länge von Wegen anzugeben. Für einen zeitartigen Weg $u_\mu(\tau)$ ergibt sich beispielsweise als Eigenzeit

$$T = \int \sqrt{-g^{\mu\nu} \dot{u}_\mu \dot{u}_\nu} d\tau .$$

Geodäten sind stationäre Punkte dieses Längenfunktional.

Aus der Metrik lässt sich ein besonderer Zusammenhang berechnen, der Levi-Civita-Zusammenhang. Die Isoparallelen dieses Zusammenhangs sind identisch mit den Geodäten zu der Metrik (man spricht daher auch von metrischem Zusammenhang). Außerdem verschwindet die Torsion, d.h. der antisymmetrische Anteil des Zusammenhangs (torsionsfreier Zusammenhang). Diese beiden Bedingungen legen bei vorgegebener Metrik den Zusammenhang fest:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\kappa} \left[\frac{\partial g_{\kappa\nu}}{\partial x^\mu} + \frac{\partial g_{\kappa\mu}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\kappa} \right] .$$

Ein Zusammenhang lässt sich als Generator eines Paralleltransports auffassen. Er entspricht somit einer Vorschrift, wie sich die Komponenten V^μ eines Vektors verändern, wenn dieser Vektor in Richtung eines anderen Vektors δx^ν parallel verschoben wird:

$$\delta V^\mu = \Gamma_{\nu\rho}^\mu V^\nu \delta x^\rho .$$

Die Geodätengleichung und damit die Bewegungsgleichung für ein Teilchen lautet:

$$\frac{du^\lambda(\tau)}{d\tau} = - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda u^\mu u^\nu . \quad (12.1)$$

Aus dem Levi-Civita-Zusammenhang lässt sich der Riemann-Christoffel-Krümmungstensor berechnen:

$$R_{\mu\nu\kappa}^\lambda = \frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^\lambda}{\partial x^\kappa} - \frac{\partial \Gamma_{\mu\kappa}^\lambda}{\partial x^\nu} + \Gamma_{\mu\nu}^\eta \Gamma_{\kappa\eta}^\lambda - \Gamma_{\mu\kappa}^\eta \Gamma_{\nu\eta}^\lambda .$$

Der Krümmungstensor gibt an, wie sich die Komponenten V^μ eines Vektors verändern, wenn er um eine infinitesimale Fläche $d\sigma^{\rho\sigma}$ parallel-transportiert wird:

$$\delta V^\mu = R_{\nu\rho\sigma}^\mu V^\nu d\sigma^{\rho\sigma} .$$

Aus dem Riemann-Christoffel-Krümmungstensor erhält man durch Kontraktion den Ricci-Tensor:

$$R_{\mu\nu} = R_{\lambda\mu\nu}^\lambda .$$

Eine weitere Kontraktion führt auf den Krümmungsskalar:

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} .$$

In der Riemannschen Geometrie – mit positiv definiter Metrik – hat der Krümmungsskalar eine sehr anschauliche Bedeutung. Es ist der führende Korrekturfaktor für das Volumen $V_d(r)$ einer Kugel vom Radius r im Vergleich zum Volumen der Kugel in einem euklidischen Raum in d -Dimensionen (siehe Pauli [54], S. 48):

$$V_d(r) = C_d r^d \left\{ 1 + \frac{R}{6} \frac{r^2}{d+2} + \dots \right\} .$$

Die Ableitung nach r liefert eine entsprechende Formel für die Oberfläche der Kugel:

$$S_d(r) = dC_d r^{d-1} \left\{ 1 + \frac{R}{6} \frac{r^2}{d} + \dots \right\} .$$

Damit haben wir die rein geometrischen Bausteine der Allgemeinen Relativitätstheorie. Es fehlt noch der Anteil der Materie, ausgedrückt durch den Energie-Impuls-Tensor $T_{\mu\nu}$. Lässt sich die Materie in einer durch den metrischen Tensor $g_{\mu\nu}$ beschriebenen Raum-Zeit durch eine Wirkung $S[g; \dots]$ beschreiben, so gilt formal:

$$T_{\mu\nu} = \frac{\delta S}{\delta g^{\mu\nu}} .$$

Diese Formel ist besonders nützlich, wenn die Materie durch Felder repräsentiert wird, beispielsweise im Fall der Maxwell-Theorie (in einer gekrümmten Raum-Zeit), der Dirac- oder der Klein-Gordon-Theorie.

Die Einsteinschen Feldgleichungen lauten nun:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = - \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} . \quad (12.2)$$

(G ist Newtons Gravitationskonstante.) Die linke Seite dieser Gleichung enthält rein geometrische Größen der Raum-Zeit; die rechte Seite den Materieanteil in der Raum-Zeit. Der Energie-Impuls-Tensor hängt im Allgemeinen ebenfalls von der Metrik ab. Diese Gleichung ist allerdings nur eine Hälfte des vollständigen Gleichungssystems der Allgemeinen Relativitätstheorie. Es fehlt noch die Bewegungsgleichung der Materie. Lässt sich die Materie durch eine Wirkung beschreiben, so erhält man diese Bewegungsgleichungen durch Variation der Wirkung nach den entsprechenden Freiheitsgraden. Für Punktteilchen ist die Geodätengleichung 12.1 die Bewegungsgleichung eines Teilchens in einer gekrümmten Raum-Zeit.

Kapitel 13

Die ART II

Bisher haben wir uns mit den grundlegenden Fragen zur Entwicklung und Formulierung der Allgemeinen Relativitätstheorie beschäftigt. Nun wollen wir uns einigen Anwendungen bzw. Konsequenzen der Allgemeinen Relativitätstheorie zuwenden.

13.1 Uhren im Gravitationsfeld

Wir haben gesehen, dass wir für raumartige Abstände die Metrik durch starre Körper ausmessen können. Für zeitartige Wege können wir die Länge immer mit einer Uhr als „Eigenzeit“ ausmessen.

Grundsätzlich gilt in diesem Fall das gleiche, wie schon bei der Geometrisierung des Raumes. Es ist eine Definition, die Eigenzeit und damit die zeitartige Metrik über den Lauf guter Uhren zu bestimmen. Universelle Kräfte sind solche, die den Lauf aller Uhren – d.h. aller physikalischen Systeme mit einer charakteristischen Zeitskala – gleichermaßen beeinflussen, sodass es sinnvoll ist, die Eigenzeit der Geometrie und nicht einer universellen Kraft zuzuschreiben.

Ein Beispiel für eine Uhr, die durch eine differentielle Kraft beeinflusst wird, ist das Pendel. Die Periode eines Pendels hängt in harmonischer Näherung von der Pendellänge l und von der Stärke des Gravitationsfeldes g ab, in dem es sich befindet:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Auf der Mondoberfläche ist die Gravitationskraft beispielsweise um rund einen Faktor 6 kleiner als auf der Erdoberfläche, die Schwingungsdauer eines Pendels ist daher um einen Faktor 2,5 größer. Trotzdem würden wir natürlich nicht sagen, dass die Zeit auf der Mondoberfläche langsamer verläuft als auf der Erdoberfläche.

Obwohl die ursächliche Kraft in diesem Fall die Gravitationskraft ist, handelt es sich um

eine differentielle Wirkung dieser Kraft, denn sie beeinflusst nicht alle Uhren gleichermaßen. Eine Federuhr, Atomuhr oder Quarzuhr wird im Gravitationsfeld nicht um einen Faktor 2,5 langsamer laufen. Es gibt zwar auch einen universellen Einfluss des Gravitationsfeldes – den werden wir gleich untersuchen – aber ein Pendel ist einfach keine gute Uhr.

Einen ähnlichen differentiellen Effekt des Gravitationsfeldes finden wir beispielsweise bei einer Federwaage. Ihre Ausdehnung hängt von der Masse des Körpers, dem Gravitationsfeld und der Federkonstanten ab. Bei genormter Masse und Federkonstanten ist der Einfluss des Gravitationsfeldes trotzdem immer noch differentiell. Selbst wenn eine Kraft universell wirkt, kann sie für bestimmte Systeme noch zusätzlich einen differentiellen Charakter haben.

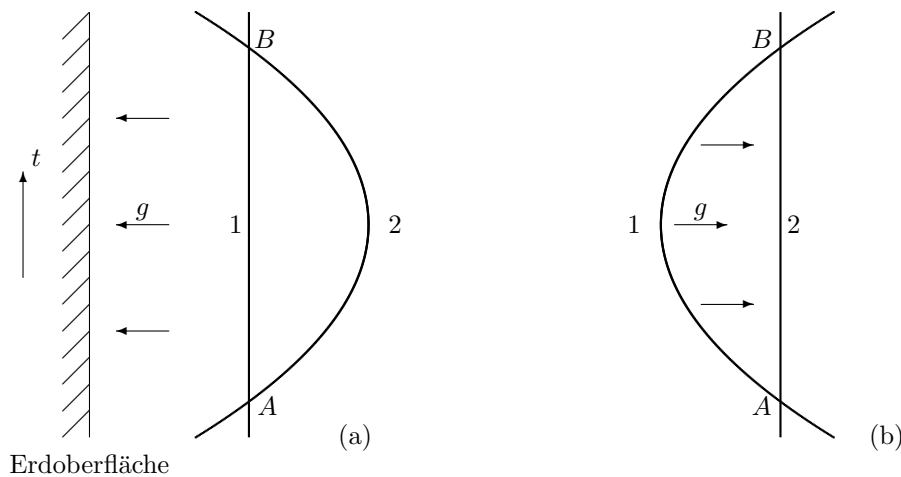


Abbildung 13.1: Das Äquivalenzprinzip für Beobachter im Gravitationsfeld. In Teil (a) befinden sich beide Beobachter in einem Gravitationsfeld g . Beobachter 1 hält seinen Abstand zur Erdoberfläche konstant, spürt also das Feld. Beobachter 2 bewegt sich in einem freien Inertialsystem. Die Situation ist äquivalent zu der Darstellung in Teil (b). Beobachter 2 bewegt sich frei entlang einer Geodäten. Beobachter 1 erfährt eine konstante Beschleunigung. Die Eigenzeit zwischen Ereignis A und B ist daher für Beobachter 2 länger.

Wir wollen nun unter Ausnutzung des Äquivalenzprinzips herleiten, wie sich Uhren in einem Gravitationsfeld verhalten. Vergleichen wir zunächst zwei Beobachter 1 und 2 (siehe Abb.13.1). Beobachter 1 sei in einem konstanten Gravitationsfeld „in Ruhe“; er hält beispielsweise seinen Abstand zur Quelle des Gravitationsfeldes (der Erdoberfläche) unter Ausnutzung einer anderen Kraft (beispielsweise der elektromagnetischen Kraft, die in einem Raketenantrieb wirksam ist) konstant. Beobachter 2 hingegen bewegt sich auf einer inertialen Bahnkurve, zum Beispiel in einem mit großer Geschwindigkeit abgeschossenen und dann frei fallenden Satelliten. Der Moment der Trennung der beiden Beobachter sei Ereignis A, der Moment des Zusammentreffens sei Ereignis B. Beide Beobachter haben auf ihren Uhren die Zeit zwischen Ereignis A und B

gemessen. Was stellen sie fest?

Dieses Problem lässt sich mit Hilfe des Äquivalenzprinzips besonders einfach auf ein Problem der speziellen Relativitätstheorie zurückführen. Wir können nämlich auch sagen, dass sich Beobachter 2 entlang einer Geodäten bewegt hat (in seinem System gelten die physikalischen Gesetze eines Inertialsystems), im Minkowski-Raum also entlang einer geraden Linie, und Beobachter 1 wurde konstant beschleunigt. Er entfernt sich zunächst bei Ereignis A mit großer Geschwindigkeit von Beobachter 1, aber seine Beschleunigung ließ ihn immer langsamer werden, bis sich seine Geschwindigkeit umkehrte und er schließlich bei Ereignis B wieder mit Beobachter 1 zusammentraf. Nun wissen wir in der speziellen Relativitätstheorie, dass die Eigenzeit von Beobachter 2 länger ist als die Eigenzeit von Beobachter 1. Die Situation entspricht genau dem Beispiel des Zwillingsparadoxons, wobei 1 der „reisende Kosmonaut“ ist und 2 der rascher alternde Zwilling, der zu Hause zurückbleibt.

Da die physikalische Situation in beiden Fällen nach dem Äquivalenzprinzip die gleiche ist, bedeutet das, dass für den Beobachter 1 im Gravitationsfeld die Uhr langsamer geht als für den Beobachter 2, der sich scheinbar entlang einer längeren Linie bewegt, allerdings in einem Inertialsystem. Die Allgemeine Relativitätstheorie besagt somit, dass Uhren im Gravitationsfeld langsamer gehen.

An einem ganz ähnlichen Gedankenexperiment lässt sich auch die Rotverschiebung von Licht im Gravitationsfeld verstehen. Beobachter 1 befindet sich in einem Gravitationsfeld, Beobachter 2 sei außerhalb dieses Gravitationsfeldes. Beide Beobachter halten konstanten Abstand. Beobachter 1 benutzt nun eine Referenzfrequenz, beispielsweise die Frequenz einer bestimmten Spektrallinie eines Atoms, und sendet in entsprechendem Takt Signale zu Beobachter 2. Zwischen der Ankunft zweier Signale vergeht für Beobachter 2 aber mehr Zeit, als zwischen den Absendezeiten für Beobachter 1. Da es sich um Frequenzen handelt, sieht Beobachter 2 die entsprechende Spektrallinie also rotverschoben.

13.2 Beschleunigte Beobachter – das Rindler-Universum

Einige sehr interessante Effekte in der Physik eines konstant beschleunigten Beobachters lassen sich schon in der speziellen Relativitätstheorie untersuchen. Die zugehörige Raum-Zeit bezeichnet man auch als Rindler-Universum. Wir untersuchen diese Effekte erst hier im Rahmen der Allgemeinen Relativitätstheorie, weil ein Großteil der beobachteten Effekte über das Äquivalenzprinzip qualitativ (und in manchen Einzelheiten sogar quantitativ) den Verhältnissen eines Beobachters in der Nähe eines schwarzen Loches entspricht.

Im Raum-Zeit-Diagramm eines inertialen Beobachters B lässt sich die Weltlinie eines konstant beschleunigten Beobachters A als Hyperbel darstellen (vgl. Abb. 13.2). Die Menge aller Ereignisse, die für den inertialen Beobachter B irgendwann einmal in der kausalen Zukunft bzw. in der kausalen Vergangenheit liegen, lässt sich durch ihre kausale Relation zu dem beschleunigten Beobachter A in vier Klassen einteilen:

I Dieser Bereich enthält alle Ereignisse, die irgendwann einmal in der kausalen Vergangen-

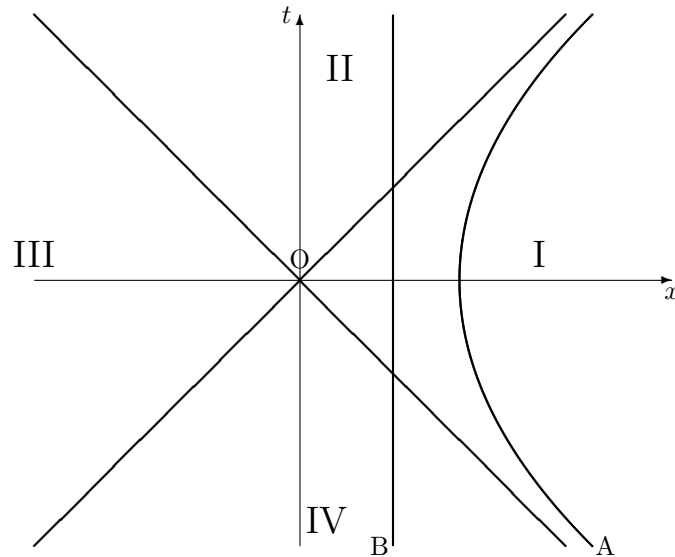


Abbildung 13.2: Rindler-Universum. Dargestellt sind die Weltlinien eines konstant beschleunigten Beobachters A und eines inertialen Beobachters B . Die durch die Lichtkegel ausgezeichneten Quadranten I–IV ergeben sich aus der kausalen Relation zu dem beschleunigten Beobachter A .

heit des Beobachters A sein werden und gleichzeitig irgendwann einmal in der kausalen Zukunft von A waren. Dieser Bereich entspricht also im üblichen Sinne der kausalen Raum-Zeit für Beobachter A .

II Dieser Bereich enthält alle Ereignisse, die in der kausalen Zukunft von Ereignissen auf der Weltlinie von A liegen, aber nicht in der kausalen Vergangenheit irgendeines Ereignisses auf der Weltlinie von A . Der Beobachter A kann diesen Bereich also nicht „einsehen“, er kann aber die Ereignisse in diesem Bereich kausal beeinflussen.

III Die Ereignisse in diesem Bereich haben keinen kausalen Zusammenhang – weder in der Zukunft noch in der Vergangenheit – zu irgendeinem Ereignis auf der Weltlinie von Beobachter A .

IV Alle Ereignisse in diesem Bereich liegen irgendwann einmal in der kausalen Vergangenheit von A , waren aber niemals in der kausalen Zukunft.

Der beschleunigte Beobachter A erfährt die Ereignisse in Bereich I also so, wie ein inertialer Beobachter sämtliche Ereignisse der Minkowski-Raum-Zeit erfährt: Zu jedem Ereignis gibt es einen Zeitpunkt in der Vergangenheit, sodass dieses Ereignis in der kausalen Zukunft des Beobachters liegt. Und ebenso gibt es zu jedem Ereignis einen Zeitpunkt in der Zukunft, wo der

Beobachter in der kausalen Zukunft des Ereignisses liegt, d.h. dieses Ereignis wahrnehmen kann bzw. von diesem Ereignis Kenntnis erlangen kann.

Alle anderen Bereiche haben für einen inertialen Beobachter in einer Minkowski-Raum-Zeit kein Gegenstück. Die Ereignisse in den Bereichen III und IV liegen beispielsweise niemals in der kausalen Zukunft von A . Der beschleunigte Beobachter hat somit auch keine Möglichkeit, jemals diese Ereignisse zu beeinflussen, obwohl er die Ereignisse aus Bereich IV wahrnehmen kann (d.h. in ihrer kausalen Zukunft ist). Der inertielle Beobachter B hat, solange er sich in Bereich IV befindet, auch keinerlei Kenntnisse von Beobachter A . Erst beim Überschreiten der Grenze zwischen Bereich IV zu Bereich I „erfährt“ Beobachter B von A . Das geschieht allerdings gleich sehr heftig: Innerhalb einer beliebig kurzen Zeit nimmt Beobachter B eine unendliche Zeitspanne in der Vergangenheit von Beobachter A wahr. Umgekehrt konnte Beobachter A den Beobachter B schon in seiner Vergangenheit wahrnehmen.

Solange der inertielle Beobachter B sich im Bereich I befindet, kann er mit dem beschleunigten Beobachter A Information austauschen. Sobald B aber hinter die Grenzfläche zwischen Bereich I und II tritt, ist er für den beschleunigten Beobachter A für immer verschwunden. Die Grenzfläche zwischen I und II ist für A ein „Ereignishorizont“. Nichts, was jenseits dieses Horizonts geschieht, wird A je erfahren oder wahrnehmen. Kein Beobachter, dessen Weltlinie einmal in diesen Bereich gelangt ist, kann jemals mit A wieder Kontakt aufnehmen. Umgekehrt kann ein inertialer Beobachter B in Bereich II aber von der zukünftigen Geschichte von A Kenntnis erlangen.

Der Beobachter A sieht den Beobachter B aber nicht einfach hinter dem Horizont verschwinden. Im Gegenteil: Er kann für alle Zukunft den Beobachter B wahrnehmen, wie er sich immer mehr dem Horizont nähert. Die Abstände, mit denen A aber von B äquidistant ausgesandte Signale erhält, werden immer größer. Für A wird subjektiv die Zeit im System B somit immer langsamer wahrgenommen. Da mit einer solchen Verlangsamung der Zeit eine Rotverschiebung der Strahlung verbunden ist, werden die Signale von B immer mehr rotverschoben sein. A „sieht“ also den Beobachter B sich immer langsamer dem Horizont nähern und gleichzeitig wird seine Wahrnehmung von B immer mehr zum roten Teil des Spektrums verschoben. B verschwindet also nicht hinter dem Horizont, sondern B verschwindet an der Oberfläche des Horizonts im langwelligen Bereich des Spektrums.

Für den Beobachter B wird subjektiv die Zeit, die er bei Beobachter A wahrnimmt, immer langsamer, da A sich relativ zu B mit immer größerer Geschwindigkeit bewegt. Auch hier bewirkt die Rotverschiebung, dass A im langwelligen Bereich des Spektrums verschwindet. Theoretisch kann B allerdings für alle Zukunft die Geschichte von A wahrnehmen. Die Grenzen zwischen den Bereichen I und IV einerseits und den Bereichen I und II andererseits verhalten sich also in gewisser Hinsicht symmetrisch: A kann die Ereignisse in Bereich IV wahrnehmen, nicht aber die Ereignisse in Bereich II. Umgekehrt hat B keine Kenntnis von A , solange er sich in Bereich IV befindet, er nimmt das Schicksal von A aber durchaus wahr, wenn er sich in Bereich II befindet.

Der Bereich III gehört zu einem Teil des Universums, der mit A überhaupt keine kausale Verbindung hat, weder in der Zukunft noch in der Vergangenheit. In gewisser Hinsicht existiert dieser Bereich für den beschleunigten Beobachter A gar nicht. Trotzdem ist dieser Bereich für

den inertialen Beobachter B ein ganz normaler Teil seines Universums. Da andererseits B von diesem Bereich auch erst erfährt, nachdem er den Horizont zwischen I und II durchschritten hat, kann er, solange er sich in Bereich I befindet, A keine Mitteilung davon machen.

Die seltsamen kausalen Relationen für einen beschleunigten Beobachter zeigen auch die Grenzen der Definition von „Gleichzeitigkeit“ für beschleunigte Bezugssysteme. Würde man nämlich naiv zu jedem Punkt der Weltlinie von A eine Gleichzeitigkeitsfläche zeichnen, so würde diese mit zunehmender Zeit im System von A die Ereignisse im Bereich III kausal rückwärts erscheinen lassen. Globale Gleichzeitigkeitsflächen werden bei beschleunigten Systemen meist sinnlos. Insbesondere kann man sich auch leicht überzeugen, dass A nur für die Ereignisse im Bereich I in der Lage ist, wirklich eine Synchronisation von Uhren mit Hilfe von Lichtsignalen durchzuführen. Daher wird es auch sinnlos, irgendwelche Ereignisse in den Bereichen II, III und IV zu Ereignissen auf der Weltlinie von A als gleichzeitig zu definieren.

13.3 Schwarze Löcher

Eine der ersten nicht-trivialen Lösung der materiefreien Feldgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie fand 1916 der deutsche Astronom Karl Schwarzschild (*geb. 9.10.1873 in Frankfurt am Main; gest. 11.5.1916 in Potsdam*). Diese Schwarzschild-Metrik beschreibt nicht nur schwarze Löcher, sondern auch das Gravitationsfeld in der Umgebung von Sternen oder Planeten. Daher kann man diese Lösung zur Berechnung der Periheldrehung des Merkur oder der Lichtablenkung im Gravitationsfeld der Sonne heranziehen.

Die Schwarzschild-Metrik lässt sich als statische und rotationssymmetrische Lösung schreiben, d.h. sie hängt in diesem Fall nur von einer Koordinate ab – dem Radius r vom Zentrum der Lösung:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - 2GM/(c^2 r)} - r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\phi^2) \quad (13.1)$$

Außerdem enthält die Schwarzschild-Metrik noch einen Parameter M , der die Stärke des Gravitationsfeldes in einem bestimmten Abstand angibt. M wird meist so gewählt, dass die Schwarzschild-Lösung für $r \rightarrow \infty$ einem Newtonschen Gravitationspotential einer Masse M im Abstand r entspricht.

Seit ihrer Entdeckung war bekannt, dass die Schwarzschild-Metrik bei einem Radius von

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

singulär wird. r_s bezeichnet man auch als Schwarzschild-Radius. Obwohl Eddington 1924 schon gezeigt hatte, dass es sich bei dieser Singularität nur um eine Koordinatensingularität handelt, blieb ihre Natur doch unklar. Bis in die sechziger Jahre schien man sich auch wenig dafür zu interessieren, da man sich kaum vorstellen konnte, dass schwarze Löcher wirklich existierten. Erst 1958 untersuchte Finkelstein die Singularität in der Metrik genauer und „entdeckte“ das alte Ergebnis von Eddington wieder. Es stellte sich heraus, dass bei r_s keine geometrische

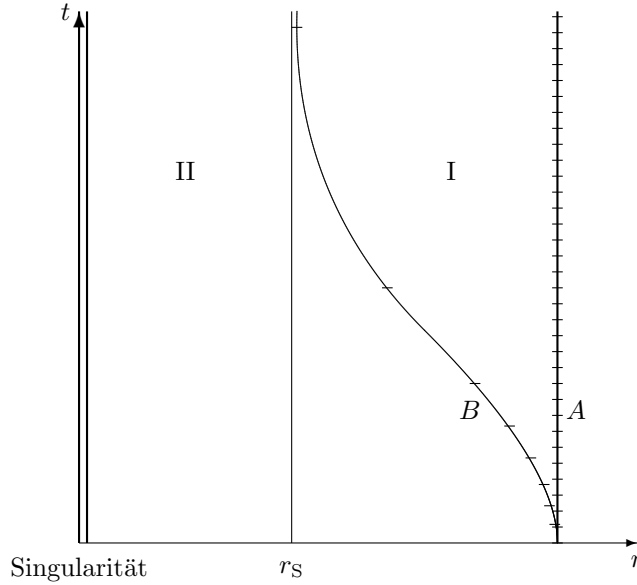


Abbildung 13.3: Schwarzschild-Metrik. Beobachter A hält einen konstanten Abstand von der Singularität; Beobachter B trennt sich von Beobachter A und fliegt frei auf das schwarze Loch zu. Die Markierungen auf den jeweiligen Weltlinien entsprechen gleichen Taktzeiten. Bereich I entspricht $r > r_S$, Bereich II ist der Bereich innerhalb des Horizonts.

Singularität vorliegt, sondern nur eine Koordinatensingularität. Bei $r = 0$ gibt es allerdings wirklich eine geometrische Singularität, denn dort wird die Krümmung unendlich.

Abb. 13.3 skizziert die Verhältnisse zweier Beobachter im Feld der Schwarzschild-Metrik, ausgedrückt in den Koordinaten (t, r) , entsprechend der obigen Form (Gl. 13.1). Die Winkelvariable interessieren uns im Folgenden nicht weiter, da die Lösung rotationssymmetrisch ist. Die Koordinate t entspricht (bis auf eine Skalierung) der Eigenzeit eines Beobachters A , der einen konstanten Abstand vom Schwarzschild-Radius hält. Nähert sich dieser Abstand dem Schwarzschild-Radius, so wird diese Skalierung größer, d.h. umso weiter sind in diesen Koordinaten Takte konstanter Eigenzeit auf der Weltlinie auseinander. Üblicherweise wählt man die Skala von t so, dass sie der Eigenzeit eines Beobachters in unendlichem Abstand entspricht. Am Schwarzschild-Radius wird diese Skalierung unendlich. Die senkrechte Linie an diesem Punkt entspricht einer „Null-Linie“, d.h. zwei Punkte auf dieser Linie haben den Minkowski-Abstand Null.

Für einen Beobachter B , der sich von A trennt und „frei“ auf das schwarze Loch zufällt, werden die Intervalle gleicher Eigenzeit durch immer größere Abständen wiedergegeben. Dies wird durch die Markierungen in Abb. 13.3 symbolisiert. Integriert man die Länge der Weltlinie von B bis zum Wert $t = \infty$ (d.h. unendlicher Eigenzeit des Beobachters A) auf, so findet man einen endlichen Wert. Beobachter B erreicht somit den Schwarzschild-Radius nach einer für ihn

endlichen Zeit. Sein weiteres Schicksal wird aus dieser Darstellung nicht deutlich.

Für $r < r_S$ haben die Koeffizienten von dt und dr ihre Vorzeichen gewechselt, d.h. innerhalb des Schwarzschild-Radius sind die Verhältnisse von „raumartig“ und „zeitartig“ umgekehrt: waagerechte Linien sind zeitartig und senkrechte Linien sind raumartig. Daher liegt die Singularität eigentlich in der zeitlichen Zukunft und ist raumartig.

Das „Universum“ von Beobachter A ist der Bereich I. Er kann Bereich II innerhalb des Schwarzschild-Radius nicht einsehen. Der Schwarzschild-Radius bildet somit für A einen Ereignishorizont. Er sieht einen Beobachter B auf diesen Ereignishorizont zufliegen, allerdings bleibt B für alle Zeiten von A außerhalb dieses Bereichs. Er verschwindet für A im infraroten Bereich des Spektrums.

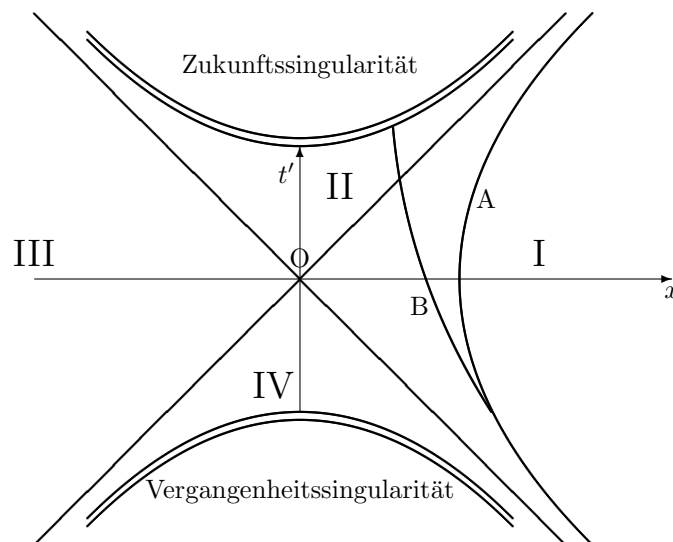


Abbildung 13.4: Kruskal-Darstellung der geodätisch vervollständigten Schwarzschild-Lösung. Beobachter A sieht das schwarze Loch nur von außen. Seine Welt ist der Bereich I. Aus dem Bereich der Vergangenheitssingularität IV kann Strahlung in Bereich I dringen. Beobachter A sieht diesen Bereich als „weißes Loch“. Andererseits kann ein Beobachter B auch von Bereich I hinter den Horizont in Bereich II dringen. Er trifft dann unweigerlich auf die Zukunftssingularität. Bereich II ist für A ein schwarzes Loch.

Eine interessante Darstellung der Verhältnisse an einem schwarzen Loch, die insbesondere das Schicksal von Beobachter B deutlich macht, fanden 1960 Kruskal und unabhängig von ihm Szekeres (vgl. Abb. 13.4). Der Darstellung 13.3 entsprechen dabei zunächst nur die Bereiche

I und II. Die Bereiche III und IV sind eine Erweiterung der Schwarzschild-Metrik zu einem geodätisch vollständigen Universum: Geodäten enden entweder an einer Singularität oder im Unendlichen.

Der wesentliche qualitative Unterschied zwischen Abb. 13.4 und der Darstellung des Rindler-Universums, Abb. 13.2, liegt in der Existenz einer Zukunfts- und Vergangenheitssingularität. Dort wird die Krümmung singular, d.h. nach unserem klassischen Verständnis enden dort Raum und Zeit.

Bereich I entspricht einem äusseren Beobachter A des schwarzen Loches. Er muss eine Kraft aufwenden, um sich dem Einfluss des schwarzen Loches entziehen zu können, und spürt somit das Gravitationsfeld. Aus Bereich IV kann Strahlung in seine Welt dringen, nichts aus seiner Welt kann aber in diesen Bereich hinein. Man bezeichnet diesen Bereich manchmal auch als „weißes Loch“. Die Trennungsfläche zwischen Bereich I und II entspricht dem Ereignishorizont. Nichts, was einmal aus Bereich I in diesen Bereich gelangt ist, kann jemals wieder in den Bereich I zurück. Der äußere Beobachter A sieht den Beobachter B an der Oberfläche des Horizonts verschwinden, ganz ähnlich wie im Fall des Rindler-Universums.

Bereich III ist wiederum von Bereich I kausal getrennt. Für eine geodätisch vollständige Lösung – d.h. eine Lösung, für die jede Geodäte entweder fortgesetzt werden kann oder an einer Singularität endet – ist dieser Bereich jedoch notwendig. Er ist wie ein zweites Universum – ebenfalls außerhalb des schwarzen Loches – aber trotzdem mit I durch keine zeitartige Linie verbunden.

Man kennt jedoch allgemeinere Lösungen zu geladenen oder rotierenden schwarzen Löchern, bei denen es zeitartige Verbindungslinien von einem äußeren Bereich in einen vollkommen anderen äußeren Bereich gibt.

13.4 Gravitationswellen

Auch ohne „Materie“ – ausgedrückt durch den Energie-Impuls-Tensor $T_{\mu\nu}$ – haben die Einsteinschen Feldgleichungen nicht-triviale Lösungen. Zwar wird auch die Schwarzschild-Metrik als Lösung der materiefreien Feldgleichungen konstruiert, wegen der Singularitätenstruktur handelt es sich dabei jedoch nicht mehr um eine Lösung „über“ einer Raum-Zeit, die topologisch dem Minkowski-Raum äquivalent ist.

Eine vollkommen andere Klasse von Lösungen der freien Feldgleichungen bilden die Gravitationswellen. In diesem Fall interessiert man sich für Metriken, die sich nur wenig von der Metrik der flachen Raum-Zeit – der Minkowski-Metrik $\eta_{\mu\nu}$ – unterscheiden. Daher bietet sich die Aufspaltung

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \epsilon h_{\mu\nu}$$

an. Man interessiert sich nun für die sogenannten linearisierten Einstein-Gleichungen, d.h. es werden nur Terme in linearer Ordnung in ϵ berücksichtigt. Man erhält so eine lineare Differen-

Fieldgleichung für $h_{\mu\nu}$:

$$\square h_{\mu\nu} + \frac{\partial^2 h^\rho{}_\rho}{\partial x^\mu \partial x^\nu} - \frac{\partial^2 h^\rho{}_\mu}{\partial x^\rho \partial x^\nu} - \frac{\partial^2 h^\rho{}_\nu}{\partial x^\mu \partial x^\rho} = 0.$$

Die Invarianz der Einstein-Gleichungen unter beliebigen Koordinatentransformationen drückt sich als Eichinvarianz der linearisierten Feldgleichungen unter Transformationen der Form

$$h'_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} + \frac{\partial f_\mu}{\partial x^\nu} + \frac{\partial f_\nu}{\partial x^\mu}$$

für eine beliebige Funktion $f_\mu(x)$ aus. Ähnlich wie in der Elektrodynamik können wir also eine Eichung wählen, für die die Feldgleichungen eine besonders einfache Form annehmen. Hier wählt man üblicherweise

$$2 \frac{\partial h^\mu{}_\nu}{\partial x^\mu} = \frac{\partial h^\mu{}_\mu}{\partial x^\nu}.$$

Durch eine geeignete Wahl von f_μ lassen sich diese vier Bedingungen immer erfüllen. In dieser Eichung lauten die linearisierten freien Feldgleichungen:

$$\square h_{\mu\nu} = 0.$$

Dies ist eine gewöhnliche Wellengleichung für die Komponenten $h_{\mu\nu}$. Die Eichbedingung führt allerdings zu Einschränkungen zwischen den verschiedenen Komponenten.

Auch wenn es noch keine zufriedenstellende Quantentheorie der Gravitation gibt, so kann man doch vermuten, dass im Grenzfall kleiner Raum-Zeit-Fluktuationen die Quantentheorie der Gravitation durch eine quantisierte Form obiger Wellengleichung gegeben ist. Die zugehörigen Teilchen bezeichnet man als Gravitonen. Als Quantenzahlen zum Eigendrehimpuls $\hbar$ der Gravitonen treten zunächst die Werte $h = 0, \pm 1, \pm 2$ auf, was Gravitonen als Spin-2-Teilchen kennzeichnet. Die Helizitäten zu $h = 0$ und $h = \pm 1$ lassen sich durch eine geeignete Koordinatentransformation jedoch eliminieren. Lediglich die Helizitäten $h = \pm 2$ entsprechen daher der physikalischen Polarisation einer Gravitationswelle bzw. dem Zustand eines Gravitons (vgl. [23], Kap. 29 und 38).

13.5 Kosmologische Modelle

Eine Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen entspricht einer vollständigen Raum-Zeit, d.h. einem Modell eines Kosmos. Zum ersten Mal hat die Physik mit der Allgemeinen Relativitätstheorie somit ein Modell in der Hand, mit dem sich kosmologische Fragen insbesondere auch zur Entstehungsgeschichte des Universums angehen lassen.

Einstein ging zunächst davon aus, dass unser Universum auf großen Skalen im wesentlichen statisch sei. Er musste jedoch rasch feststellen, dass seine Feldgleichungen ein solch statisches Universum nur in sehr unphysikalischen Situationen ($T_{\mu\nu} = 0$) zulässt. Um auch für realistischere Materieverteilungen Lösungen zu einem statischen Universum zu erhalten, erweiterte

Einstein seine Feldgleichungen um einen sogenannten kosmologischen Term mit einer kosmologischen Konstanten Λ , sodass Gl. 12.2 zu folgender Gleichung wird:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}.$$

Geometrisch könnte man Λ als eine „negative Raumkrümmung“ des Vakuums interpretieren, die durch die vorhandene Materie nahezu ausgebügelt wird. Schlägt man den kosmologischen Term der rechten Seite der Gleichung zu, so kann man ihn als eine Art Energiedichte des Vakuums interpretieren, die zu einer negativen Raumkrümmung führt.

Durch die kosmologische Konstante hoffte Einstein, statische Lösungen der Feldgleichungen mit Materiefeldern zu erhalten. Er wurde aber rasch enttäuscht. Angeblich (ohne dass eine Quelle für dieses Zitat gefunden werden kann) hat Einstein bei späterer Gelegenheit die Einführung dieses Terms als einen seiner größten Fehler bezeichnet.

13.5.1 Das Olberssche Paradoxon

Im Rahmen der klassischen Kosmologie war schon bekannt, dass die Annahme eines homogenen, seit unendlichen Zeiten in gleicher Form bestehenden Kosmos zu einem Widerspruch führt. Heute bezeichnet man dieses Paradoxon meist nach dem Astronom und Arzt Heinrich Wilhelm Matthias Olbers (*geb. 11.10.1758 in Arbergen bei Bremen; gest. 2.3.1840 in Bremen*), obwohl entsprechende Überlegungen bereits von Edmund Halley (1656–1742) angestellt wurden.

Olbers argumentierte, dass der Himmel in alle Richtungen dieselbe Helligkeit wie die Sonne haben müsste. Insbesondere müsste es auch Nachts „taghell“ sein. Das Argument basiert auf der Annahme eines unendlich ausgedehnten, homogenen Universums (d.h. die Sternendichte ist überall nahezu konstant), das in dieser Form auch seit unendlicher Zeit existiert hat. In diesem Fall müsste nämlich aus jeder Raumrichtung das Licht eines Sterns auf die Erde treffen.

Olbers selber glaubte das Paradoxon dadurch umgehen zu können, dass er Wolken im Kosmos annahm, die das Licht von sehr weit entfernten Sternen verdecken. Man weiß heute jedoch, dass sich diese Wolken durch die einfallende Strahlung hätten erwärmen müssen, bis sie schließlich ins thermische Gleichgewicht mit dieser Strahlung gekommen wären, d.h. ebenfalls die Strahlung emittieren würden. Auch die Annahme einer endlichen Lebensdauer der Sterne umgeht das Paradoxon nicht, wenn man zusätzlich fordert, dass die mittlere Sterndichte konstant bleibt, also auch ständig neue Sterne entstehen.

Aus heutiger Sicht gibt es zwei Lösungen dieses Olbersschen Paradoxons (vgl. [23], S. 347):

1. Für ein endliches Weltalter gibt es den Ereignishorizont, jenseits dessen wir nichts sehen. Auch in einem unendlich ausgedehnten Universum erreicht uns nur Licht aus einem Bereich, der in unserer kausalen Vergangenheit liegt.
2. Bei einer Expansion des Universums nimmt die Fluchtgeschwindigkeit mit dem Abstand zu. Geht diese Fluchtgeschwindigkeit gegen die Lichtgeschwindigkeit, so muss die Rotverschiebung des wahrgenommenen Lichtes gegen Unendlich gehen. Auch hierdurch wird die

empfangene Helligkeit begrenzt. Diese Schranke der Wahrnehmbarkeit ist für Robertson-Walker-Universen (s.u.) mit dem Ereignishorizont identisch.

13.5.2 Expandierende Universen

Im Jahre 1924 zeigte Edwin Powell Hubble (*geb. 20.11.1889 in Marshfield (Missouri), gest. 28.9.1953 in San Marino (Kalifornien)*) die Existenz von Galaxien außerhalb unseres Sternensystems. Fünf Jahre später entdeckte er die Expansion des Weltalls über die Rotverschiebung entfernter Galaxien. Zu dem Zeitpunkt, als Einstein die Allgemeine Relativitätstheorie entwickelt hatte, waren also weder außergalaktische Objekte noch die Expansion des Universums bekannt.

Doch schon im Jahre 1917 fand der sowjetische Kosmologe Aleksandr Alexandrovich Friedmann (1888–1925) Lösungen der Einstein-Gleichungen, die ein expandierendes Universum beschreiben. Er legte so die Grundlagen für unsere heutige Big-Bang- bzw. Urknall-Theorie.

Die wesentliche Annahme, die für kosmologische Lösungen der Einstein-Gleichungen meist gemacht wird, ist die Homogenität und Isotropie unseres Universums. Darunter versteht man, dass auf sehr großen Skalen kein Ort und keine Richtung im Universum ausgezeichnet sind. Diese Annahme bezeichnet man auch als kosmologisches Prinzip. Für den geometrischen Anteil der Einstein-Gleichungen bedeutet dies, dass die dreidimensionale Krümmung räumlich konstant sein muß. Lediglich eine Zeitabhängigkeit dieser Krümmung ist noch erlaubt. Es zeigt sich, dass unter diesen Bedingungen nur noch eine Metrik der Form

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R(t)^2 \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\phi^2) \right)$$

möglich ist. Diese Metrik bezeichnet man als Robertson-Walker-Metrik.

Zwei freie Parameter kennzeichnen diese Metrik: Der Parameter k , der durch geeignete Skalierung von r auf die Werte $k = 0, +1, -1$ beschränkt werden kann, und der Wert $R(t)$, der über die Gleichung

$$K = \frac{k}{R(t)^2}$$

mit dem dreidimensionalen Krümmungsskalar K in Beziehung steht. Der Wert von k unterscheidet somit, ob die dreidimensionale skalare Krümmung positiv, null oder negativ ist. Dem entsprechen drei unterschiedlichen Formen von Universen. Insbesondere ist für $k = 1$ der dreidimensionale Raum endlich, aber ohne Grenze (Kugel).

Das kosmologische Prinzip wird gelegentlich angezweifelt, und man kann zurecht fragen, ob wir wirklich eine Homogenität und Isotropie des Raumes beobachten. Der sichtbare Teil des Universums hat einen Radius von ungefähr 10^{10} Lichtjahren. Unsere Galaxie andererseits hat einen Radius von 10^5 Lichtjahren. Die meisten Galaxien sind in Clustern oder Haufen mit einem Durchmesser von rund 10^7 Lichtjahren konzentriert. Bis zu dieser Skala beobachten wir somit durchaus reichhaltige Strukturen auch in der Form der Materieverteilung. Es handelt sich also um maximal zwei bis drei Größenordnungen, für die das kosmologische Prinzip gültig

sein könnte. Ob das der Fall ist, oder ob es weitere charakteristische Strukturen jenseits der Galaxiencluster gibt, müssen zukünftige Messungen entscheiden.

Noch wurde nichts über die zeitliche Entwicklung des Universums ausgesagt. Diese steckt in der Abhängigkeit des „Radius“ $R(t)$ – genauer sollte man von einer Skala sprechen – des Universums von der Zeit und sollte aus der Einstein-Gleichung bestimmt werden. Dazu macht man üblicherweise Annahmen über den Energie-Impuls-Tensor der Materie, der nach dem kosmologischen Prinzip ebenfalls räumlich konstant und isotrop sein sollte. Die wesentliche Freiheit besteht in der Relation zwischen der Materiedichte ρ und dem „Radius“ $R(t)$. Für „normale“ Materie gilt

$$\rho_m R(t)^3 = \text{const} \quad (\text{materiedominiert}) ,$$

also die bekannte Relation, dass die Dichte umgekehrt proportional zum Volumen ist. Für Strahlung beispielsweise gilt

$$\rho_s R(t)^4 = \text{const} \quad (\text{strahlungsdominiert}) .$$

Mit diesen Relationen erhält man aus den Einstein-Gleichungen eine einfache Differentialgleichung für $R(t)$,

$$\dot{R}^2 + V(R) = -k , \quad (13.2)$$

mit

$$V(R) = -\frac{a}{R^2} - \frac{b}{R} + \frac{1}{3}\Lambda R^2 .$$

a und b sind Konstanten, die den Anteil an Strahlung bzw. normaler Materie im Universum angeben, und Λ ist die kosmologische Konstante. Modelle, bei denen $R(t)$ der Gl. 13.2 genügt, bezeichnet man als Friedmann-Modelle.

Qualitativ lassen sich die Lösungen von Gl. 13.2 leicht durch die physikalische Analogie mit der Energie eines eindimensionalen Teilchens in einem effektivem Potential $V(R)$ diskutieren. Für $\Lambda = 0$ beispielsweise kann es Universen geben, deren Radius (Skala) nach oben beschränkt ist – in diesem Fall kommt es wieder zu einem Kollaps. Oder aber das Universum expandiert für alle Zeiten.

Der wesentliche Parameter für diese Unterscheidung ist die Materiedichte im Universum. Aus der sichtbaren Materie in unserem Universum würde man auf einen Wert von ρ schließen, der zu einem ewig expandierenden Universum führt. Allerdings deuten genaue Untersuchungen der Bewegungen von Galaxien darauf hin, dass der größte Teil der Materie in unserem Universum unsichtbar ist, sodass die Frage nach einem Kollaps des Universums vor offen ist.

Nachdem vor einigen Jahren aufgrund genauer Beobachtungen und Messungen an Supernovaexplosionen die Entfernungsskalen für Objekte, deren Entfernung nicht mehr durch Parallaxenmessung möglich ist, revidiert werden müssen, ergibt sich heute (Stand Januar 2003) das Bild, dass sich unser Universum in einem Stadium befindet, in dem die Geschwindigkeit der Expansion wieder zunimmt, nachdem es eine „minimale Expansionsrate“ durchlaufen hat. Nach diesen Modellen ist nicht nur die kosmologische Konstante von Null verschieden, sondern es gibt auch eine neue Form von Materie (die von der dunklen Materie zu unterscheiden ist) und die unseren gesamten Kosmos durchdringt. Für diese Materie (vielleicht sollte man auch nur von „Energieform“ oder „Substanz“ sprechen) wurde der Name „Quintessenz“ vorgeschlagen. Sie

zeichnet sich durch einen negativen Druck aus und „drängt“ das Universum zur Expansion. In kaum einem Gebiet der Physik ändern sich derzeit die grundlegenden Vorstellungen innerhalb weniger Jahre so oft und so einschneidend wie in der Kosmologie.

Kapitel 14

Raum-Zeit und Quantenmechanik

Als in den zwanziger Jahren dieses Jahrhunderts die Quantenmechanik entwickelt wurde, bedeutete das zunächst für unser Bild von „Raum“ und „Zeit“ ein Rückschritt in die Newtonschen Vorstellungen. Nicht nur, dass wir für die Dynamik von Raum und Zeit – d.h. die Theorie der Gravitation bzw. die Allgemeine Relativitätstheorie – noch keine Quantentheorie kennen, sondern die Rolle von „Raum“ ist mehr noch als in der klassischen Mechanik die eines Behälters, *in* dem die Ereignisse stattfinden, und „Zeit“ ist wieder ein Parameter ohne Bezug zu anderen Körpern bzw. Bewegungen. Es scheint, als ob die Leibnizschen Vorstellungen von Raum und Zeit als Ordnungsschemata oder gar die Machsche Kritik an den Newtonschen Vorstellungen vollkommen in Vergessenheit geraten sind.

Trotzdem hat die Quantenmechanik weitreichenden Einfluss auf unsere Vorstellungen vom Raum, insbesondere hinsichtlich der Frage nach dem „leeren Raum“. Die Unterscheidung zwischen „leer“ und „nicht leer“ ist in der Quantenmechanik kaum noch haltbar. Der Begriff des Vakuums, des Grundzustandes des Hamilton-Operators, hat den Begriff des leeren, absoluten Raumes abgelöst. Wir werden uns zunächst damit beschäftigen, welche Struktur das Vakuum in verschiedenen Quantenfeldtheorien hat. Später werden wir untersuchen, auf welche Widersprüche hinsichtlich unserer Raum-Zeit-Vorstellungen man stößt, wenn man die Grundlagen der Quantenmechanik und die Grundlagen der Allgemeinen Relativitätstheorie zu vereinen sucht.

14.1 Das Vakuum in der Quantenmechanik

In der Quantenmechanik bezeichnet der Begriff „Vakuum“ nicht mehr einen leeren Raum sondern den Grundzustand – den Zustand niedrigster Energie – des Hamilton-Operators. Der Hamilton-Operator ist dabei der Generator der Zeitentwicklung eines quantenmechanischen Systems. Hieran erkennt man schon die besondere („absolute“) Rolle, die die Zeit in der Quantentheorie spielt.

Der quantenmechanische Grundzustand des Hamilton-Operators kann eine recht komple-

xe Struktur aufweisen. Wir werden dies zunächst am Beispiel des harmonischen Oszillators erläutern. Die anderen Beispiele – Grundzustand des elektromagnetischen Feldes, des Dirac-Feldes und des Higgs-Feldes – sind alle für das Standardmodell der Elementarteilchenphysik von Relevanz.

14.1.1 Die Grundzustandsenergie in der QM

Der eindimensionale harmonische Oszillator wird in der Schrödinger-Darstellung durch den Hamilton-Operator

$$H = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{\omega^2}{2} x^2$$

beschrieben. Das Spektrum dieses Operators ist durch die Eigenwerte

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

gegeben. Der Grundzustand hat somit eine Grundzustandsenergie

$$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}$$

und wird durch die Wellenfunktion

$$\Psi_0(x) = \left(\frac{\omega}{\pi\hbar} \right)^{1/4} \exp \left(-\frac{\omega x^2}{2\hbar} \right)$$

repräsentiert.

Die Grundzustandsenergie ist zwar nicht direkt messbar (nur Energiedifferenzen sind messbar), zeigt sich aber im Prinzip als zusätzliche Kraft, wenn man die Frequenz des Oszillators im Grundzustand zu verändern versucht. Beim elektromagnetischen Feld lässt sich diese Grundzustandsenergie durch den Casimir-Effekt (s.u.) nachweisen.

Die Erwartungswerte von Q und P verschwinden zwar für alle stationären Zustände – d.h. alle Eigenzustände des Hamilton-Operators –, aber die Schwankungen sind auch im Grundzustand von Null verschieden:

$$\Delta x = \sqrt{\langle Q^2 \rangle} = \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}} \quad \Delta p = \sqrt{\langle P^2 \rangle} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2}}.$$

Qualitativ hätte man dieses Ergebnis schon allgemein aus der Heisenbergschen Unschärferelation ableiten können, wonach

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

gelten muß. Für den Grundzustand des harmonischen Oszillators gilt sogar das Gleichheitszeichen. Aus ganz allgemeinen Gründen kann daher ein quantenmechanisches Teilchen nicht einfach „in Ruhe“ an einem Punkt liegen. Es gibt immer gewisse Grundzustandsfluktuationen, die sich an den Schwankungen von Ort und Impuls zeigen.

14.1.2 Die Grundzustandsenergie des elektromagnetischen Feldes

Die Quantentheorie der (ladungs- und stromfreien) Maxwell-Gleichungen liefert nicht-triviale Vertauschungsregeln für die Komponenten des elektrischen und magnetischen Feldes. Daher erhält man dort ebenfalls Unschärferelationen für die Schwankungen dieser Felder, die von der Form

$$\Delta E_x(V_1) \Delta E_y(V_2) \geq \frac{\hbar}{2} f(V_1, V_2)$$

sind. Hierbei sind V_i Volumina, in denen die Felder bestimmt werden, und f eine Funktion dieser Volumina, die nicht verschwindet, wenn V_1 und V_2 überlappen.

Auch wenn im Grundzustand (Vakuum) die Erwartungswerte des elektromagnetischen Feldes verschwinden, sind die Schwankungen von Null verschieden. Es gibt somit auch im Vakuum Grundzustandsfluktuationen des elektromagnetischen Feldes. Anders ausgedrückt, wenn es irgendwo in unserem Universum das elektromagnetische Feld gibt (beispielsweise in Form von Photonen), so ist dieses Feld an keinem Punkt des Universums identisch Null. Den „leeren Raum“ kann es daher in einer Quantenfeldtheorie nicht geben.

Die Grundzustandsenergie des elektromagnetischen Feldes lässt sich sogar im Experiment messen. Nach Abzug einer (unendlichen) Konstanten und den üblichen Renormierungen in einer Quantenfeldtheorie ist die Grundzustandsenergie des elektromagnetischen Feldes in einem endlichen Volumen, das beispielsweise durch „perfekt“ leitende Wände abgeschlossen ist, eine Funktion dieses Volumens. Für zwei vergleichsweise große Platten im Abstand a gilt beispielsweise

$$E_0 = - \frac{\pi^2}{720} \frac{\hbar c}{a^3} .$$

Zwischen diesen beiden Platten wirkt somit auch im Vakuum eine Kraft, deren Wert (pro Flächeneinheit) durch

$$F = - \frac{\pi^2}{240} \frac{\hbar c}{a^4}$$

gegeben ist. Das Vorzeichen entspricht einer Anziehung. Diese außerordentlich kleine Kraft wurde von Casimir 1948 vorhergesagt und 1958 von Sparnay gemessen. (Formeln und Daten aus [34], Kap. 3-2-4, S. 141.)

14.1.3 Das Vakuum für Fermionen - der Fermi-See

Im Fall von Fermionen hat der Grundzustand eine noch komplexere Struktur. Ein Beispiel ist der Grundzustand der quantisierten Dirac-Theorie für Elektronen.

Wegen des Pauli-Prinzips (keine Mehrfachbesetzung gleicher Zustände) kann ein fermionisches Feld in jedem Mod nur maximal einfach angeregt sein. Es zeigt sich nun – im wesentlichen als Folge der beiden Vorzeichen in der Energie-Impuls-Beziehung,

$$E = \pm \sqrt{c^2 p^2 + c^4 m^2} ,$$

für Elektronen –, dass gewisse Moden des fermionischen Feldes eine negative Energie tragen. Eine Anregung eines solchen Mods verringert daher die Energie des Systems. Da der Grundzustand der Zustand minimaler Energie ist, müssen in diesem Zustand alle Moden zu einer negativen Energie angeregt sein. In diesem Sinne hat ein fermionisches Feld eine wesentlich größere Grundzustandsfluktuation als ein bosonisches Feld.

In der Teilcheninterpretation spricht man auch vom Fermi-See des Vakuums. Da es in der Dirac-Theorie Elektronenzustände zu negativen Energien geben kann, müssen diese Energiezustände im Grundzustand alle besetzt sein. Wegen des Pauli-Prinzips können dann keine weiteren Elektronen in die negativen Energiezustände gefüllt werden. Das Vakuum enthält somit bereits eine unendliche Anzahl von Teilchen.

14.1.4 Spontane Symmetriebrechung und das Vakuum im Standardmodell

Im Standardmodell der Elementarteilchenphysik wird die schwache Wechselwirkung durch eine Eichtheorie beschrieben, in der die Austauschteilchen – das Z -Boson und die $W^\pm$ -Bosonen – massiv sind. Ein naiver Massenterm für die Austauschteilchen würde jedoch die Eichinvarianz, auf die man aus verschiedenen Gründen nicht verzichten möchte, zerstören. Mit Hilfe einer sogenannten spontanen Symmetriebrechung kann man jedoch das Problem umgehen. Die Eichteilchen werden als masselose Teilchen formuliert und erlangen ihre effektive Masse durch eine Wechselwirkung mit dem Grundzustandsfeld eines anderen Teilchens, dem Higgs-Boson.

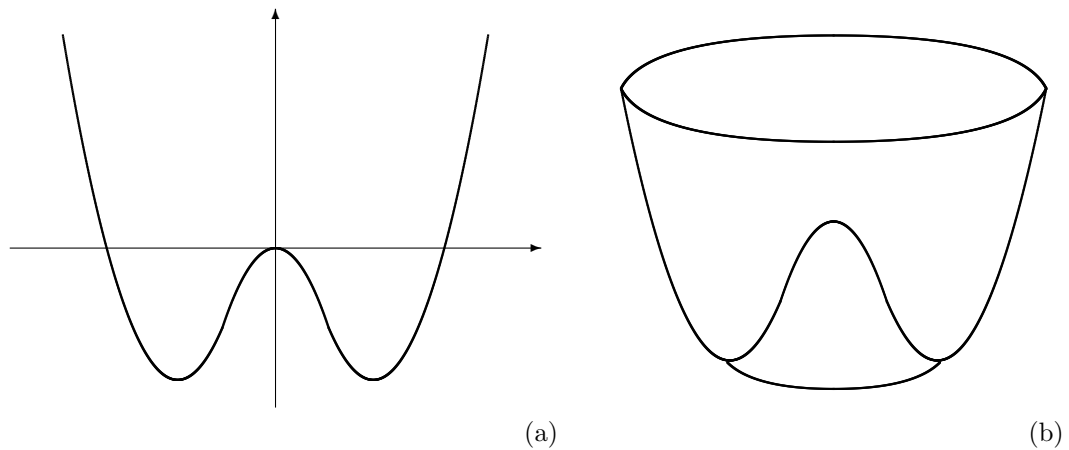


Abbildung 14.1: Doppelwallpotential und „Mexican Hat“ als Beispiele für Potentiale mit spontaner Symmetriebrechung. Der Grundzustand hat nicht die Symmetrie des Potentials.

Von spontaner Symmetriebrechung spricht man immer dann, wenn die Bewegungs- oder Be-

stimmungsgleichungen eines Systems eine Symmetrie haben, die von dem realisierten Zustand nicht respektiert wird. Als typisches Beispiel dient meist ein Teilchen in einem Doppelwallpotential (Abb. 14.1(a)) oder einem „mexican hat“ (Abb. 14.1(b)). Die Menge der Extremalpunkte ist invariant unter Reflexionen an Nullpunkt bzw. Rotationen um den Nullpunkt. Da diese Potentiale am Nullpunkt – dem einzigen invarianten Punkt – jedoch ein lokales Maximum haben, ist dieser Zustand instabil. Die Menge aller stabilen Zustände hat zwar auch diese Reflexions- bzw. Rotationssymmetrie, ein einzelner herausgegriffener Zustand jedoch nicht.

Ein anderes Beispiel ist die spontane Magnetisierung bei Ferromagneten. Die Energie der Magnetisierung ist rotationsinvariant. Trotzdem tritt bei tiefen Temperaturen (unterhalb des Curie-Punktes) ein Zustand spontaner Magnetisierung auf, der diese Symmetrie bricht. Welcher der möglichen Grundzustände gewählt wird, lässt sich aus dem Energiefunktional nicht ablesen. Meist sind unscheinbare Gründe in der Geschichte bzw. dem Umfeld des Systems dafür verantwortlich.

Ein ähnliches symmetriebrechendes Potential wird im Standardmodell auch an jedem Punkt für das Feld des Higgs-Teilchens gefordert. Im Grundzustand (Vakuum) hat dieses Feld einen nicht-verschwindenden Erwartungswert, es bildet also ein Hintergrundfeld für die anderen Teilchen der Theorie. Die Wechselwirkung der Eichteilchen mit diesem Hintergrundfeld gibt den Eichteilchen eine effektive Masse. In diesem Fall sind daher nicht nur die Fluktuationen des Feldes von Null verschieden, sondern sogar sein Erwartungswert.

Das Vakuum des Standardmodells ist daher alles andere als „leer“: Sämtliche Felder haben Grundzustandsfluktuationen, sämtliche fermionischen Felder befinden darüberhinaus noch in gewissen angeregten Moden, und das Higgs-Feld hat einen nicht-verschwindenden Erwartungswert.

14.2 ART und QM

Im Standardmodell der Elementarteilchenphysik spielt die Raum-Zeit dieselbe „absolute“ Rolle wie in der klassischen (Minkowski-) Physik. Sie bildet einen statischen Hintergrund, auf dem die Felder leben. Eine zufriedenstellende Quantentheorie der Gravitation ist bis heute nicht bekannt, wenn auch die String-Theorien in mehrfacher Hinsicht gute Kandidaten sind (vgl. Abschnitt 14.3).

Es gilt allerdings als sicher, dass eine Quantentheorie der Gravitation unsere Vorstellung von der Raum-Zeit als einer Pseudo-Riemannschen Mannigfaltigkeit wesentlich verändern wird. Dies zeigt sich schon, wenn man elementare Grundlagen der Quantentheorie mit ebenso elementaren Grundlagen der ART vereinen möchte. Die folgende Argumentation ist nur eines von vielen Beispielen, aus denen die Problematik bei der Vereinigung von ART und QM deutlich wird.

Jede quantenmechanische Messung bedeutet eine Wechselwirkung mit dem untersuchten System, d.h. einen Eingriff in das System, der mit einer Übertragung von Energie und Impuls verbunden ist. Je genauer die Messung sein soll, d.h., je kleiner die Unschärfe bei der Bestimmung einer Messgröße ist, um so intensiver ist die Wechselwirkung und um so mehr Energie

und Impuls werden dabei übertragen.

Aus den Unschärferelationen der QM ergibt sich, dass für eine Zeitmessung mit der Genauigkeit Δt ein Energiebetrag von mindestens $\Delta E = \hbar/\Delta t$ bei der Messung auf das System übertragen wird (modulo Faktoren 2). Eine Ortsgenauigkeit von Δx verlangt einen Impulsübertrag von $\Delta p = \hbar/\Delta x$, dem entspricht mindestens eine Energie von $\Delta E = c\Delta p = c\hbar/\Delta x$. Solange nur eine Ortskomponente oder nur die Zeit gemessen wird, lassen sich die Energien bzw. Impulsdichten auf beliebig lange Zeiten bzw. beliebig große Raumgebiete verteilen. Will man aber ein Raum-Zeit-Volumen ausmessen, so muss die entsprechende Energie- und Impulsdichte auch in dieses Volumen plaziert werden.

Etwas vereinfacht kann man argumentieren, dass durch Ausmessung eines Volumens mit der linearen Ausdehnung Δx auch eine Energie von der Größenordnung $\Delta E = c\hbar/\Delta x$ in dieses Volumen gepresst wird. Nun bedeutet nach der Allgemeinen Relativitätstheorie das Vorhandensein von Energie aber eine Beeinflussung des Raumes, die sich in Form einer Raumkrümmung bemerkbar macht. Man kann sich nun die Frage stellen, für welchen Wert von Δx die Energie so groß wird, dass innerhalb des ausgemessenen Volumens ein schwarzes Loch entsteht. Dies ist sicherlich die Obergrenze, wo eine Ausmessung eines Volumens überhaupt noch sinnvoll ist. Nach der Formel für den Schwarzschild-Radius

$$r_S = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2GE}{c^4}$$

entspricht einem „Durchmesser“ $\Delta x = 2r_S$ somit eine Energie

$$E = \frac{\Delta x c^4}{4G}.$$

Setzen wir dies gleich der Energie, die eine Ausmessung eines Volumens mit dem Durchmesser Δx erfordert,

$$E = \frac{c\hbar}{\Delta x},$$

so kommen wir (modulo Faktoren 2) für Δx auf einen Wert von

$$\Delta x = 2l_P \quad \text{mit} \quad l_P = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} = 1,6160(12) \cdot 10^{-33} \text{ cm},$$

also gleich der Planck-Länge. Dies ist die einzige Größe mit der physikalischen Dimension einer Länge, die sich aus den drei fundamentalen Konstanten c , $\hbar$ und G bilden lässt. Der Planck-Länge entspricht eine Planck-Zeit von

$$t_P = \frac{l_P}{c} = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}} = 5,3906(40) \cdot 10^{-44} \text{ sec}.$$

Diese beiden Werte geben somit eine untere Grenze an, bis zu der wir vielleicht noch von „Raum“ und „Zeit“ sprechen können. Da wir nach der Quantenmechanik prinzipiell kein Verfahren haben, kleinere Volumina auszumessen, ist es vermutlich physikalisch auch nicht sinnvoll, von kleineren physikalischen Volumina zu sprechen.

Wie Raum und Zeit bei diesen kleinen Skalen „aussehen“ ist eine offene Frage. Von Wheeler stammt der Ausdruck „space-time-foam“, also „Raum-Zeit-Schaum“.

14.3 Die String-Theorien

Die String-Theorien entstanden ursprünglich in den 60er Jahren als Modell zur Beschreibung der starken Wechselwirkungen. Man stellte sich vor, dass sich die Kräfte zwischen den Quark-Antiquark-Paaren bzw. zwischen Quark-Tripletts durch einen String zwischen den Teilchen beschreiben lassen.

Nach dem Erfolg der $SU(3)$ -Quantenfeldtheorie zur Beschreibung der starken Wechselwirkung Anfang der 70er Jahre gerieten die Strings bei den meisten Physikern in Vergessenheit. Zu Beginn der 80er Jahre stellte man jedoch fest, dass String-Theorien als Quantentheorie aller Wechselwirkungen, einschließlich der Gravitation, gedeutet werden können, wenn als fundamentale Skala der Strings die Skala der starken Wechselwirkungen ($\approx 10^{-13}$ cm) durch die Skala der Quantengravitation, d.h. die Planck-Länge ($\approx 10^{-33}$ cm), ersetzt wird.

String-Theorien haben viele Varianten. Wir wollen hier auch nicht über die bekannten Probleme der Quantisierung von Strings sprechen, beispielsweise das Problem der 26 bzw. 10 (im supersymmetrischen Fall) Dimensionen und ihre teilweise Kompaktifizierung. Es geht uns nur darum, wie in String-Theorien Raum und Zeit beschrieben werden. Dies ist nahezu unabhängig von den verschiedenen Versionen. Daher beschränken wir uns auch auf die Betrachtung der geschlossenen, bosonischen Strings.

14.3.1 Teilchen in der String-Theorie

Ein „String“ ist ein eindimensionales elementares Objekt, das durch eine Abbildung eines Intervalls oder Kreises in einen Hintergrundsraum beschrieben wird:

$$\sigma \rightarrow x_i(\sigma) .$$

In einer relativistisch invarianten Weise beschreibt man die Bewegung des Strings durch seine Weltfläche, die er überstreicht, ebenso, wie die Bewegung eines Punktteilchens durch die Weltlinie in einem Raum-Zeit-Diagramm beschrieben werden kann. Die Weltfläche ist dabei eine Abbildung einer zweidimensionalen Parameterfläche in eine Hintergrundsraumzeit:

$$(\sigma, \tau) \longrightarrow x_\mu(\sigma, \tau) .$$

Strings können miteinander wechselwirken, indem sie sich verbinden oder auch zu zwei Strings aufspalten. So entsteht gleichsam ein Netzwerk von Stringverflechtungen. Wie immer in der Quantenmechanik ist formal über alle erlaubten Netzwerke zu summieren, wobei jede Konfiguration noch mit einer im allgemeinen komplexen Amplitude gewichtet wird.

Repräsentieren wir die Weltlinie eines geschlossenen Strings durch eine einfache Röhre, so kann diese sich verdicken oder in anderer Weise verändern. Diese Veränderungen entsprechen energetischen Anregungen des Strings. Üblicherweise entwickelt man die Freiheitsgrade einer solchen Weltfläche nach Schwingungsmoden. Der Grundmod ist eine geradlinig-kreisförmige Röhre vom Durchmesser R . Dieser Freiheitsgrad, der dem Radius des geschlossenen Strings entspricht, ist von der Größenordnung der Planck-Länge.

Die Schwingungsmoden um die kreisförmige Grundform erhält man durch eine Fourier-Entwicklung. Eine solche Schwingungsmode entlang der Stringweltfläche bedeutet daher die Propagation von Energie. Vernachlässigt man die Ausdehnung des Strings, so erkennt man im „Niederenergielimes“ nur die Propagation einer punktförmigen Energiekonzentration. Diese entspricht unseren Teilchen. Dabei sind nur die niedrigsten Anregungen von Relevanz, da die höheren Moden eine Energie haben, die einem vielfachen der Planck-Energie entspricht und somit weit jenseits der heute nachweisbaren Grenzen liegen.

Diese niedrigsten Anregungen des Strings, die bei unseren heutigen Energien beobachtet werden können, entsprechen beim bosonischen String gerade den Photonen und Gluonen (also den bekannten Spin 1 Teilchen) sowie einem Spin 2 Teilchen, das mit den Gravitonen identifiziert werden kann. Betrachtet man zusätzlich noch fermionische Freiheitsgrade, so lassen sich auch die fermionischen Teilchen des Standardmodells (Leptonen und Quarks) beschreiben. Da wir auf die Details der Symmetriebrechungsmechanismen hier nicht eingehen wollen, soll auch die genaue Form des Teilchenspektrums nicht weiter untersucht werden. Wichtig ist nur, dass mit den Strings auch Teilchen beschrieben werden können, die den Gravitonen entsprechen.

14.3.2 Gravitonen als Quantenteilchen der Gravitation

In Abschnitt 13.4 haben wir gezeigt, wie man im Rahmen einer störungstheoretischen Quantisierungsvorschrift der allgemeinen Relativitätstheorie zu Gravitonen gelangt. Dazu haben wir den metrischen Tensor zunächst in einen flachen Anteil und in eine Störung um diesen Anteil aufgespalten,

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \epsilon h_{\mu\nu} , \quad (14.1)$$

und die Feldgleichungen bis zur linearen Ordnung in ϵ entwickelt.

Nimmt man höhere Terme in der Entwicklung um den flachen Minkowski-Raum mit, so beschreibt man nach einer formalen Quantisierung die Wechselwirkung von Gravitonen. Diese Theorie ist jedoch störungstheoretisch nicht wohl definiert, da die einzelnen Terme so stark divergieren, dass diese Divergenzen durch eine Renormierung der bekannten Kopplungskonstanten (im wesentlichen der Newtonschen Konstanten) nicht absorbiert werden können.

Trotzdem sind die meisten Physiker überzeugt, dass dieser Zugang für kleine energetische Anregungen des Gravitationsfeldes zu richtigen Ergebnissen führt und Gravitonen als Spin-2-Teilchen existieren. Allerdings hat dieser störungstheoretische Zugang den Nachteil, dass er wesentlich von der willkürlichen Aufspaltung der Metrik (14.1) in einen statischen, klassischen Anteil (der Minkowski-Metrik) und einen dynamischen, quantisierten Anteil abhängt. Die Minkowski-Raumzeit als statischer Hintergrund wird somit als gegeben vorausgesetzt. Eine gute Quantentheorie der Gravitation sollte jedoch erklären, warum im klassischen Grenzfall die flache Minkowski-Welt dominiert.

14.3.3 Raumzeit in der String-Theorie

Strings werden dadurch beschrieben, dass man die Weltflächen der Strings in einer festen, d -dimensionalen Hintergrunds-Raumzeit beschreibt. Genauer betrachtet man Abbildungen von einer geeigneten 2-dimensionalen Parameterfläche in einen d -dimensionalen Raum. Die Quantisierung dieser Strings beschreibt dann unter anderem die Propagation von Gravitonen in diesem d -dimensionalen Hintergrund.

Der String-Theorie wird oft vorgeworfen, dass sie einen physikalisch unbeobachtbaren Hintergrundsraum voraussetzt und die Gravitonen in diesem „absoluten“ Hintergrund propagieren, obwohl doch die Dynamik des Strings die Raumzeit-Struktur erst liefern soll. Es hat den Anschein, als ob die String-Theorie hier „newtonscher“ ist, als beispielsweise die allgemeine Relativitätstheorie.

Dieser Vorwurf ist jedoch nur bedingt gerechtfertigt. Die heutige Form der String-Theorie darf nur als rein störungstheoretische Formulierung angesehen werden. Es gibt, trotz großer Anstrengungen, noch keine nicht-störungstheoretische Formulierung der String-Theorie. Daher sollte man die String-Theorie auch nicht direkt mit der Einsteinschen Form der allgemeinen Relativitätstheorie vergleichen, sondern eher mit der störungstheoretischen Formulierung, die wir oben angedeutet haben. In diesem Grenzfall beschreibt auch die allgemeine Relativitätstheorie die Propagation von Gravitonen in einer festen, „absoluten“ Hintergrunds-Raumzeit.

Das eigentliche Problem liegt also darin, eine nicht-störungstheoretische Formulierung der String-Theorie zu finden. Diese darf nicht darin bestehen, dass irgendwelche Objekte (Strings, Membranes, oder was auch immer) vor einem festen Hintergrund definiert werden. Diese nicht-störungstheoretische Form enthält möglicherweise gar keine Strings, sondern mathematische Objekte, die wir heute noch nicht kennen. Erst die störungstheoretische Formulierung führt dann zu der Aufspaltung in „Hintergrund + String“, ähnlich wie in der allgemeinen Relativitätstheorie erst die störungstheoretische Form zu der Aufspaltung „Hintergrund + Gravitonfeld“ führt.

Kapitel 15

Diskrete Modelle zur Raum-Zeit

15.1 Weshalb diskrete Raumzeiten?

Oft haben sich in der Vergangenheit unsere Vorstellungen von Raum und Zeit geändert, doch fast immer denken wir uns Raum und Zeit als ein Kontinuum. Kein experimentelles Ergebnis deutet auch nur im entferntesten darauf hin, dass es anders sein könnte. Weshalb also nach Modellen mit diskreten Raumzeiten suchen?

Drei Gründe, weshalb theoretische Physiker Modelle mit einer diskreten bzw. diskretisierten Raumzeit betrachten, möchte ich besonders herausgreifen. Den ersten Grund nenne ich mal den „philosophischen“. Manche Physiker mit einem Interesse an Grundlagenfragen – wie immer in der Minderheit – sehen grundsätzliche Schwierigkeiten in der Vorstellung einer kontinuierlichen Raumzeit. Die für uns wahrnehmbaren Punkte der Raumzeit – die Ereignisse – sollten nicht in eine absolute „Hintergrunds-Raumzeit“ eingebettet sein, wie es vielleicht Newton noch gedacht hat, sondern *sie bilden* die Raumzeit. Leeren Raum bzw. Raumzeitgebiete ohne Ereignisse kann es nach dieser Vorstellung nicht geben. Die Menge der Ereignisse und ihre kausalen Verknüpfungen denken wir uns oft als ein „Netz“ (Abb. 1.2 oder 1.3 aus Misner, Thorne und Wheeler), dessen Maschen wir allerdings in unserer Vorstellung gerne bis zu einem (scheinbaren?) Kontinuum verfeinern. Doch ein Kontinuum von Ereignissen können wir nie wahrnehmen. Mit welcher Berechtigung dürfen wir dann davon sprechen?

Solche Überlegungen sind nicht neu. Wie wir gesehen haben, hat sich schon Descartes Mitte des 17. Jahrhunderts mit ähnlichen Fragen beschäftigt. Für ihn war es sinnlos, von Raum zu sprechen, wenn dieser Raum nicht von irgendeiner (möglicherweise nicht unmittelbar wahrnehmbaren) Substanz erfüllt ist. Später hat Leibniz diese Idee aufgegriffen und erweitert. Für ihn war Raum ein „Ordnungsprinzip des Nebeneinander“ und Zeit ein „Ordnungsprinzip des Nacheinander“. Nur die Relationen zwischen Ereignissen sind relevant. Daher spricht man in diesem Zusammenhang auch oft von einer „relationalen“ Raumzeit. Eine solche relationale Raumzeit lässt sich am einfachsten durch eine diskrete Ereignismenge realisieren und ein einfaches Modell dieser Art werden wir im fünften Abschnitt behandeln.

Der zweite Grund, weshalb Physiker nach Modellen diskreter Raumzeiten suchen, beruht auf einem Widerspruch zwischen den Grundprinzipien der Quantentheorie einerseits und der herkömmlichen Vorstellung einer kontinuierlichen Raumzeit in der Allgemeinen Relativitätstheorie andererseits. Diesen Grund könnte man als den „konzeptionellen“ bezeichnen. Wir haben dieses Argument schon im letzten Abschnitt behandelt. Vereinfacht lautete die Argumentationskette: (1) Nach der Quantenmechanik folgt aus der Unschärferelation zwischen Zeit und Energie $-\Delta E \cdot \Delta t > h/2$, dass die Messung einer Zeitdauer Δt mit der Unschärfe einer Energie ΔE verknüpft ist; (2) aus der Allgemeinen Relativitätstheorie folgt, dass eine Energiedichte in einem bestimmten Volumen eine Krümmung der Raumzeit zur Folge hat; (3) eine zu hohe Energiedichte führt zu einem schwarzen Loch. Die Messung eines Volumens von der linearen Ausdehnung der Planck-Länge ($\approx 10^{-33}$ cm) innerhalb eines Zeitraumes der Planck-Zeit ($\approx 5 \cdot 10^{-44}$ s) impliziert eine Unschärfe in der Energiedichte in diesem Volumen, die einem schwarzen Loch dieser Größe entspricht. Auf diesen kleinen Skalen werden somit durch Quantenfluktuationen ständig schwarze Löcher erzeugt und wieder vernichtet. Eine solche Raumzeit ist weit von einem „glatten“ Kontinuum entfernt. Der Physiker Archibald Wheeler hat in diesem Zusammenhang den Begriff des Spacetime Foams (Raumzeit-Schaums) geprägt. In jedem Fall brechen unsere herkömmlichen Vorstellungen einer glatten Raumzeitstruktur bei der Planck-Skala zusammen.

Etwas anders ausgedrückt könnte man auch sagen: Die fundamentalen Konstanten der speziellen Relativitätstheorie (die Lichtgeschwindigkeit c), der Quantenmechanik (das Plancksche Wirkungsquantum h) und der Gravitation (die newtonsche Gravitationskonstante G) erlauben die Definition einer fundamentalen Längeneinheit (der Planck-Länge): und einer fundamentalen Zeiteinheit (der Planck-Zeit). Welche Bedeutung diesen Skalen in einer Quantentheorie der Gravitation zukommt ist noch unklar. Doch eine diskrete Raumzeit bei diesen Skalen erscheint manchen Physikern durchaus plausibel. Wir nehmen eine kontinuierliche Raumzeit wahr, weil wir (noch) nicht in der Lage sind, die diskreten Strukturen aufzulösen. Das ist vergleichbar mit unserer Wahrnehmung von Wasser, dessen „diskrete“ atomare Struktur wir erst seit rund einhundert Jahren experimentell auflösen können. Doch zwischen der diskreten Natur von Wasser (den Atomen) und der Planck-Skala liegen noch rund 25 Zehnerpotenzen!

Der dritte Grund ist rein „praktischer“ Natur: Manche Rechnungen werden einfacher oder lassen sich numerisch bzw. mithilfe eines Computers behandeln. Dies gilt insbesondere für Versuche, eine Quantentheorie der Gravitation zu konstruieren. Ein häufig verwendeter Zugang der Quantisierung ist das Funktionalintegral. In diesem Fall wird (formal) über alle möglichen Zeitentwicklungen bzw. „Geschichten“ summiert, die eine dynamische Variable haben kann, und jede dieser Geschichten erhält ein „Gewicht“ (streng genommen handelt es sich um eine komplexe Phase), in das die klassische Wirkung dieser Zeitentwicklung eingeht. Im Fall der Gravitation wäre dies eine „Summation“ über alle Metriken, oder um es etwas anschaulicher auszudrücken, eine Summation über alle Geometrien, die eine 4-dimensionale Raumzeit haben kann. Doch dieser „Raum aller Geometrien“ lässt sich nur sehr schwer beschreiben, daher bietet es sich an, eine Geometrie zu „diskretisieren“, beispielsweise indem man sie durch eine stückweise flache Mannigfaltigkeit annähert. Bei diesem Zugang betrachtet man diskrete Raumzeiten also als Näherung einer kontinuierlichen Raumzeit, während es bei den ersten beiden Motivationen umgekehrt ist. Die bekanntesten Beispiele für diesen Zugang sind der „Regge-Kalkül“ und die „kombinatorischen Triangulationen“, die wir den beiden Abschnitten 15.2 und 15.3 kurz behandeln werden.

Zusätzlich zur Diskretisierung der Raumzeit verwendet man häufig noch einen Trick, der sich in der Quantenfeldtheorie als nützlich erwiesen hat: die euklidische Formulierung. Dahinter steckt die schon auf Minkowski zurückgehende Idee, für unsere Raumzeit eine euklidische Metrik zu verwenden, die Zeitvariable jedoch als imaginär anzusehen. Denkt man sich diese imaginäre Zeitvariable nun durch eine reelle Variable ersetzt (technisch gesprochen, durch eine analytische Fortsetzung der Zeitvariablen in die komplexe Ebene), so wird die Raumzeit zu einer euklidischen Mannigfaltigkeit. Dieser Trick funktioniert in der Quantenfeldtheorie sehr gut, allerdings ist „Zeit“ in diesem Fall auch nur ein äußerer Parameter. Funktionen dieses Parameters lassen sich meist leicht ins Komplexe fortsetzen. Doch im Fall der Gravitation ist die Zeit eine dynamische Variable, und so richtig weiß wohl niemand, wie man sich die analytische Fortsetzung in einer dynamischen Variablen vorzustellen hat. Oft wird dieses Problem einfach umgangen, beispielsweise bei den meisten Anwendungen des Regge-Kalküls und der kombinatorischen Triangulationen. In der jüngeren Zeit wurden jedoch erste Versuche unternommen, diskretisierte Raumzeiten mit einer kausalen Struktur auszustatten. In Abschnitt 15.4 werden wir ein solches Beispiel kennen lernen.

Es gibt unzählige Modelle diskreter Raumzeiten. An dieser Stelle möchte ich nur einige erwähnen, die besonders intensiv in der Literatur diskutiert werden. Übergehen werden ich den Bit-Algorithmus von P. Noyes, die Spingraphen von M. Requardt, den „Space-time code“ und die Quantenspinnetzwerke von D. Finkelstein,

15.2 Der Regge-Kalkül

Der Regge-Kalkül war der erste Versuch, die einsteinschen Gleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie für diskretisierte Raumzeiten zu formulieren. In diesem Zugang wird eine Mannigfaltigkeit (der Einfachheit halber betrachten wir euklidische Mannigfaltigkeiten, wie es auch in den meisten Anwendungen der Fall ist) durch eine so genannte Triangulation angenähert. Auf mathematische Spitzfindigkeiten soll es uns hier nicht ankommen, daher erläutere ich das Konzept einer Triangulation am besten anhand von Beispielen. Eine Triangulation einer Fläche besteht aus zusammengeklebten Dreiecken, welche sich der Fläche möglichst genau anschmiegen. Mit vielen kleinen Dreiecken lässt sich eine solche Fläche im Allgemeinen natürlich besser annähern als mit wenigen großen Dreiecken (Abb.).

Im eigentlichen Regge-Kalkül können diese Dreiecke unterschiedliche Formen haben, d.h. die Kantenlängen variieren. Diese Kantenlängen sind die eigentlichen dynamischen Freiheitsgrade im Regge-Kalkül, während man die Nachbarschaftsverhältnisse zwischen den Dreiecken unverändert lässt. Eine „Summation über alle Geometrien“, wie sie für die Quantisierung der Gravitation notwendig ist, wird zu einer Integration über alle Kantenlängen, wobei jedoch die Dreiecksungleichungen eingehalten werden müssen (die direkte Verbindungslinie zwischen zwei Punkten ist kürzer als die Länge irgendeiner anderen Verbindung über dritte Punkte.) Einen dreidimensionalen geometrischen Raum kann man entsprechend durch Tetraeder (mit variablen Kantenlängen) annähern, und eine 4-dimensionale Geometrie, wie sie in der euklidischen Formulierung der Gravitation auftritt, entsprechend durch einen verallgemeinerten Tetraeder in vier Dimensionen. Ein solcher Tetraeder besitzt 5 Punkte, die jeweils miteinander durch Kanten verbunden sind. Die Kanten, Flächen und Teiltetraeder eines solchen Gebildes stellt man sich

alle als flach vor. Immer gilt jedoch, dass die Länge der Kanten die geometrischen Eigenschaften festlegt. Ganz allgemein bezeichnet man solche Tetraeder auch als Simplicies.

Eine wichtige Größe für die Allgemeine Relativitätstheorie ist die Krümmung. Die einsteinschen Feldgleichungen lassen sich aus einer Extremalbedingung an eine Wirkung herleiten, die gerade dem Integral über die (skalare) Krümmung an jedem Punkt entspricht. Doch was könnte in einer Triangulation der Krümmung entsprechen? Betrachten wir zunächst ein 2-dimensionales Beispiel, d.h. eine Fläche, die wir durch ein Mosaik von Dreiecken annähern. Offensichtlich ist die Krümmung an den Punkten dieser Dreiecke lokalisiert und messen können wir sie, indem wir die Winkelsumme der Dreiecke um einen Punkt bilden. Ist diese Winkelsumme von 360° bzw. 2π verschieden, so liegt eine Krümmung vor. Ist die Winkelsumme kleiner als 2π , so ist die Krümmung positiv, wie auf einer Kugeloberfläche. Ist die Winkelsumme größer als 2π , so ist die Krümmung wie bei einer Sattelfläche negativ. Ist aber in einer Triangulation die Kantenlänge aller Dreiecke bekannt, dann lässt sich auch an jedem Punkt der so genannte Defektwinkel, der die Krümmung angibt, bestimmen.

Ganz ähnlich ist es bei einem dreidimensionalen Körper, nur wird in diesem Fall die Krümmung nicht den Punkten, sondern den Linien bzw. Kanten der Tetraeder zugeordnet. An jeder Kante treffen mehrere Tetraeder zusammen (vgl. Abb.). Für jeden dieser Tetraeder kann man den Innenwinkel der beiden Flächen ausrechnen, die an dieser Kante anliegen. Ist die Summe dieser Innenwinkel von 2π verschieden, so liegt eine nichtverschwindende Krümmung vor. Genauer ist diese Krümmung an einer Kante durch

$$R = 2\pi - \left(\sum_i \alpha_i \right)$$

gegeben, wobei α_i die an dieser Kante anliegenden Innenwinkel der Tetraeder sind. Bei einem vierdimensionalen Körper wird die Krümmung den Flächen zugeordnet. In all diesen Fällen bezieht sich die Krümmung also auf Teile der Simplicies, deren Dimension um 2 kleiner ist als die Dimension des Körpers (man spricht in diesem Zusammenhang auch von Objekten der „Kodimension 2“): bei Flächen (Dimension 2) liegt die Krümmung auf den Punkten (Dimension 0), bei Körpern (Dimension 3) liegt sie auf den Linien (Dimension 1), und bei 4-dimensionalen Simplicies ist die Krümmung den Flächen (Dimension 2) zugeordnet. In allen Fällen muss man aus der Kantenlänge der Simplicies den Innenwinkel an den so genannten „Bones“, den Objekten der Kodimension 2, berechnen. Die Differenz zu 2π entspricht dann der Krümmung.

Ist die Krümmung bekannt, so ergibt sich die Regge-Wirkung, d.h. die diskretisierte Form der Einstein-Wirkung, aus der Summe über alle Krümmungen an den Bones. Dies ist eine Zahl, die von den Kantenlängen der einzelnen Tetraeder abhängt. Die diskretisierten Einstein-Gleichungen erhält man nun, indem man nach diesen Kantenlängen variiert und nach Extrema der Regge-Wirkung sucht.

Regge konnte beweisen, dass dieses Modell in einem gleichmäßigen Kontinuumslimites (immer mehr Dreiecke mit immer kleineren Kantenlängen) tatsächlich äquivalent zur einsteinschen Allgemeinen Relativitätstheorie wird. Formal scheint also alles in Ordnung. Doch wie sieht es in der Praxis aus?

Explizite Rechnungen sind in diesem Formalismus sehr schwierig und bleiben meist bei allgemeinen Aussagen oder Existenzbeweisen stecken. Will man konkrete Zahlen berechnen, so

muss man diese Modelle auf dem Computer simulieren. Diese Simulationen sind sehr aufwendig, sowohl hinsichtlich des Speicherplatzes als auch hinsichtlich des Rechenaufwands. Umfangreichere Simulationen wurden daher in erster Linie für eine 2-dimensionale (1 Zeit- + 1 Raum-Dimension) Quantengravitation vorgenommen, wo das Ergebnis aus anderen Rechnungen (s.u.) bekannt ist. Leider sind die Resultate alles andere als vielversprechend und reproduzieren nicht die analytischen Ergebnisse. Die Ursachen dafür sind noch weitgehend unklar, sie könnten aber damit zusammenhängen, dass für viele „relevante“ Flächen die Regge-Approximation zu grob ist.

Außerdem ist immer noch umstritten, welches „Integrationsmaß“ für die Kantenlängen zu wählen ist. Allgemein schreibt man oft:

$$d\mu[\{l_i\}] = \prod_i l_i^\nu dl_i \Theta[\{l_i\}]. \quad (15.1)$$

i sei eine Nummerierung sämtlicher Kantenlängen l_i . $\Theta[\{l_i\}]$ symbolisiert die Einschränkungen an die Kantenlängen aufgrund der Dreiecksungleichungen, d.h. es gilt:

$$\Theta[\{l_i\}] = \begin{cases} 1 & \{l_i\} \text{ erfüllen alle Dreiecksungleichungen} \\ 0 & \{l_i\} \text{ verletzen irgendwo die Dreiecksungleichungen} \end{cases}$$

Jede einzelne Kantenlänge erhält noch ein Gewicht l_i^ν mit einem offenen Exponenten ν . (Allgemeinere Gewichte in Form von beliebigen Funktionen der l_i lassen wir außer Acht. Das Maß sollte jedoch zumindest eine Skalierungseigenschaft haben:

$$d\mu[\{\alpha l_i\}] = f(\alpha) d\mu[\{l_i\}].$$

Ein besonderer Fall ist $\nu = -1$, da das Maß in diesem Fall skaleninvariant ist (ebenso wie die klassische Einsteinwirkung). Doch dieses Maß ist zu singulär. Andere Maße sind eher willkürlich.

Trotz dieses Misserfolgs bei 2-dimensionalen Geometrien werden die Simulationen für 3 und 4 Dimensionen fortgesetzt. Es gibt sogar erste Anzeichen dafür, dass die Situation hier besser ist.

15.3 Kombinatorische Triangulationen

Diese Alternative zum herkömmlichen Regge-Kalkül entwickelte sich Anfang der 80er Jahre (des 20. Jahrhunderts), insbesondere aus Arbeiten von David, Kazakov, Ambjørn etc. Ursprünglich diente dieses Verfahren ausschließlich zur Beschreibung von so genannten Zufallsflächen, also einer Summation über 2-dimensionale Geometrien. Als Anwendungen kommen daher neben der 2-dimensionalen Quantengravitation auch die Physik von Grenzflächen sowie die Theorie von Strings in Frage. Zur Berechnung der Zustandssumme bei der statistischen Behandlung von Grenzflächen muss über alle Formen von Grenzflächen zwischen zwei Phasen summiert werden. Und für die Propagatorfunktion in der Stringtheorie ist formal über alle World-sheets eines Strings zu summieren. Das mathematische Problem ist also in allen Fällen gleich, nur die physikalische Interpretation ändert sich. Eine Verallgemeinerung der kombinatorischen Triangulation auf mehr als 2 Dimensionen erfolgte erst später, und die Resultate für eine 4-dimensionale Quantengravitation sind nahezu ausschließlich numerischer Natur.

Bei dem Verfahren der kombinatorischen Triangulation wird eine Fläche ebenfalls durch Dreiecke approximiert. (Geometrien in höheren Dimensionen werden durch entsprechend höherdimensionale Simplizies approximiert.) Während beim eigentlichen Regge-Kalkül die Kantenlänge dieser Dreiecke jedoch variieren kann, wird sie hier konstant gehalten. Alle Kanten haben dieselbe Länge, sagen wir eins, somit sind alle Dreiecke gleichseitig. Was sich ändern kann sind die Nachbarschaftsverhältnisse von Dreiecken, d.h. die Kombinatorik der Anordnung; daher auch die Bezeichnung „kombinatorische Triangulation“.

„Krümmung“ wird auch in diesem Fall den Punkten der Triangulation zugeordnet und im Prinzip handelt es sich wieder um den Defektwinkel. Treffen an einem Punkt sechs Dreiecke zusammen, so besitzt dieser Punkt die Krümmung null. Sind es mehr als sechs Dreiecke, so ist die Winkelsumme entsprechend größer als 360° (jedes Dreieck ist gleichseitig und trägt somit einen Winkel von 60° bei) und die Krümmung ist negativ. Bei weniger als sechs Dreiecken ist die Krümmung positiv. Um singuläre Konfigurationen zu vermeiden fordert man (unter anderem), dass an einem Punkt mindestens drei Dreiecke zusammentreffen müssen.

Die Approximation einer Fläche durch eine solche Ansammlung gleichseitiger Dreiecke ist natürlich wesentlich gröber, als wenn die Kantenlänge der Dreiecke verändert werden kann. Daher war man anfänglich auch sehr überrascht, dass die Ergebnisse aus einer solchen Näherung korrekt waren. In zwei Dimensionen kann man nämlich mithilfe der konformen Feldtheorie sehr präzise Aussagen über die 2-dimensionale Quantengravitation machen und es stellte sich heraus, dass die kombinatorischen Triangulationen mit diesen Aussagen übereinstimmen.

Will man analytische Resultate erhalten, so hat man ein kombinatorisches Problem zu lösen: Wieviele Möglichkeiten gibt es, aus N Dreiecken eine geschlossene Fläche zu bilden, die (topologisch) äquivalent zu einer Kugeloberfläche ist? Dieses Problem wurde Anfang der 60er Jahre von dem Graphentheoretiker W.T. Tutte gelöst. Interessant war jedoch, dass sich diese Lösung auch mithilfe von Methoden aus der Quantenfeldtheorie berechnen lässt.

Die Idee dabei ist, dass die Feynman-Graphen einer Quantenfeldtheorie solchen kombinatorischen Triangulationen entsprechen, wenn der Propagator der Theorie trivial ist (die Greensche Funktion = 1) und wenn es sich um eine ϕ^3 -Theorie in 0 Dimensionen handelt (d.h. jeder Vertex des Feynman-Graphen besitzt drei auslaufende Linien und es gibt keine Impulsintegrationen, sondern nur Kombinatorik). Problematisch ist jedoch, dass solchen Feynman-Graphen nicht anzusehen ist, ob sie zu einer Kugel, einem Torus oder einer anderen 2-dimensionalen Topologie gehören. Ersetzt man jedoch das Feld durch eine Matrix, also im Prinzip durch N^2 Felder, so lassen sich Feynman-Graphen mit einer speziellen Topologie (beispielsweise der Topologie einer Sphäre) herausfiltern. (Dazu muss man allerdings die Dimension N dieser Matrix gegen unendlich gehen lassen.) Dies definiert den Zusammenhang zu Matrix-Modellen: Die Theorie 2-dimensionaler Zufallsflächen und somit die 2-dimensionale Quantengravitation ist äquivalent zur Integration über (unendlich dimensionale) Matrizen. Andererseits ist durch die Arbeiten von Polyakov bekannt, dass 2-dimensionale Quantengravitation mit Methoden der konformen Feldtheorie behandelt werden kann. Auf diese Weise lassen sich viele analytische Ergebnisse gewinnen und vergleichen.

Die Übereinstimmung dieser Resultate war für viele ein kleines Wunder: Die Approximation einer Mannigfaltigkeit durch eine kombinatorische Triangulation ist so grob, dass eine Äquiva-

lenz dieser Modelle nicht unbedingt zu erwarten gewesen war. Monte Carlo Simulationen dieser Modelle bestätigten und erweiterten die Kenntnisse über 2-dimensionale Quantengravitation.

Die Verallgemeinerung dieses Formalismus auf mehr als zwei Dimensionen stößt auf viele Schwierigkeiten. Schon allein die Klassifizierung aller möglichen kombinatorischen Triangulationen ist ein ungelöstes mathematisches Problem. (In drei Dimensionen könnte zumindest eine Lösung existieren, in 4 und mehr Dimensionen ist bekannt, dass es keine Lösung gibt.) Außerdem sind gewisse Einschränkungen an die Kombinatorik zu fordern, damit man überhaupt zu einer Diskretisierung einer Mannigfaltigkeit gelangt. Nahezu alle Ergebnisse stammen daher aus Monte-Carlo-Simulationen. Es hat den Anschein, als ob die Theorie in mehr als zwei Dimensionen nicht die gewünschten Ergebnissen liefert. Vermutlich müssen neben der reinen Krümmung (der Einstein-Wirkung) noch weitere Terme berücksichtigt werden, die im Kontinuum keine Rolle spielen. Derzeit werden verschiedene Ansätze überprüft.

15.4 Kausale kombinatorische Triangulationen

Beiden oben erwähnte Verfahren werden in erster Linie zur Diskretisierung euklidischer Mannigfaltigkeiten eingesetzt. Dies wurde immer schon als Nachteil angesehen. Trotzdem sind Versuche, zu einer Diskretisierung von Mannigfaltigkeiten mit einer Lorentz-Signatur zu gelangen, erst relativ neu. Eines dieser Modelle stammt von J. Ambjørn, R. Loll und anderen. Es entspricht einer Übertragung der kombinatorischen Triangulationen auf einen Minkowski-Raum: Es werden nur solche Triangulationen zugelassen, für die sich eine kausale Struktur definieren lässt.

Dieses Modell lässt sich in 2 Dimensionen (1 Raum + 1 Zeit) exakt lösen. In diesem Fall besteht der Raum nur aus einem Kreis, und die einzige geometrische Größe, die eine intrinsische Bedeutung besitzt, ist der Radius des Kreises. Monte Carlo Simulationen dieser Modelle generieren daher „Zylinder“ mit höhenabhängigem Radius.

Diese kausalen kombinatorischen Triangulationen liefern andere Vorhersagen als die euklidischen Versionen, allerdings ist immer noch umstritten, welche Triangulationen letztendlich in den Zustandssummen zuzulassen sind. (In einer „Summation über Wege“-Darstellung einer Quantenfeldtheorie muss auch über unphysikalische nicht-kausale Teilchenwege summiert werden. Daher könnte die Einschränkung auf „kausale Mannigfaltigkeiten“ für die Gravitation zu eng sein.) Für mehr als 2 Dimensionen lässt sich das Modell zwar formulieren, allerdings sind keine analytischen Ergebnisse bekannt. Auch die Numerik erweist sich als außerordentlich schwierig. Trotzdem werden diese Modelle als eine der interessanteren neueren Entwicklungen auf dem Gebiet der Quantengravitation angesehen, und interessante Ergebnisse sind sicherlich in den nächsten Jahren zu erwarten.

15.5 Kausale Mengen

Als letztes Beispiel eines Modells diskreter Raumzeiten betrachten wir die „kausalen Mengen“ bzw. „kausalen Graphen“. Eine kausale Menge ist eine Menge, auf deren Elementen eine Teilordnung definiert ist. Daher spricht man auch manchmal von „Posets“ (partially ordered sets). Eine Teilordnung ist eine Relation zwischen den Elementen, die asymmetrisch ist (wenn ein Ereignis a kausal später als ein Ereignis b ist, dann kann nicht b auch kausal später als a sein), und transitiv (wenn a kausal vor b liegt und b kausal vor c , dann liegt a auch kausal vor c). Ob man auch Reflexivität (ein Ereignis ist kausal zu sich selber) zulässt ist eine reine Definitionsfrage.

Ein kausaler Graph ist ein gerichteter Graph (die Verbindungslinien zwischen zwei Punkten habe eine Richtung), derart, dass es keine geschlossenen Wege entlang gerichteter Linien gibt. (Es gibt keine zeitartig geschlossenen Wege.) Kausale Mengen und kausale Graphen unterscheiden sich lediglich im Detail: Verschiedene kausale Graphen können dieselbe kausale Menge definieren; kausale Graphen enthalten daher noch eine Zusatzstruktur, nämlich die Kenntnis von „nächsten Nachbarn“. Zu jeder kausalen Menge existiert jedoch eindeutig ein „minimaler“ (generierender) kausaler Graph, den man dadurch erhält, dass man alle Linien weglässt, die sich aus der Transitivität der Kausalitätsrelation ergeben.

Erste Arbeiten dazu stammen aus der Mitte der 80er Jahre und sind insbesondere mit dem Namen von Sorkin verbunden. Raumzeit wird in diesem Fall durch eine Punktmenge mit einer kausalen Struktur ersetzt. Die Idee ist, dass eine kausale Struktur eine Geometrie bis auf einen konformen Faktor (ein Volumenelement) festlegt. Im Fall diskreter Mengen ist aber auch das Volumen bekannt, d.h. eine Punktmenge mit einer kausalen Struktur sollte im Kontinuum eindeutig eine Lorentz-Geometrie festlegen (sofern ein Kontinuumslimit überhaupt existiert).

Lange Zeit handelte es sich bei diesen Modellen nur um allgemeine Formulierungen ohne konkrete Ergebnisse. In den letzten Jahren hat Sorkin jedoch auch eine Dynamik für solche Modelle angegeben und zusätzlich gezeigt, dass diese Dynamik durch sehr allgemeine Bedingungen fast eindeutig festgelegt werden kann. Außerdem konnte das Problem der „Eigenzeit“ und des „Kontinuumslimites“ gelöst werden. Sollten sich diese Konzepte als richtig erweisen, könnte man möglicherweise schon Auswirkungen der diskreten Natur unserer Raumzeit in absehbarer Zukunft experimentell nachweisen. Hier begeben wir uns allerdings in den spekulativen Bereich.

15.6 Spinnetzwerke

Alle oben erwähnten Modelle von diskreten Raum-Zeiten ersetzen eine Kontinuumsmanifoldigkeit durch ein diskretes Objekt. Ein völlig anderer Zugang sind jedoch die Spin-Netzwerke. Hier beginnt man mit der kanonischen Gravitation im Kontinuum. Allerdings wählt man nicht den geometrischen Tensor als fundamentales Objekt, sondern die Zusammenhangsformen, ausgedrückt durch einen so genannten Dreibein-Formalismus. Dieser Formalismus geht auf Ashtekar zurück. Ein nächster Schritt ersetzt die Zusammenhangsformen durch ihre aufintegrierte Größe, die Paralleltransporte – geschlossene Loops, die nun zu den dynamischen

Größen werden. Im Rahmen einer kanonischen Quantisierung (Identifizierung kanonisch konjugierter Variable, Formulierung kanonischer Vertauschungsrelationen, etc.) gelangt man nach einigen Schritten zu so genannten Spin-Netzwerken, d.h. verallgemeinerten Graphen, deren Linien Spin-Quantenzahlen zugeordnet sind und an deren Vertizes die Additionsregeln der Spin-Darstellungen gelten müssen. Auch im Rahmen dieses Formalismus hat es in den letzten Jahren interessante Fortschritte gegeben. In Deutschland arbeitet insbesondere Thomas Thiemann vom MPI in Golm an diesem Problem.

Kapitel A1

Anhang: Zitate

Platon

Geb. um 427 v. Chr. in Athen; gest. um 347 v. Chr. in Athen

(Zitate aus *Timaios*, aus: Platon, Werke VII, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1972 (Sonderausgabe 1990); Übersetzung von Hieronymus Müller und Friedrich Schleiermacher.)

(Kap. 10; 37d)

So sann er [der Vater $\simeq$ Gott] darauf, ein bewegliches Abbild der Ewigkeit zu gestalten, und macht, indem er dabei zugleich den Himmel ordnet, von der in dem Einen verharrenden Ewigkeit ein in Zahlen fortschreitendes Abbild, und zwar dasjenige, dem wir den Namen Zeit beigelegt haben. Tage und Nächte, Monate und Jahre nämlich, die es, ehe der Himmel entstand, nicht gab, läßt er dann zugleich mit der Erschaffung jenes mitentstehen; diese aber sind insgesamt Teile der Zeit, und das „war“ und das „wird sein“ sind gewordene Formen der Zeit, die wir, uns selbst unbewußt, unrichtig auf das ewige Sein übertragen. ...

(Kapt. 11; 38b)

Die Zeit entstand also mit dem Himmel, damit, sollte je eine Auflösung stattfinden, sie, als zugleich erzeugt, zugleich aufgelöst würden, und nach dem Vorbilde der ewigen Natur, daß jene ihm so ähnlich wie möglich sei; denn das Vorbild ist die ganze Ewigkeit hindurch seiend, der Himmel hingegen fortwährend zu aller Zeit geworden, seiend und sein werdend. Aufgrund solcher Überlegung und Absicht des Gottes bezüglich der Entstehung der Zeit sind nun, damit die Zeit erzeugt werde, Sonne, Mond und fünf andere Sterne, die den Namen Planeten führen, zur Abgrenzung und Bewahrung der Zahlenwerte der Zeit entstanden. ...

(Kap. 18; 48e)

Der abermalige Anfang *unserer Untersuchung* über das Weltganze nun sei stärker unterteilt als der vorige. Denn damals unterschieden wir zwei Sorten [Seiendes und Werdendes], jetzt aber müssen wir noch eine von diesen verschiedene dritte Art aufweisen. Reichten doch jene zwei für die frühere Darstellung aus, die eine als Form eines Vorbildes zugrundegelegt, als nur der

Vernunft zugänglich und stets in derselben Weise seiend, die zweite aber als Nachbildung des Vorbildes, als Entstehung habend und sichtbar. Eine dritte aber unterschieden wir früher nicht, da wir meinten, daß die beiden ausreichen würden; doch jetzt scheint die Untersuchung zu dem Versuche uns zu nötigen, eine schwierige und dunkle Form durch Reden zu erhellen. Welche Kraft nun, wollen wir annehmen, hat sie ihrer Natur gemäß? Vor allem eine derartige: daß sie allen Werdens bergender Hort sei wie eine Amme. ...

(Kap. 18; 50a)

Noch einmal aber will ich noch deutlicher mich darüber zu erklären versuchen. Wenn nämlich einer, der alle möglichen Figuren aus Gold gebildet hat, nicht müde würde, jede zu allen *anderen* umzubilden, jemand aber auf eine derselben hinwies und fragte, was das doch sei, dann wäre es bezüglich der Wahrheit bei weitem das Sicherste zu sagen: „Gold“. Das Dreieck aber und all die anderen Figuren, die darin sich bildeten, diese nimmer als seiend zu bezeichnen, da sie ja während solcher Angabe schon wechseln, sondern zufrieden zu sein, wenn er (*der Fragende*) nur das „ein So-beschaffenes“ mit einer gewissen Sicherheit annehmen will. Dieselbe Rede gilt nun auch von der Natur, die alle Körper in sich aufnimmt; diese ist als stets dieselbe zu bezeichnen, denn sie tritt aus ihrem eigenen Wesen durchaus nicht heraus. Nimmt sie doch stets alles auf und hat nie und in schlechterdings keiner Weise eine irgendeinem der Eintretenden ähnliche Gestalt. Denn ihrer Natur nach liegt sie für alles als Prägemasse bereit, die durch die eintretenden Dinge bewegt und gestaltet wird und durch jene bald so, bald anders erscheint. Das Ein- und Austretende aber sind Nachbildungen der ständig seienden Dinge, nach diesen auf eine schwer auszusprechende, wundersame Weise geprägt, der wir ein andermal nachforschen werden.

Im Augenblick aber müssen wir uns dreierlei Arten denken: das, was wird, das, worin es wird, und das, woher nachgebildet das Werdende geboren wird. Und so ist es dann auch angemessen, das Aufnehmende der Mutter, das Woher dem Vater und die zwischen diesen liegende Natur dem Sprößling zu vergleichen und sich klarzumachen, daß, wenn eine Prägung entstehen soll, an welcher jegliche Mannigfaltigkeit zu sehen ist, eben dasjenige, worin sie bei ihrer Prägung auftritt, wohl in keiner anderen Weise gut vorbereitet sein dürfte, als wenn es von der Gestalt all jener Formen frei ist, welche es in irgendwoher in sich aufnehmen soll. Denn wäre es einem der Eintretenden ähnlich, so würde es wohl die Dinge entgegengesetzter oder die ganz verschiedener Natur, wenn sie kämen, bei der Aufnahme schlecht abbilden, indem es das eigene Aussehen daneben sehen ließe. Darum muß auch von allen Formen frei sein, was alle Arten in sich aufnehmen soll. Wie man bei allen Salbölen, die wohlriechend sind, zuerst künstlich dafür sorgt, daß eben dies *gewährleistet* ist: man macht die Flüssigkeiten, die den Duft aufnehmen sollen, möglichst geruchfrei. Wer es aber übernimmt, in etwas Weichem Formen einzuprägen, der läßt nicht zu, daß überhaupt eine Gestalt darin sichtbar vorliegt, sondern ebnet es zuvor ein und macht es möglichst glatt. Ebenso zeimt es also auch dem, was oft die Abbildung aller Dinge, und zwar der immer Seienden, über seine ganze Ausdehnung hin gut aufnehmen soll, selbst seiner Natur nach aller Formen bar zu sein. Demnach wollen wir die Mutter und Aufnehmerin des gewordenen Sichtbaren und ganz und gar sinnlich Wahrnehmbaren weder Erde, noch Luft, noch Feuer, noch Wasser nennen, noch mit dem Namen all dessen, was aus diesem, noch mit dem dessen, woraus diese entstanden, sondern wenn wir es ein unsichtbares, gestaltloses, allaufnehmendes Gebilde, das aber auf eine irgendwie höchst unerklärliche Weise am Denkbaren teilnimmt und äußerst schwierig zu erfassen ist, nennen, so werden wir nichts Falsches sagen. Soweit es aber nach dem Vorhergesagten möglich ist, an seine Natur heranzukommen, möchte

man sich wohl folgendermaßen am richtigsten ausdrücken: Als Feuer erscheine jeweils dessen in Brand geratener Teil, der verflüssigte als Wasser, als Erde und Luft, soweit es immer Abbilder dieser in sich aufnimmt.

(Kap. 18; 52a)

... eine dritte Art sei ferner die des Raumes, immer seiend, Vergehen nicht annehmend, allem, was ein Entstehen besitzt, einen Platz gewährend, selbst aber ohne Sinneswahrnehmung durch ein gewisses Bastard-Denken erfäßbar, kaum zuverlässig.

Aristoteles

Geb. 384 v. Chr. in Stagira; gest. 322 v. Chr. in Chalkis auf Euboia

(aus *Physik*; Bücher I-IV; Felix Meiner Verlag, 1987; Übersetzt von Hans Günter Zekl.)

Buch IV, Kap. 8

Daß es ein Leeres in dieser selbständig für sich bestehenden Weise, wie einige das behaupten, nicht gibt, wollen wir nochmals vortragen: Wenn jeder der einfachen Körper eine natürliche Bewegungsrichtung hat, z.B. Feuer nach oben, Erde nach unten zur Weltmitte hin, so ist es klar, daß nicht das Leere Ursache dieser Fortbewegung sein kann. Von welcher (Bewegungsart) wird das Leere dann Ursache sein können? Es schien doch Ursache zu sein von ortsverändernder Bewegung, von dieser ist es das aber nicht.

Weiter, wenn es so etwas gibt wie „Ort unter Verlust von Körper“, wenn ein Leeres vorliegt, auf welcher Bahn wird sich ein in es eingesetzter Körper wohl bewegen? Sicherlich nicht in jede Richtung.

Dieselbe Überlegung (paßt) auch gegen diejenigen, die da meinen, der Ort sei etwas Für-Sich-Bestehendes, zu welchem hin die Bewegung stattfindet: Wie soll den das da Eingesetzte in Bewegung oder zur Ruhe kommen? Auch bei dem Oben-Unten-Unterschied paßt dieselbe Überlegung wie bei „leer“ – ganz einsichtig: Zu einem Ort machen das Leere die, welche seine Wirklichkeit behaupten. Wie soll dann (etwas) entweder an einem Ort oder in einem Leeren sein können? Es geht ja nicht zusammen, wenn ein bestimmter Körper als ganzer eingesetzt wird als einem für sich bestehenden und beharrenden Ort: Ein Teil von ihm, wenn der nicht getrennt gesetzt wird, wird nicht an dem Ort sein, sondern (nur) an dem Ganzen. – Schließlich wenn nicht (so verstandener) Ort, so wird auch kein Leeres vorhanden sein.

Nun ergibt sich denen, die da sagen, es gebe Leeres als notwendige (Voraussetzung), wenn Bewegung sein soll, eher genau das Gegenteil, wenn man es einmal richtig ansieht, nämlich daß ganz und gar nichts sich überhaupt bewegen kann, wenn Leeres wäre. Wie nämlich bei denen, die behaupten, wegen der Gleichartigkeit (ihres gesamten Umfelds) sei die Erde in Ruhe, so auch hier: Im Leeren muß notwendig (alles) zur Ruhe kommen. Es gibt ja nichts (darin, was etwas veranlassen könnte), sich eher oder weniger auf dieser oder jener Bahn zu bewegen; insofern es leer ist, hat es keinen Unterschied an sich.

Sodann (gilt): Jeder Bewegungsvorgang (vollzieht sich) entweder unter Einwirkung *äußerer Drucks* oder *naturgemäß*. Notwendig (gilt dann folgender Schluß): Wenn es also äußerlich bewirkte (Bewegung) gibt, so muß es auch naturgemäße geben – die äußerlich bewirkte ist gegen die Natur, (Bewegung) entgegen der Natur ist nachgeordnet der naturgemäßen –; wenn also (umgekehrt) nicht jeder der natürlichen Körper eine naturgemäße Bewegung an sich hat, so wird auch keine der anderen Bewegungsformen zur Verfügung stehen. Aber wie soll es denn (Bewegung) der Natur nach geben, wenn es doch gar keinen Unterschied im *Leeren und Unbegrenzten* gibt? Insofern es nämlich *unbegrenzt* ist, kann es Oben, Unten oder Mitte an ihm gar nicht geben, insofern es *leer* ist, sind Oben und Unten an ihm durchaus nicht zu unterscheiden – wie es nämlich an „nichts“ keinerlei Unterscheidung mehr gibt, so auch an „leer“ nicht mehr: „leer“ ist doch offenkundig etwas wie „etwas Nichtseinendes“ und ein „Verlust (von Seiendem)“ –; Fortbewegung der Natur nach hingegen ist (klar) nach Unterschieden gegliedert, also gibt es diese Unterschiede von Natur aus auch. Also (gilt): Entweder gibt es nirgends und für nichts

eine Bewegung von Natur aus, oder, wenn es dies doch geben soll, so gibt es Leeres nicht.

Weiter: Erfahrungsgemäß bewegen sich Wurfgeschosse weiter, wenn das ihnen den Anstoß Gebende sie auch nicht mehr berührt, (und sie tun dies) entweder infolge von wechselseitigem Sich-Umstellen (von Luftteilen und dem Geschosßkörper), wie einige vortragen, oder infolge davon, daß die einmal angestoßene Luft eine Stoßbewegung weitergibt, die schneller ist als die Bewegung des abgestoßenen (Geschosses), mittels derer es zu seinem angestammten Ort sich hinbewegt. Im Leeren steht aber nichts davon zur Verfügung, und es wird da gar keine Fortbewegung geben, außer nur so wie ein (durch andere) Mitgenommenes.

Weiter: Niemand könnte wohl sagen, weswegen denn (im Leeren) etwas in Bewegung Gesetztes einmal irgendwo zum Stillstand kommen sollte: warum hier eher als da? Also, entweder wird (alles) in Ruhe sein, oder es muß notwendig ins Unbegrenzte fortgehende Bewegung sein, wenn nicht etwas Stärkeres hindernd dazwischentritt.

Weiter, es sieht ja scheinbar so aus, als gehe Bewegung in ein Leeres hinein, wegen (der Vorstellung von) *Ausweichen*. Im Leeren gilt derartiges aber nach allen Richtungen in gleicher Weise, also müßte die Bewegung sich in jede Richtung vollziehen.

Weiter, auch aus den folgenden Überlegungen wird einsichtig, was hier vertreten wird: Wir sehen ja, ein und dieselbe körperliche Gewichtsmasse kann *schneller* bewegt werden, aus zwei Ursachen: entweder durch den Unterschied des (Körpers), *durch welchen* (sie bewegt wird), z.B. „durch Wasser oder Erde“ und „durch Wasser oder Luft“; oder durch den Unterschied beim *fortbewegten* Körper (selbst), wenn alles übrige gleichbleibt, in bezug auf Überwiegen von *Schwere* oder *Leichtigkeit*.

[Im Folgenden erläutert Aristoteles diese Vorstellung genauer, wobei er fast an eine mathematische Formel herankommt, die man heute in der Form

$$v = \frac{F}{\eta} \quad (\text{A1.1})$$

ausdrücken würde, wobei v die Geschwindigkeit des Körpers ist, F seine „Schwere“ (als die an ihn angreifende Kraft) und η die „Dichtigkeit“ des Mediums – heute würden wir von Reibungskoeffizient sprechen. Er schließt dann:]

Je körperloser, weniger hinderlich und besser teilbar (der Körper ist), durch welchen die Bewegung vonstatten geht, um so schneller wird die Bewegung sein. „Leer“ aber bildet überhaupt kein Verhältnis, um das es von Körper übertroffen würde, so wie ja auch „nichts“ (kein Verhältnis hat) zu „Zahl“. ... – Deshalb hat auch eine Linie keinen Unterschiedsbetrag zu Punkt, außer man läßt sie aus Punkten zusammengesetzt sein. – Genau so kann auch „leer“ zu „voll“ kein (in Zahlen ausdrückbares) Verhältnis haben, also auch der (entsprechende) Bewegungsablauf nicht, sondern: Wenn (etwas) durch den allerlockersten (Körper) in so und so viel Zeit sich so und so weit fortbewegt, dann übertrifft (eine angenommene Bewegung) durch Leeres jedes (denkbare) Verhältnis.

[Es folgt nochmals ein „Rechenbeispiel“ mit der Schlußfolgerung: „ein Verhältnis von leer zu voll gibt es aber nicht“. Interessant sind auch die Überlegungen zu der Bewegung unterschiedlich schwerer Körper:]

Insoweit sich nun die (Körper) unterscheiden, durch welche die Bewegung geht, ergibt sich das (Gesagte); hinsichtlich des Überwiegens (von Schwere oder Leichtigkeit) auf seiten der fortbewegten Körper aber folgendes: Wir sehen ja, daß (Körper), die größeren Antrieb haben, sei

es an Schwere oder an Leichtheit, wenn alle übrigen Bedingungen gleichbleiben, schneller eine gleiche Strecke durchmessen, und zwar in dem Verhältnis, welches die (dabei vorkommenden) Größen zueinander haben. Das müßte also auch (bei einem Weg) durch eine leere Strecke so sein. Aber das geht nicht: aus welchem Grund soll denn hier die Bewegung schneller vonstatten gehen? Auf erfüllten Wegstrecken gilt es ja mit Notwendigkeit: Schneller teilt auf Grund seiner Kraft das Größere (den durchmessenen Körper) auseinander; entweder teilt es ihn auf Grund seiner äußeren Gestalt oder durch den Antrieb, den ein von sich aus bewegter oder ein losgeschickter (Körper) besitzt. Also müßte (im Leeren) alles gleichschnell sein. Aber das geht nicht.

Buch IV, Kap. 10

... Daß sie [Zeit] nun also entweder überhaupt nicht wirklich ist oder nur unter Anstrengungen und auf dunkle Weise, das möchte man aus folgenden (Tatbeständen) vermuten: Das eine Teilstück von ihr ist *vorübergegangen* und ist (insoweit) nicht (mehr), das andere *steht noch bevor* und ist (insoweit) noch nicht. Aus diesen Stücken besteht sowohl die (ganze) unendliche, wie auch die jeweils genommene Zeit. Was nun aus Nichtseiendem zusammengesetzt ist, von dem scheint es doch wohl unmöglich zu sein, daß es am Sein teilhabe.

Außerdem, von jedem teilbaren (Ding), falls es *ist*, müssen, *solange es ist*, entweder *alle seine Teile sein* oder (doch) einige. Von der Zeit dagegen sind die einen Teile schon vorüber, die anderen stehen noch bevor, *es ist keiner*, und das, wo sie doch teilbar ist. Das „Jetzt“ ist aber nicht Teil: der Teil mißt (das Ganze) aus, und das Ganze muß aus den Teilen bestehen; die Zeit besteht aber ganz offensichtlich nicht aus den „Jetzten“.

... Über die ihr zukommenden (Eigenschaften) seien nun so viele Schwierigkeiten herausgestellt. Was aber die Zeit nun wirklich *ist*, was ihr *Wesen* ist, das bleibt gleichermaßen unklar.
...

Da aber die Zeit in besonderem Maße eine Art *Bewegung* zu sein scheint und Wandel, so wäre dies zu prüfen: Die verändernde Bewegung eines jeden (Gegenstandes) findet statt an dem Sich-Verändernden allein oder dort, wo das in ablaufender Veränderung Befindliche selbst gerade ist; die Zeit dagegen ist in gleicher Weise sowohl überall als auch bei allen (Dingen).

Weiter, Veränderung kann schneller und langsamer ablaufen, Zeit kann das nicht. „Langsam“ und „schnell“ werden ja gerade mit Hilfe der Zeit bestimmt: „schnell“ – das in geringer (Zeit) weit Fortschreitende; „langsam“ – das in langer (Zeit) wenig (Fortschreitende). Die Zeit dagegen ist nicht durch Zeit bestimmt, weder nach der Seite ihres „Wieviel“ noch nach der ihres „Wie-geartet“. *Daß sie also nicht mit Bewegung gleichzusetzen ist*, ist offenkundig; – dabei soll für uns im Augenblick kein Unterschied bestehen zwischen den Ausdrücken „Bewegung“ oder „Wandel“. –

Kap. 11

Aber andererseits, *ohne Veränderung* (ist sie) *auch nicht*: Wenn wir selbst in unserem Denken keine Veränderung vollziehen oder nicht merken, daß wir eine vollzogen haben, dann scheint uns keine Zeit vergangen zu sein. ... Wenn also der Eindruck, es vergehe keine Zeit, sich uns dann ergibt, wenn wir keine Veränderung bestimmend erfassen können, sondern das Bewußtsein in einem einzigen, unmittelbaren (Jetzt) zu bleiben scheint, wenn andererseits wir (Veränderung) wahrnehmen und abgrenzend bestimmen und dann sagen, *es sei Zeit vergangen*, so ist offenkun-

dig, daß ohne Bewegung und Veränderung Zeit nicht ist. Daß somit Zeit nicht gleich Bewegung, andererseits aber auch nicht ohne Bewegung ist, leuchtet ein.

Wir müssen also, da wir ja danach fragen, was die Zeit ist, von dem Punkt anfangen, daß wir die Frage aufnehmen, *was an dem Bewegungsverlauf sie denn ist*. Wir nehmen Bewegung und Zeit ja zugleich wahr. Ja auch, wenn Dunkelheit herrscht und wir über unseren Körper nichts erfahren, wenn jedoch in unserem Bewußtsein irgendein Vorgang abläuft, dann scheint alsbald auch zugleich ein Stück Zeit vergangen zu sein. Indessen, auch (umgekehrt): Wenn eine Zeit vergangen zu sein scheint, scheint gleichzeitig auch eine bestimmte Bewegung vor sich gegangen zu sein. Also: Entweder ist die Zeit gleich Bewegung, oder sie ist etwas an dem Bewegungsverlauf. Da sie nun aber gleich Bewegung eben nicht war, so muß sie etwas an dem Bewegungsverlauf sein.

Da nun ein Bewegtes sich *von etwas fort zu etwas hin* bewegt und da jede (Ausdehnungs-)Größe *zusammenhängend* ist, so folgt (hierin) die Bewegung der Größe: Wegen der Tatsache, daß Größe immer zusammenhängend ist, ist auch *Bewegungsverlauf* etwas Zusammenhängendes, infolge der Bewegung aber auch die *Zeit*: Wie lange die Bewegung verlief, genau soviel Zeit ist anscheinend jeweils darüber vergangen. Die Bestimmungen „davor“ und „danach“ gelten also ursprünglich im Ortsbereich; da sind es also Unterschiede der Anordnung; indem es nun aber auch bei (Raum-)Größen das „davor“ und „danach“ gibt, so muß notwendigerweise auch in dem Bewegungsverlauf das „davor“ und „danach“ begegnen, entsprechend den (Verhältnissen) dort. Aber dann gibt es auch in der Zeit das „davor“ und „danach“, auf Grund dessen, daß hier ja der eine Bereich dem anderen unter ihnen nachfolgt. Es ist aber das „davor“ und „danach“ bei der Bewegung (nichts anderes als), was Bewegung eben ist; allerdings dem begrifflichen Sein nach ist es unterschieden davon und nicht gleich Bewegung. Aber auch in der Zeit erfassen wir, indem wir Bewegungsabläufe abgrenzen, und dies tun wir mittels des „davor“ und „danach“. Und wir sagen, daß Zeit vergangen sei, wenn wir von einem „davor“ und einem „danach“ bei der Bewegung Wahrnehmung gewinnen. Die Absetzung vollziehen wir dadurch, daß wir sie (die Abschnitte) immer wieder als je andere annehmen und mitten zwischen ihnen ein weiteres, von ihnen Verschiedenes (ansetzen). Wenn wir nämlich die Enden als von der Mitte verschieden begreifen und das Bewußtsein zwei Jetzte anspricht, das eine davor, das andere danach, dann sprechen wir davon, dies sei Zeit: *Was nämlich begrenzt ist durch ein Jetzt, das ist offenbar Zeit*. Und das soll zugrundegelegt sein.

Wenn wir also das Jetzt als ein einziges wahrnehmen und nicht entweder als ein „davor“ und „danach“ bei Bewegungsablauf oder als die (eine und) selbe (Grenze) zwischen einem vorherigen und einem nachherigen (Ablauf), dann scheint keinerlei Zeit vergangen zu sein, weil ja auch keine Bewegung (abliefe). Wenn dagegen ein „davor“ und „danach“ (wahrgenommen) wird, dann nennen wir es Zeit. Denn eben *das ist Zeit: Die Meßzahl von Bewegung hinsichtlich des „davor“ und „danach“*.

Also: Nicht gleich Bewegung ist die Zeit, sondern insoweit die Bewegung Zahl an sich hat (gehört sie zu ihr). Ein Beleg dafür: Das „mehr“ und „weniger“ entscheiden wir mittels der Zahl, mehr oder weniger Bewegung mittels der Zeit; *eine Art Zahl ist also die Zeit*.

Da nun die (Bestimmung) „Zahl“ in zweifacher Bedeutung vorkommt – wir nennen ja sowohl das *Gezählte* und das *Zählbare* „Zahl“, wie auch das, *womit wir zählen*, so fällt also Zeit unter

„Gezähltes“, und nicht unter „womit wir zählen“.

...

Daß also die Zeit Zahlmoment an der Bewegung hinsichtlich des „davor“ und „danach“, und daß sie zusammenhängend ist – denn sie ist bezogen auf ein Zusammenhängendes –, ist offenkundig. ...

Kap. 13

... *Geht es also einmal mit ihr zu Ende?* Oder nicht, wenn es doch Bewegung immer gibt? Ist sie also eine (je) andere, oder (kehrt) die gleiche (Zeit) oftmals wieder? Klar ist: Wie die Bewegung, so auch die Zeit; wenn nämlich ein und dieselbe (Bewegung) einmal wiederkehrt, so wird auch die Zeit eine und dieselbe sein, andernfalls jedoch nicht. Da das Jetzt Ende und Anfang von Zeit (darstellt), nur nicht von dem gleichen (Stück), sondern des Vergangenen Ende, Anfang des Bevorstehenden, so mag wohl, wie der Kreis an der gleichen Stelle irgendwie Gekrümmtes und Hohles (vereint), so auch die Zeit sich stets als am Anfang und am Ende verhalten. Deswegen erscheint sie als je verschieden; das Jetzt ist ja nicht Anfang und Ende des gleichen (Stücks); sonst wäre es ja zugleich und in gleicher Hinsicht das Gegenteil von sich selbst. *Und so hört* (die Zeit) *also nie auf*; sie ist ja immer (wieder) am Anfang.

Augustinus

Aurelius Augustinus; geb. 13.11.354 in Souk-Ahras (Algerien), gest. 28.8.430 in Annaba (Algerien)

(aus *Confessiones* - *Bekenntnisse*; Kösel-Verlag, München, 1980, 4. Auflage; übersetzt von Joseph Bernhart.)

Buch 11

... Was ist also „Zeit“? Wenn mich niemand danach fragt, weiß ich es; will ich einem Fragenden es erklären, weiß ich es nicht.

...

So vollzieht sich das Ganze, indem der gegenwärtige Bewußtseinsakt das noch Künftige in die Vergangenheit hinüberschafft, so daß um die Minderung der Zukunft die Vergangenheit wächst, bis schließlich durch Aufbrauch des Künftigen das Ganze vollends vergangen ist.

Aber - wie kann das Künftige, das noch gar nicht „ist“, abnehmen oder aufgebraucht werden; wie kann das Vergangene wachsen, das doch nicht mehr „ist“? Nicht eben deshalb, weil im Geiste, der dies wirkt, ein Dreifaches da ist? Nämlich: er erwartet, er nimmt wahr, er erinnert sich, so daß also das, was er erwartet, durch das hindurch, was er wahrnimmt, übergeht in das, woran er sich erinnert. Gewiß, Künftiges „ist“ noch nicht, aber dennoch ist im Geiste Erwartung von Künftigem. Gewiß, Vergangenes „ist“ nicht mehr, aber dennoch ist im Geiste noch Erinnerung an Vergangenes. Gewiß, Gegenwart ist ohne Ausdehnung, weil sie im Augenblick ist und nicht mehr ist, aber dennoch dauert die Wahrnehmung, über die hin es in einem fort geschieht, daß, was er dasein wird, auch schon dagewesen ist. - Also lang ist nicht künftige Zeit, die nicht „ist“, sondern eine lange künftige Zeit ist nur eine lang sich dehnende Erwartung von Künftigem; und lang ist nicht eine vergangene Zeit, die nicht „ist“, sondern lange Vergangenheit ist lediglich eine langhin sich erstreckende Erinnerung an Vergangenes.

...

Einen Gelehrten hörte ich sagen, die Bewegungen von Sonne, Mond und Sternen seien selber die Zeit; ich habe nicht zugestimmt. Warum sollte dann die Zeit nicht eher die Bewegung von Körpern überhaupt sein? Oder gäbe es wirklich, wenn des Himmels Lichter stilleständen und eine Töpferscheibe sich drehte, keine Zeit, diese Umläufe zu messen und je nachdem zu sagen, die Scheibe gehe in gleichen Weilchen um, oder, wenn sie bald langsamer sich bewegte, bald schneller, die Umläufe währten bald länger, bald kürzer? ...

... Nun behaupte ich meinesteils nicht, daß die Umlaufsdauer jener kleinen Holzscheibe ein Tag sei, aber auch jener Gelehrte sollte nicht behaupten wollen, sie sei deshalb gar nicht Zeit.

Was ich erkennen möchte, ist Sein und Seinsmacht der Zeit, die es möglich macht, die Bewegungen von Körpern zu messen und dann zu sagen, diese Bewegung währe beispielsweise doppelt so lang wie jene. Meine Frage hat ihren Grund. Man nennt ja Tag nicht nur die Dauer, während welcher die Sonne am Himmel steht, wonach denn Tag etwas anderes ist und Nacht etwas anderes, sondern auch die Dauer ihres völligen Umlaufs von Aufgang zu Aufgang, wonach wir denn sagen: „So und so viele Tage sind seither verflossen“, mithin die Tage mit ihren Nächten meinen und die Nächte nicht eigens rechnen. Da also ein Tag in diesem Sinne zustandekommt

durch Bewegung und Umlauf der Sonne von Aufgang zu Aufgang, so frage ich, was nun eigentlich der Tag ist: ob diese Bewegung selber, oder aber die Dauer, die sie beansprucht, oder beides zumal.

Wäre Tag die Sonnenbewegung, so hätten wir folgerecht einen Tag auch dann, wenn die Sonne im Zeitraum einer einzigen Stunde ihren Lauf vollendete. Wäre Tag die Bewegungsdauer des ordnungsgemäßen Sonnenumlaufs, so hätten wir folgerecht dann keinen Tag, wenn die Zeitspanne von einem Sonnenaufgang bis zum nächsten nur eine Stunde betrüge, sondern vierundzwanzigmal müßte die Sonne umlaufen, um einen Tag zu bilden. Wäre Tag beides zumal, so könnte man von einem Tag weder dann sprechen, wenn im Zeitraum einer Stunde die Sonne ihren ganzen Umlauf vollendete, noch auch dann, wenn ohne Sonnenbewegung so viel Zeit abliefe, als die Sonne ordnungsgemäß braucht zur Vollendung ihres ganzen Kreislaufes von einem Morgen zum andern.

So will ich jetzt nicht weiter danach fragen, was das sei, was man Tag nennt, sondern danach, was die Zeit sei, mit der wir den Sonnenumlauf messen ...

Also komme mir niemand mit der Behauptung, die Zeiten seien die Bewegungen der Himmelskörper. ...

Galileo Galilei

geb. 15.2.1564 in Pisa; gest. 8.1.1642 in Arcetri (bei Florenz)

(aus: *Dialog über die beiden hauptsächlichen Weltsysteme, das ptolemäische und das kopernikanische*; Teubner Stuttgart, 1982; aus dem Italienischen übersetzt von Emil Strauss.)

Salvati: ... Schließt Euch in Gesellschaft eines Freundes in einem möglichst großen Raum unter dem Deck eines großen Schiffes ein. Verschafft Euch dort Mücken, Schmetterlinge und ähnliches fliegendes Getier; sorgt auch für ein Gefäß mit Wasser und kleinen Fischen darin; hängt ferner oben einen kleinen Eimer auf, welcher tropfenweise Wasser in ein zweites enghalsiges darunter gestelltes Gefäß träufeln läßt. Beobachtet nun sorgfältig, solange das Schiff stille steht, wie die fliegenden Tierchen mit der nämlichen Geschwindigkeit nach allen Seiten des Zimmers fliegen. Man wird sehen, wie die Fische ohne irgend welchen Unterschied nach allen Richtungen schwimmen; die fallenden Tropfen werden alle in das untergestellte Gefäß fließen. Wenn Ihr Euerem Gefährten einen Gegenstand zuwerft, so braucht Ihr nicht kräftiger nach der einen als nach der anderen Richtung zu werfen, vorausgesetzt, daß es sich um gleiche Entfernungen handelt. Wenn Ihr, wie man sagt, mit gleichen Füßen einen Sprung macht, werdet Ihr nach jeder Richtung hin gleichweit gelangen. Achtet darauf, Euch aller dieser Dinge sorgfältig zu vergewissern, wiewohl kein Zweifel obwaltet, daß bei ruhendem Schiffe alles sich so verhält. Nun laßt das Schiff mit jeder beliebigen Geschwindigkeit sich bewegen: Ihr werdet – wenn nur die Bewegung gleichförmig ist und nicht hier- und dorthin schwankend – bei allen genannten Erscheinungen nicht die geringste Veränderung eintreten sehen. Aus keiner derselben werdet Ihr entnehmen können, ob das Schiff fährt oder stille steht. Beim Springen werdet Ihr auf den Dielen die nämlichen Strecken zurücklegen wie vorher, und wiewohl das Schiff aufs schnellste sich bewegt, könnt Ihr keine größeren Sprünge nach dem Hinterteile als nach dem Vorderteile zu machen: und doch gleitet der unter Euch befindliche Boden während der Zeit, wo Ihr Euch in der Luft befindet, in entgegengesetzter Richtung zu Euerem Sprunge vorwärts. Wenn Ihr Euerem Gefährten einen Gegenstand zuwerft, so braucht Ihr nicht mit größerer Kraft zu werfen, damit er ankomme, ob nun der Freund sich im Vorderteile und Ihr Euch im Hinterteile befindet oder ob Ihr umgekehrt steht. Die Tropfen werden wie zuvor in das untere Gefäß fallen, kein einziger wird nach dem Hinterteile zu fallen, obgleich das Schiff, während der Tropfen in der Luft ist, viele Spannen zurücklegt. Die Fische im Wasser werden sich nicht mehr anstrengen müssen, um nach dem vorangehenden Teile des Gefäßes zu schwimmen als nach dem hinterher folgenden; sie werden sich vielmehr mit gleicher Leichtigkeit nach dem Futter begeben, auf welchen Punkt des Gefäßrandes man es auch legen mag. Endlich werden auch die Mücken und Schmetterlinge ihren Flug ganz ohne Unterschied nach allen Richtungen fortsetzen. Niemals wird es vorkommen, daß sie gegen die dem Hinterteil zugekehrte Wand gedrängt werden, gewissermaßen müde von der Anstrengung dem schnellfahrenden Schiffe nachfolgen zu müssen, und doch sind sie während ihres langen Aufenthaltes in der Luft von ihm getrennt. Verbrennt man ein Korn Weihrauch, so wird sich ein wenig Rauch bilden, man wird ihn in die Höhe steigen, wie eine kleine Wolke dort schweben und unterschiedslos sich nicht mehr nach der einen als nach der anderen Seite hin bewegen sehen. Die Ursache dieser Übereinstimmung aller Erscheinungen liegt darin, daß die Bewegung des Schiffes allen darin enthaltenen Dingen, auch der Luft, gemeinsam zukommt.

René Descartes

geb. 31.3.1596 in La Haye (Touraine); gest. 11.2.1650 in Stockholm

(aus: Principia Philosophiae – *Die Prinzipien der Philosophie*; Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1992; übersetzt von Artur Buchenau.)

Teil II: Über die Prinzipien der körperlichen Dinge

10. Denn auch der Sache nach ist der Raum oder innere Ort und die in ihm enthaltene körperliche Substanz nur der Art nach verschieden, wie sie von uns vorgestellt werden; denn in Wahrheit ist die Ausdehnung in Länge, Breite und Tiefe, welche den Raum ausmacht, dieselbe mit der, welche den Körper ausmacht. Der Unterschied liegt aber darin, daß wir sie im Körper als etwas Besonderes betrachten und annehmen, sie verändere sich so oft, als der Körper seinen Ort wechselt; dagegen geben wir dem Raum eine gattungsmäßige Einheit, sodaß mit dem Wechsel des ihn erfüllenden Körpers doch kein Wechsel in der Ausdehnung des Raumes angenommen wird; er gilt vielmehr als ein und derselbe, solange seine Größe und Gestalt bleibt und er dieselbe Lage zwischen den äußeren Körpern behält, durch welche wir diesen Raum bestimmten.

11. Wir werden aber leicht erkennen, daß es dieselbe Ausdehnung ist, welche die Natur des Körpers und die Natur des Raumes ausmacht, und daß beide sich nicht mehr unterscheiden als die Natur der Gattung oder Art von der Natur des Einzelnen, wenn wir auf die Vorstellung achten, die wir von einem Körper haben, z.B. von einem Steine, und alles davon abtrennen, was nicht zur Natur des Körpers gehört. So wollen wir zuerst die Härte abtrennen, weil der Stein bei seinem Flüssigwerden oder seiner Umwandlung in ganz feines Pulver sie verliert und doch ein Körper bleibt. Auch die Farbe wollen wir entfernen, weil wir oft durchsichtige Steine ohne alle Farbe sehen; auch die Schwere, denn nichts ist leichter als das Feuer, und doch gilt es für einen Körper; endlich die Kälte und Wärme und alle anderen derartigen Qualitäten, weil man sie in dem Steine nicht bemerkt oder ihr Wechsel am Steine nicht als Verlust seiner körperlichen Natur gilt. So werden wir bemerken, daß in der Vorstellung des Steines beinahe nichts übrig bleibt als die Ausdehnung in die Länge, Breite und Tiefe, welche ebenso in der Vorstellung des Raumes ist, mag er nun von einem Körper erfüllt oder leer sein.

12. In der Art des Vorstellens ist aber ein Unterschied; auch wenn man den Stein von dem Raume oder Ort, in dem er ist, abtrennt, meint man, daß auch seine Ausdehnung davon abgetrennt ist, da man diese für eine besondere und von ihm untrennbare ansieht; trotzdem aber bleibt die Ausdehnung des Ortes, worin der Stein sich befand, und gilt als dieselbe, mag dieser Ort des Steines nun von Holz oder Wasser oder Luft oder einem anderen Körper ausgefüllt werden oder selbst als leer angesehen werden. Hier wird nämlich die Ausdehnung im allgemeinen (in genere) betrachtet, und sie gilt deshalb als dieselbe für den Stein, das Holz, das Wasser, die Luft und andere Körper, ja selbst für das Leere, wenn es ein solches gibt, solange sie nur dieselbe Größe, Gestalt und Lage zwischen den äußeren Körpern behält, welche diesen Raum begrenzen.

13. Die Worte „Ort“ und „Raum“ bezeichnen nämlich nicht etwas von dem darin befindlichen Körper Verschiedenes, sondern nur seine Größe, Gestalt und Lage zwischen anderen Körpern. Um diese Lage zu bestimmen, müssen wir auf die anderen Körper achten, die wir dabei als unbewegt annehmen, und je nachdem man dabei verschiedene berücksichtigt, kann

man sagen, daß ein Ding zu derselben Zeit sich bewegt und sich nicht bewegt. Wenn z.B. ein Schiff auf dem Meer fährt, so bleibt der in der Kajüte Sitzende immer an derselben Stelle, wenn man nur die Schiffsteile beachtet, zwischen denen er seine Stelle bewahrt; zugleich aber wechselt er ständig seinen Ort, wenn man die Küste beachtet, da er hier beständig sich von der einen entfernt und der anderen nähert. Und wenn wir annehmen, daß die Erde sich bewegt und genau so viel von Westen nach Osten geht, als das Schiff inzwischen von Osten nach Westen fährt, so werden wir wieder sagen können, daß der in der Kajüte Sitzende seinen Ort nicht ändert, wenn wir die Bestimmung dieses Ortes von gewissen festen Punkten am Himmel abnehmen. Nehmen wir endlich an, daß es keine solche unbewegte Stellen in der Welt gibt, wie das unten als wahrscheinlich dargelegt wird, so können wir schließen, daß es keinen festen und bleibenden Ort für irgend eine Sache in der Welt gibt, außer insofern er durch unser Denken bestimmt wird.

14. Die Worte „Ort“ und „Raum“ unterscheiden sich insofern, als der Ort mehr die bestimmte Lage bezeichnet, als die Größe und Gestalt; dagegen denken wir bei dem Raume mehr an letztere. Denn man sagt oft, daß eine Sache den Ort einer anderen annimmt, wenn sie auch nicht genau dieselbe Größe und Gestalt hat, und meint dann nicht, daß sie deshalb denselben Raum einnimmt, wie die andere Sache; und wenn sie ihre Lage verändert, sagen wir allemal, daß sie den Ort wechselt, obgleich ihre Größe und Gestalt unverändert bleibt. Ebenso meint man, wenn man von einer Sache sagt, daß sie an diesem Orte ist, nur dieselbe Lage zwischen anderen Dingen, und wenn wir hinzufügen, daß sie diesen Raum oder diesen Ort ausfüllt, so meint man, daß sie außerdem von derselben Größe und Gestalt ist.

15. So nehmen wir mithin den Raum immer als die Ausdehnung nach Länge, Breite und Tiefe; aber den Ort fassen wir bald als ein Innerliches der darin befindlichen Sache, bald als ein ihr Äußerliches auf. Der innerliche ist dasselbe wie der Raum, der äußere dagegen ist gleich der Oberfläche, welche sie um das in dem Ort Befindliche herumzieht. Unter Oberfläche (*superficies*) ist hier nicht ein *Teil* des umgebenden Körpers zu verstehen, sondern nur die *Grenze* zwischen dem umgebenden Körper und dem, was umgeben wird. Sie ist nur ein Zustand, oder es wird unter Oberfläche wenigstens das Gemeinsame verstanden, was nicht mehr Teil des einen wie des anderen Körpers ist, sondern immer als dasselbe angesehen wird, da es dieselbe Größe und Gestalt behält. Denn wenn auch jeder umgebende Körper mit seiner Oberfläche sich ändert, so nimmt man doch die von ihm umgebene Sache deshalb nicht als bewegt an, wenn sie ihre Lage zu den anderen Körpern, die als unbewegt gelten, nicht ändert. Wenn z.B. ein Schiff von der einen Seite durch den Strom und auf der anderen von dem Winde entgegen mit gleicher Kraft getrieben wird, ohne dabei seine Lage zwischen den Ufern zu verändern, so wird man leicht einsehen, daß es an demselben Orte bleibt, obgleich die ganze Oberfläche sich bewegt.

16. Ein *Leeres* (*vacuum*) im philosophischen Sinne, d.h. ein solches, in dem sich keine Substanz befindet, kann es offenbar nicht geben, weil die Ausdehnung des Raums oder inneren Ortes von der Ausdehnung des Körpers nicht verschieden ist. Denn da man schon aus der Ausdehnung des Körpers nach Länge, Breite und Tiefe richtig folgert, daß er eine Substanz ist, weil es widersprechend ist, daß das Nichts eine Ausdehnung habe, so muß dasselbe auch von dem Raume gelten, der als leer angenommen wird, nämlich daß, da eine Ausdehnung in ihm ist, notwendig auch eine Substanz in ihm sein muß.

17. Auch pflegt man gewöhnlich unter dem Worte „leer“ nicht einen Ort oder Raum, in dem

überhaupt nichts ist, zu verstehen, sondern nur einen solchen, worin keine von den Dingen sind, die, wie man denkt, darin sein müßten. So gilt ein Wassergefäß für leer, wenn es nur mit Luft angefüllt ist; so heißt es, daß nichts in dem Fischbehälter sei, obgleich er voll Wasser ist, wenn keine Fische darin sind; so gilt ein zum Warentransport eingerichtetes Schiff als leer, wenn es bloß mit Ballast, um die Gewalt des Windes zu brechen, beladen ist; so gilt endlich ein Raum als leer, in dem nichts wahrgenommen wird, wenn er auch ganz mit geschaffener und selbständig existierender Materie angefüllt ist, weil man nur die sinnlich wahrgenommenen Dinge zu beachten pflegt. Wenn wir aber später, ohne auf diese Bedeutung des Wortes „leer“ und „nichts“ zu achten, von dem „leer“ genannten Raume meinen, daß er bloß nichts Wahrnehmbares, sondern überhaupt keinen Gegenstand enthalte, so geraten wir in denselben Irrtum, wie wenn wir deshalb, weil ein Wassergefäß, in dem nur Luft ist, leer genannt zu werden pflegt, die darin enthaltene Luft für keine selbständige Sache wollen gelten lassen.

18. Wir sind beinahe alle von Kindheit an in diesen Irrtum geraten, weil wir keine notwendige Verbindung zwischen dem Gefäß und seinem Inhalt bemerkten und deshalb annahmen, Gott könne den erfüllenden Körper aus dem Gefäß nehmen, ohne daß ein anderer Körper dann nachfolge. Allerdings ist zwischen dem Gefäß und seinem zufälligen Inhalt keine Verbindung, aber wohl besteht eine große, ja notwendige zwischen der hohlen Gestalt des Gefäßes und seiner Ausdehnung überhaupt, welche in dieser Höhlung enthalten ist. Es ist deshalb ebenso widersprechend, einen Berg ohne Tal vorzustellen, als jene Höhlung ohne die ihr enthaltene Ausdehnung, oder diese Ausdehnung ohne eine ausgedehnte Substanz vorzustellen; denn, wie gesagt, das Nichts kann keine Ausdehnung haben. Fragt man aber, was werden würde, wenn Gott alle in einem Gefäß vorhandenen Körper wegnähme und keinem anderen an deren Stelle einzutreten gestattete, so ist zu antworten, daß die Wände des Gefäßes sich dann berühren würden. Denn wenn zwischen zwei Körpern nichts inneliegt, so müssen sie sich notwendig berühren, und es ist ein offener Widerspruch, daß sie voneinander abstehen, oder daß ein Abstand zwischen ihnen sei und dieser Abstand doch nichts sei. Denn jeder Abstand ist ein Zustand der Ausdehnung und kann deshalb nicht ohne eine ausgedehnte Substanz sein.

...

24. Die Bewegung (nämlich die örtliche, denn eine andere kann ich mir nicht denken und deshalb auch in der natürlichen Welt nicht annehmen), also die Bewegung, sage ich, ist im gewöhnlichen Sinne nur *eine Tätigkeit, wodurch ein Körper aus einem Ort an einen anderen übergeht*. So wie man nach dem Obigen von derselben Sache zugleich aussagen kann, daß sie ihren Ort verändert und nicht verändert, ebenso kann man von ihr zugleich Bewegung und Ruhe aussagen. Wer z.B. auf einem aus dem Hafen fahrenden Schiffe sitzt, meint, daß er sich bewege, wenn er nach der Küste blickt und diese für ruhend ansieht; aber nicht, wenn er nur das Schiff beachtet, zu dessen Teilen er immer dieselbe Lage behält. Ja, insofern wir in jeder Bewegung eine Tätigkeit annehmen und in der Ruhe das Aufhören einer solchen, wird dann richtig gesagt, daß er ruht, als daß er sich bewegt, weil er keine Tätigkeit an sich wahrnimmt.

25. Betrachten wir jedoch nicht nach der gewöhnlichen Auffassung, sondern der Wahrheit nach das, was unter Bewegung zu verstehen ist, um ihr eine bestimmte Natur zuzusprechen, so kann man sagen, *sie sei die Überführung eines Teiles der Materie oder eines Körpers aus der Nachbarschaft der Körper, die ihn unmittelbar berühren, und die als ruhend angesehen werden, in die Nachbarschaft anderer*. Ich verstehe hier unter einem Körper oder einem Teile

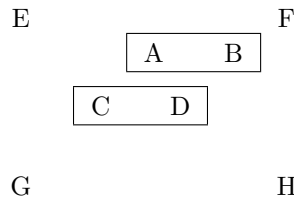
der Materie alles das, was gleichzeitig überführt wird, wenn es auch aus vielen Teilen besteht, die untereinander andere Bewegungen haben. Ich sage „*Überführung*“ und nicht: die Kraft oder Tätigkeit, welche überführt, um zu zeigen, daß die Bewegung immer in der bewegten, nicht in der bewegenden Sache ist, welche beide man nicht sorgfältig genug unterscheidet, und daß sie bloß ein Zustand ist und keine für sich bestehende Sache, ähnlich wie die Gestalt nur ein Zustand der gestalteten Sache, und die Ruhe nur ein Zustand der ruhenden Sache ist.

26. Denn es ist hier zu bemerken, daß wir an einem großen Vorurteile leiden, indem wir zur Bewegung mehr Tätigkeit wie zur Ruhe für erforderlich halten. Man hat dies von Kindheit so angenommen, weil unser Körper von unserem Willen bewegt wird, dessen wir uns genau bewußt sind, und weil er ruht, bloß weil er durch seine Schwere an der Erde haftet, deren Kraft wir nicht wahrnehmen. Denn die Schwere und andere von uns nicht bemerkte Ursachen widerstehen den Bewegungen, die wir in unseren Gliedern erwecken wollen, und bewirken die Müdigkeit; ...

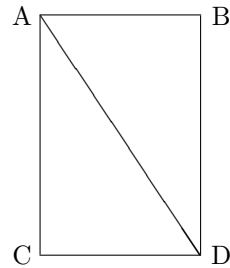
28. Ich habe ferner gesagt, daß die *Überführung* aus der Nachbarschaft anderer geschehe, und nicht, daß sie aus einem Ort in den anderen geschehe, weil, wie oben erwähnt, die Bedeutung des Wortes Ort verschieden ist und von unserem Denken abhängt. Wenn man aber unter Bewegung diejenige *Überführung* versteht, welche aus der Nachbarschaft der anstoßenden Körper geschieht, so kann man, weil in demselben Zeitpunkt nur einzelne bestimmte Körper an das Bewegliche stoßen können, demselben nicht zu derselben Zeit mehrere Bewegungen zuteilen, sondern nur *eine*.

29. Ich habe endlich gesagt, daß diese *Überführung* aus der Nachbarschaft nicht beliebiger anstoßender Körper geschehe, sondern nur solcher, welche als ruhend gelten. Denn die *Überführung* selbst (Figur 1) ist gegenseitig, und man kann sich nicht vorstellen, daß der Körper AB aus der Nachbarschaft des Körpers CD fortgeführt wird, ohne zugleich vorzustellen, daß der Körper CD aus der Nachbarschaft von AB fortgeführt wird; und es ist von der einen Seite gerade so viel Kraft und Tätigkeit nötig als von der anderen. Wenn man deshalb der Bewegung eine eigene und nicht bloß auf anderes bezogene Natur zuteilen will, so müßte man, wenn zwei sich berührende Körper, der eine nach dieser Seite und der andere nach jener fortgeführt werden, sagen, daß die Bewegung nur in dem einen und nicht auch in dem anderen enthalten ist. Dies würde indes zu sehr gegen den Sprachgebrauch verstoßen. Denn wir sind daran gewöhnt, auf der Erde zu stehen, und betrachten diese als ruhend, und wenn wir auch einzelne ihrer Teile, die an kleinere Körper anstoßen, sich aus deren Nachbarschaft entfernen sehen, so nehmen wir doch nicht an, daß deshalb die Erde sich bewege.

30. Der Hauptgrund dafür ist, daß man die Bewegung auf den ganzen Körper bezieht, der sich bewegt, und deshalb jene nicht als eine der ganzen Erde angesehen werden kann, wenn nur einzelne ihrer Teile sich aus der Nachbarschaft kleinerer an sie anstoßenden Körper entfernen, da man oft mehrere solche einander entgegengesetzte Bewegungen auf ihr bemerken kann. Wenn (Figur 1) etwa der Körper EFGH die Erde ist, und auf ihr gleichzeitig der Körper AB sich von E nach F bewegt, und CD von H nach G, so werden zwar dadurch die an den Körper AB anstoßenden Körper von B nach A überführt, und es kann in ihnen keine geringere oder andere Tätigkeit zu dieser *Überführung* vorhanden sein, als in dem Körper AB; allein trotzdem nehmen wir nicht an, daß die Erde sich von B nach A bewege oder von Abend nach Morgen, denn aus demselben Grunde müßte man ja deshalb, weil ihre an den Körper CD stoßenden Teile von C nach D übergeführt werden, annehmen, die Erde bewege sich auch in der anderen



Figur 1



Figur 2

Abbildung A1.1: Figur 1 und Figur 2 aus Descartes *Die Prinzipien der Philosophie*.

Richtung von Osten nach Westen, was dem widersprechen würde. Wir wollen deshalb, um nicht so sehr von dem gewöhnlichen Sprachgebrauch abzuweichen, hier nicht sagen, daß die Erde sich bewegt, sondern nur die Körper AB und CD. Gleiches gilt von dem übrigen. Indes ist einstweilen festzuhalten, daß alles Reale und Positive in den Körpern, weshalb sie bewegt genannt werden, sich auch in den an sie anstoßenden Körpern befindet, welche doch nur als ruhend gelten.

31. Obgleich *ein* Körper nur *eine* ihm eigene Bewegung hat, weil er nur von einzelnen bestimmten Körpern, die an ihn stoßen und ruhen, sich entfernt, so kann er doch an unendlich vielen anderen Bewegungen teilnehmen, wenn er nämlich einen Teil anderer Körper bildet, welche besondere Bewegungen haben. Wenn z.B. jemand auf einem Schiffe mit einer Uhr in der Tasche wandert, so bewegen sich die Räder dieser Uhr nur mit der einen, ihnen eigentümlichen Bewegung; aber sie nehmen auch an einer anderen teil, sofern sie dem wandernden Menschen folgen und mit ihm einen materiellen Teil bilden; wieder an einer anderen, sofern sie zum dem auf dem Meere sich bewegenden Schiffe gehören, und wieder an einer anderen, sofern sie zu dem Meere gehören, und endlich wieder an einer anderen, sofern sie zur Erde gehören, wenn nämlich die ganze Erde sich bewegt. Alle diese Bewegungen sind in Wahrheit in diesen Uhrädern; da man sie indes nicht leicht in so großer Anzahl zugleich vorstellen und insgesamt erkennen kann, so genügt es, nur die Bewegung an jedem Körper zu betrachten, welche ihm eigentümlich ist.

32. Es kann ferner diese *eine* dem Körper eigene Bewegung anstatt vieler gelten. So unterscheiden wir an den Wagenrädern zwei verschiedene Bewegungen, eine kreisrunde um die Achse und eine längs des gefahrenen Weges. Allein diese beiden Bewegungen sind darum noch nicht wirklich verschieden; denn ein bestimmter Punkt des bewegten Körpers beschreibt nur *eine* Linie. Es ist dabei gleichgültig, daß diese Linie oft in sich zurückbiegt und deshalb aus mehreren Bewegungen entsprungen zu sein scheint; denn man kann sich vorstellen, daß auf diese Weise jede Linie, selbst die gerade, die einfachste von allen, aus unendlich vielen Bewegungen entstanden ist. Wenn z.B. die Linie AB (Figur 2) sich nach CD bewegt, und gleichzeitig der Punkt A nach B, so wird die gerade Linie AD, welche dieser Punkt A beschreiben wird, nicht weniger von zwei geraden Bewegungen von A nach B und von AB nach CD abhängen, als die von einem Punkt des Rades beschriebene krumme Linie von einer geraden und kreisrunden Bewegung abhängt. Es ist deshalb zum leichteren Verständnis oft nützlich, *eine* Bewegung auf diese Weise in mehrere aufzulösen; absolut gesprochen gibt es aber an jedem Körper nur *eine* einzige Bewegung.

...

Teil III: Über die sichtbare Welt

28. Hier muß man sich an das oben über die Natur der Bewegung Gesagte erinnern; daß sie nämlich (im eigentlichen Sinne und gemäß dem wirklichen Sachverhalt) nur die Überführung eines Körpers aus der Nachbarschaft der ihn berührenden Körper, welche als ruhend gelten, in die Nachbarschaft anderer ist. Oft wird aber im gemeinen Leben jede Tätigkeit, wodurch ein Körper aus einem Ort in einen anderen wandert, Bewegung genannt, und in diesem Sinne kann man sagen, daß eine Sache sich zugleich bewegt und nicht bewegt, je nach dem Orte, auf den man sie bezieht. Hieraus folgt, daß weder die Erde noch die anderen Planeten eine eigentliche Bewegung haben, weil sie sich nicht aus der Nachbarschaft der sie berührenden Himmelsstoffe entfernen, und diese Stoffe als in sich unbewegt angenommen werden; denn dazu gehörte, daß sie sich von allen Teilen dieses Stoffes auf einmal entfernten, was nicht geschieht. Allein die Himmelsmaterie ist flüssig, und deshalb trennt sich bald dieses Teilchen, bald jenes von den berührten Planeten durch eine Bewegung, die den Teilchen, aber nicht den Planeten zuzuschreiben ist; ebenso wie man die besonderen Bewegungen der Luft und des Wassers auf der Oberfläche der Erde nicht der Erde, sondern den Teilen der Luft und des Wassers beilegt.

29. Nimmt man aber die Bewegung in dem gewöhnlichen Sinne, so muß man zwar sagen, daß alle übrigen Planeten und auch die Sonne und die Fixsterne sich bewegen, aber nur sehr uneigentlich kann das von der Erde gesagt werden. Denn die Menschen betrachten gewöhnlich die Teile der Erde als unbeweglich und bestimmen danach die Orte der Sterne und nennen diese bewegt, insoweit sie von diesen so bestimmten Orten sich entfernen. Dies ist für das Leben bequem und deshalb ganz vernünftig. Wir haben selbst von Kindheit an geglaubt, daß die Erde keine Kugel, sondern eine Fläche sei, und daß auf ihr überall auch aufwärts und niederwärts dieselben Punkte als Weltpunkte gelten, d.h. als Osten, Westen, Süden und Norden, und wir benutzen diese, um die Orte aller anderen Körper danach zu bestimmen. Wenn aber ein Philosoph bemerkt, daß die Erde eine in dem flüssigen und beweglichen Himmel eingetauchte Kugel ist, und daß die Sonne und die Fixsterne immer dieselbe Stellung zueinander haben, so wird er diese, als feste, zur Bestimmung der Orte jener benutzen und wird dann sagen, daß die Erde sich bewegt. Allein dazu liegt kein Grund vor. Denn erstens darf im philosophischen Sinne ein Ort nicht nach sehr entfernten Körpern, etwa den Fixsternen, sondern nur nach denen, welche den angeblich sich bewegenden Körper berühren, bestimmt werden. Und dann hält man insgesamt die Fixsterne nur deshalb eher als die Erde für unbewegt, weil man meint, daß es jenseits der Fixsterne keine Körper mehr gibt, von denen sie sich trennen, und weshalb sie bewegt genannt werden könnten. Dagegen nennt man die Erde stillstehend, in dem Sinne, in dem man die Erde in bezug auf die Fixsterne bewegt nennt. Diese Ansicht ist aber gegen die Vernunft. Denn da unser Geist derart ist, daß er keine Grenzen für die Welt anerkennt, so wird jeder, der die Unendlichkeit Gottes und die Schwäche unserer Sinne bedenkt, es für richtiger halten, auch noch jenseits der sichtbaren Fixsterne andere Körper anzunehmen, mit Bezug auf welche die Erde als stillstehend, die Fixsterne aber als bewegt angenommen werden können. ...

Isaac Newton

geb. 4.1.1643 in Woolsthorpe (Lincolnshire); gest. 31.3.1727 in Kensington

(Manchmal findet man auch den 25. Dezember 1642 als Geburtsdatum Newtons und den 20. März 1727 als Todesdatum. Diese Daten beziehen sich auf den Julianischen Kalender, der bis 1752 in England gültig war.)

De Gravitatione

(aus: *Über die Gravitation...*; Klostermann Texte Philosophie; Vittorio Klostermann, Frankfurt, 1988; übersetzt von Gernot Böhme.)

... Die Grundlagen, aus denen diese Wissenschaft [die Wissenschaft von der Schwere und dem Gleichgewicht von Flüssigkeiten und von Festkörpern in Flüssigkeiten] abgeleitet werden soll, bilden einige Nominaldefinitionen gemeinsam mit Axiomen und Postulaten, die von niemandem bestritten werden. Und diese werde ich sogleich abhandeln.

Definitionen

Die Worte Größe, Dauer und Raum sind zu geläufig, als daß man sie durch andere Ausdrücke definieren könnte.

Def: 1. Der Platz einer Sache ist der Teil des Raumes, den sie genau ausfüllt.

Def: 2. Ein Körper ist dasjenige, das einen Platz ausfüllt.

Def: 3. Ruhe ist das Verweilen an ein und demselben Platz.

Def: 4. Bewegung ist der Wechsel des Platzes.

Anmerkung. Wenn ich gesagt habe, ein Körper fülle einen Platz aus, so heißt das so vollständig, daß er ein anderes Ding derselben Art oder einen anderen Körper überhaupt ausschließt, wie ein undurchdringliches Etwas. Man hätte Platz auch den Teil des Raumes nennen können, den eine Sache genau einnimmt, aber da hier nur Körper und nicht Sachen, die man durchdringen kann, betrachtet werden sollen, habe ich es vorgezogen, Platz als den Teil des Raumes zu definieren, den eine Sache vollständig erfüllt.

Ferner, da es hier um Körper geht, nicht insofern sie physische Substanzen, begabt mit sinnlichen Qualitäten sind, sondern insofern sie ein ausgedehntes Bewegliches und undurchdringlich sind, habe ich nicht nach philosophischer Manier definiert, sondern unter Absehung von sinnlichen Qualitäten (von denen die Philosophen, wenn ich mich nicht irre, auch abstrahieren müßten und dem Geist gleichsam verschiedene Arten zu denken, die durch die Bewegungen der Körper hervorgerufen werden, zuschreiben müßten), und deshalb habe ich nur so viele Eigenschaften aufgenommen, wie zur Ortsbewegung erforderlich sind. So kann man anstelle des physischen Körpers abstrakte Figuren vorstellen, wie es auch die Geometer machen...

Ferner habe ich Bewegung als Ortswechsel definiert, weil Bewegung (motus), Übergang (transitio), Überführung (translation), Wanderung (migratio) etc. offenbar synonyme Ausdrücke sind. Wenn man lieber will, soll Bewegung der Übergang oder die Überführung eines Körpers von einem Ort zum anderen sein.

Im übrigen habe ich in diesen Definitionen angenommen, daß der Raum als vom Körper

unterschieden gegeben ist, und ich werde die Bewegung in bezug auf Teile eines derartigen Raumes betrachten, und nicht in bezug auf die Lage der angrenzenden Körper, (und damit dies nicht ohne Grund im Gegensatz zu den Cartesianern angenommen wird, werde ich versuchen, seine Hirngespinnste zu widerlegen).

Ich kann seine Lehre in folgenden drei Sätzen zusammenfassen:

1. Es komme jedem Körper in Wahrheit nur eine eigentliche Bewegung zu (Principia Philosophiae 2. Teil, § 28, 31 und 32), wobei Bewegung definiert wird als „Überführung eines Teiles der Materie oder eines Körpers aus der Nachbarschaft der Körper, die ihn unmittelbar berühren, und die als ruhend angesehen werden, in die Nachbarschaft anderer“ (PPh. T2 § 25 und T3 § 28).

2. Bei dieser Definition sei unter dem Körper, der mit eigentlicher Bewegung überführt werde, nicht nur irgendwelche Teilchen oder ein Körper, dessen Teile untereinander ruhen, zu verstehen, sondern „alles das, was gleichzeitig überführt wird, wenn es auch aus vielen Teilchen besteht, die untereinander andere Bewegungen haben“ (PPh. T2 § 25).

3. Außer dieser eigentlichen Bewegung eines jeden Körpers, können ihm allerdings noch unzählige andere durch Teilhabe (oder insofern er Teil anderer Körper ist, die andere Bewegungen haben) zukommen. (PPh. T2 § 31). Diese seien aber nicht Bewegungen im philosophischen Sinne und nach vernünftiger Rede (T3 § 29) und der Wahrheit der Sache entsprechend (T2 § 25 und T3 § 28), sondern es seien nur uneigentliche Bewegungen, Bewegungen im landläufigen Sinne (T2 §§ 24, 25, 28, 31 und T3 § 29). Diese Art von Bewegung beschreibt man offenbar als „eine Tätigkeit, wodurch ein Körper aus einem Ort an einen anderen übergeht“. (T2 § 24, T3 § 28).

Insofern Descartes zweierlei Bewegung annimmt, nämlich eigentliche und abgeleitete, schreibt er <einem Körper> auch zwei Orte zu, aus denen heraus diese Bewegungen ausgeführt werden, nämlich die Oberfläche der unmittelbar umgebenden Körper (T2 § 15) und die Lage im Verhältnis zu irgendwelchen anderen Körpern (T2 § 13 und T3 § 29).

Wie konfus und vernunftwidrig diese Lehre ist, machen nicht nur die absurden Konsequenzen deutlich, sondern Descartes scheint das auch selbst zuzugeben, indem er sich widerspricht. Er sagt nämlich, die Erde und die anderen Planeten bewegten sich – im eigentlichen und philosophischen Sinne gesprochen – nicht, und derjenige, der wegen ihrer Translation sage, sie bewege sich relativ zu den Fixsternen, der rede vernunftlos und nur im Sinne des Landläufigen (T3 §§ 26, 27, 28, 29). Aber dann setzt er doch in die Erde und die Planeten eine Tendenz, sich von der Sonne zu entfernen wie von einem Zentrum, um das sie bewegt werden, während sie durch eine ähnliche Tendenz des kreisenden Wirbels in ihren Entfernungen von der Sonne im Gleichgewicht gehalten werden (T3 § 140). Was also? Soll diese Tendenz eher aus der nach Descartes wahren und philosophischen Ruhe der Planeten abgeleitet werden oder lieber aus der Bewegung im landläufigen und nichtphilosophischen Sinne? ...

Ein zweites Mal widerspricht er sich offensichtlich, wenn er annimmt, daß in Wahrheit jedem Körper nur eine Bewegung zukommt, und dennoch jene Bewegung von unserer Vorstellung abhängen läßt, indem er <nämlich> definiert, sie sei die Überführung aus der Nachbarschaft von Körpern, nicht etwa von Körpern, die in Ruhe sind, sondern die nur als in Ruhe befindlich

betrachtet werden, auch wenn sie sich heftig bewegen, wie in T2 § 29 und 20 des langen und breiten ausgeführt wird. Auf diese Weise glaubt er, die Schwierigkeit relativer Bewegung von Körpern loszuwerden, nämlich Gründe dafür anzugeben, weshalb natürlich der eine eher als der andere als bewegt bezeichnet wird, und weshalb man <z.B.> ein Schiff, wie er (T2 § 15) sagt, anstelle des fließenden Wassers als ruhend bezeichnet, wenn es seine Lage zwischen den Ufern nicht ändert. Damit der Widerspruch noch deutlicher werde, stelle man sich vor, daß jemand die Materie des Wirbels als ruhend betrachte und die Erde als zugleich im philosophischen Sinne ruhend; man stelle sich außerdem einen anderen <Beobachter> vor, der zu gleicher Zeit dieselbe Materie des Wirbels als kreisförmig bewegt betrachtet und <damit annimmt>, daß die Erde im philosophischen Sinne nicht ruhe. Ebenso würde ein Schiff im Meer zugleich sich bewegen und sich nicht bewegen, und das nicht <nur>, wenn man Bewegung im laxeren landläufigen Sinne verwendet, in dem es unzählige Bewegungen eines Körpers gibt, sondern in seinem philosophischen Sinne, in dem er sagt, daß es in jedem Körper nur eine Bewegung gibt, die ihm eigentümlich sei und ihm aus der Natur der Sache (und nicht auf Grund unserer Vorstellung) zukomme.

...

(S. 33) Da man also, nachdem eine bestimmte Bewegung beendet ist, den Ort, an dem sie anfang, d.h. den Anfang des durchlaufenen Raums, nicht bezeichnen kann und er auch nicht mehr existiert: so kann dieser durchlaufene Raum, da er keinen Anfang hat, auch keine Länge haben; und daraus folgt, daß es keine Geschwindigkeit des bewegten Körpers geben kann, da ja die Geschwindigkeit sich aus der Größe des in gegebener Zeit durchlaufenen Raums ergibt: wie ich als erstes zeigen wollte. Ferner muß man, was über den Anfang des durchlaufenen Raums gesagt wurde, auch ebenso für alle intermediären Orte einsehen; ebenso folgt, daß, da der Raum keinen Anfang und keine Zwischenteile hat, überhaupt kein durchlaufener Raum gewesen ist, und daß folglich die Bewegung keine Richtung hat, was ich als zweites zeigen wollte.

So folgt fürwahr, daß die Cartesische Bewegung keine Bewegung ist, denn es gibt keine Geschwindigkeit, keine Richtung und, insofern es keinen Raum gibt, wird auch keine Distanz durchquert. Es ist also notwendig, daß die Bestimmung der Orte wie der Ortsbewegung auf ein unbewegliches Seiendes bezogen wird, welcherart allein die Ausdehnung bzw. der Raum ist, insofern er als etwas wirklich von den Körpern Unterschiedliches betrachtet wird. ...

Philosophiae naturalis principia mathematica

(aus: *Mathematische Grundlagen der Naturphilosophie*; übersetzt von Ed Dellian; Felix Meiner Verlag, 1988.)

DEFINITIONEN

Definition I

Die Menge der Materie ist der Meßwert derselben, die sich aus dem Produkt ihrer Dichte und ihres Volumens ergibt.

Die Luft hat bei doppelter Dichte im doppelten Raum die vierfache Menge, im dreifachen die sechsfache. Dasselbe findet man beim Schnee und bei Pulvern, wenn sie durch Zusammendrücken oder Verflüssigen verdichtet worden sind. Und genauso ist das Verhalten aller Körper, die durch beliebige Ursachen auf verschiedene Weise verdichtet werden. Ein Medium (falls es Derartiges geben sollte), welches Zwischenräume zwischen den Teilchen ungehindert durchdringen könnte, berücksichtige ich hier nicht. Die Materiemenge aber, von der hier die Rede ist, verstehe ich im folgenden jeweils unter den Begriffen Körper oder Masse. Sie ist feststellbar durch das Gewicht eines jeden Körpers. Denn daß sie dem Gewicht proportional ist, habe ich durch sorgfältigst aufgebaute Pendelversuche herausgefunden, wie später gezeigt werden wird.

Definition II

Die Menge der Bewegung ist der Meßwert derselben, der sich aus dem Produkt der Geschwindigkeit und der Menge der Materie ergibt.

Die Bewegung des Ganzen ist die Summe der Bewegungen der einzelnen Teile. Daher ist sie im doppelt so großen Körper bei gleicher Geschwindigkeit verdoppelt, bei doppelter Geschwindigkeit vervierfacht.

Definition III

Die der Materie eingepflanzte Kraft ist die Fähigkeit Widerstand zu leisten, durch die jeder Körper von sich aus in seinem Zustand der Ruhe oder in dem der gleichförmig-geradlinigen Bewegung verharrt.

Diese Kraft ist immer dem jeweiligen Körper proportional und unterscheidet sich von der Trägheit der Masse nur durch die Art der Betrachtung. Durch die Trägheit der Materie wird bewirkt, daß jeder Körper sich nur schwer von seinem Zustand, sei es der Ruhe, sei es der Bewegung, aufstören läßt. Deshalb kann die eingepflanzte Kraft sehr bezeichnend Kraft der Trägheit genannt werden. Tatsächlich übt aber der Körper diese Kraft ausschließlich bei der Veränderung seines Zustands durch eine andere Kraft aus, die von außen auf ihn eingedrückt hat, und diese Ausübung ist von verschiedenen Standpunkten aus sowohl Widerstandskraft, als auch Impetus [Bewegungskraft]; Widerstandskraft, insofern der Körper, um seinen Zustand zu

bewahren, gegen die von außen eingedrückte Kraft kämpft; Impetus, insofern derselbe Körper, da er sich der Kraft eines Widerstand leistenden Hindernisses nur schwer geschlagen gibt, den Zustand dieses Hindernisses zu verändern sucht. Der naive Beobachter weist von jeher Widerstandskraft den ruhenden und Impetus den sich bewegenden Körpern zu; aber Bewegung und Ruhe, wie sie gemeinhin verstanden werden, sind nur dem Standpunkt nach voneinander verschieden, und nicht immer ruht wirklich, was nach üblicher Anschauung als ruhend betrachtet wird.

Definition IV

Die eingedrückte Kraft ist eine Einwirkung auf einen Körper, die auf eine Veränderung seines Zustands der Ruhe oder der gleichförmig-geradlinigen Bewegung gerichtet ist.

Diese Kraft tritt nur während der Einwirkung selbst auf und verbleibt nach der Einwirkung nicht in dem Körper. Denn ein Körper verharrt in jedem neuen Zustand allein durch die Kraft der Trägheit. Die eingedrückte Kraft hat im übrigen verschiedene Ursprünge, sie stammt z.B. aus Stoß, Druck, oder aus der Zentripetalkraft.

Definition V

Die Zentripetalkraft ist die Kraft, durch die Körper zu irgendeinem Punkt wie zu einem Mittelpunkt hin von allen Seiten gezogen oder gestoßen werden, oder wie auch immer hinstreben.

Von dieser Art ist (1) die Schwere, durch welche die Körper zum Mittelpunkt der Erde hinstreben; (2) die magnetische Kraft, durch die das Eisen zum Magneten zu kommen sucht, und (3) jene Kraft, wie sie auch beschaffen sein mag, durch die die Planeten beständig von geradlinigen Bewegungen nach innen abgelenkt und gezwungen werden, auf gekrümmten Bahnen umzulaufen. Der in der Schleuder herumgewirbelte Stein ist bestrebt, sich von der Hand, die ihn heruntreibt, zu entfernen, und durch dieses sein Bestreben spannt er den Schleuderriemen um so stärker, je schneller er im Kreis herumläuft; und sobald er losgelassen wird, fliegt er weg. Die diesem Bestreben entgegengesetzte Kraft, durch welche die Schleuder den Stein beständig zur Hand zurückzieht und auf der Kreisbahn hält, nenne ich, da sie sich zur Hand wie zum Zentrum eines Kreises richtet, die Zentripetalkraft. Und genauso ist das Verhalten aller Körper, die in eine Kreisbahn gezwungen werden; und wenn keine Kraft da sein sollte, die diesem Bestreben entgegengesetzt ist, durch die sie also gebändigt und auf den Kreisbahnen gehalten werden, weshalb ich sie Zentripetalkraft nenne, so werden sie sich geradlinig mit gleichförmiger Bewegung entfernen. Ein Wurfgeschosß würde, wenn die Schwerkraft es ausließe, nicht zur Erde herabgebeugt werden, sondern auf geradem Wege in den Weltraum wegfliegen, und zwar mit gleichförmiger Bewegung, wenn nur der Luftwiderstand beseitigt würde. Aufgrund seiner Schwere aber wird es vom gradlinigen Weg nach innen gezogen und beständig zur Erde hin abgelenkt, und zwar mehr oder weniger im Verhältnis zu seiner Schwere und der Geschwindigkeit seiner Bewegung. Je geringer seine Schwere im Verhältnis zur Materiemenge, oder je größer die Geschwindigkeit ist, mit der es abgeschossen wird, um so weniger wird es vom gradlinigen Weg abweichen, und um so weiter wird es fliegen. Wenn eine Bleikugel, mit gegebener Geschwindigkeit in horizontaler Richtung vom Gipfel abgefeuert, auf gekrümmter Bahn in eine Entfernung von zwei Meilen flöge, bevor sie auf die Erde herunterkommt, so würde sie mit

der doppelten Geschwindigkeit etwa doppelt so weit, und mit der zehnfachen Geschwindigkeit etwa zehnmal so weit fliegen, wenn nur der Luftwiderstand aufgehoben werden könnte. Und durch die Vergrößerung der Geschwindigkeit könnte nach Belieben die Reichweite vergrößert und die Krümmung der Bahn verkleinert werden, die sie beschreibt, so sehr, daß sie endlich in einer Entfernung von 10° , 30° , oder 90° herunterkäme, oder auch die ganze Erde umkreiste, oder schließlich in den Weltraum hinausflöge und mit der Bewegung, die zum Hinausfliegen nötig ist, sich weiter bewegte. Und in der gleichen Art und Weise, in der ein Projektil durch die Schwerkraft auf eine Kreisbahn gezwungen werden und die gesamte Erde umkreisen könnte, kann auch der Mond entweder durch die Schwerkraft, sofern er schwer sein sollte, oder durch eine beliebige Kraft, durch die er zur Erde hingedrängt wird, immer von einer geradlinigen Bahn zur Erde hingezogen und in seine Kreisbahn abgelenkt werden. Und ohne eine solche Kraft kann der Mond nicht in seiner Kreisbahn gehalten werden. Wenn diese Kraft kleiner wäre, als seiner wirklichen Bahn angemessen ist, so würde sie den Mond nicht genügend vom geradlinigen Kurs ablenken; wäre sie größer als angemessen, so würde sie ihn im Übermaß ablenken und von der Kreisbahn zur Erde herabziehen. Verlangt wird also, daß sie die richtige Größe hat, und es ist Aufgabe der Mathematiker, die Kraft zu finden, durch welche ein Körper auf gegebener beliebiger Kreisbahn mit gegebener Geschwindigkeit exakt gehalten werden kann, und umgekehrt die gekrümmte Bahn zu finden, in die ein Körper, der sich von einem gegebenen beliebigen Ort mit gegebener Geschwindigkeit weiterbewegt hat, durch eine gegebene Kraft abgelenkt wird. Die Menge dieser Zentripetalkraft ist aber von dreierlei Art, und zwar von einer absoluten, einer beschleunigenden, und einer bewegenden.

Definition VI

Die absolute Menge der Zentripetalkraft ist der Meßwert derselben, der größer oder kleiner ist im Verhältnis zur Wirkfähigkeit der Ursache, die diese Art von Zentripetalkraft vom Mittelpunkt durch die ihn umgebenden Bereiche verbreitet.

Zum Beispiel ist die magnetische Kraft je nach der Masse des Magneten oder die Stärke seiner magnetischen Fähigkeit in dem einen Magneten größer, in dem anderen kleiner.

Definition VII

Die beschleunigende Menge der Zentripetalkraft ist der Meßwert derselben, der der Geschwindigkeit proportional ist, welche sie in gegebener Zeit erzeugt.

Zum Beispiel ist die magnetische Fähigkeit desselben Magneten in kleinerer Entfernung größer, in größerer kleiner; oder die Schwerkraft ist größer in Tälern, kleiner auf den Spitzen hoher Berge, und noch viel kleiner (wie später klar werden wird) in größeren Entfernungen von der Erdkugel; in gleichen Entfernungen aber ist sie überall gleich, weil sie alle fallenden Körper (schwere oder leichte, große oder kleine) in gleicher Weise beschleunigt, sofern der Luftwiderstand aufgehoben ist.

Definition VIII

Die bewegende Menge der Zentripetalkraft ist der Meßwert derselben, der der Bewegung propor-

tional ist, welche sie in gegebener Zeit erzeugt.

Zum Beispiel ist das Gewicht in einem größeren Körper größer, kleiner in einem kleineren, und das Gewicht desselben Körpers ist nahe der Erde größer, im Weltraum kleiner. Diese Menge ist die Zentripetalkraft des ganzen Körpers oder sein Bewegungsdrang zum Mittelpunkt hin, und (um es so zu sagen) sein Gewicht, und dieses ist immer feststellbar durch die ihm entgegengesetzte und gleich große Kraft, durch die das Herabsinken des Körpers verhindert werden kann.

Diese Kräftemengen kann man der Kürze halber als bewegende, beschleunigende, und absolute Kräfte bezeichnen, und um der Unterscheidung willen kann man sie zurückführen auf die zum Mittelpunkt strebenden Körper selbst, auf den jeweiligen Ort der Körper, und auf den Mittelpunkt der Kräfte: natürlich soll die bewegende Kraft auf den Körper zurückgeführt werden als Streben des ganzen Körpers zum Mittelpunkt hin, zusammengesetzt aus den Strebungen aller seiner Teile; die beschleunigende Kraft soll auf den Ort des Körpers zurückgeführt werden als eine Wirkfähigkeit, die vom Mittelpunkt über die einzelnen Orte in der Umgebung verteilt ist, um die dort befindlichen Körper in Bewegung zu versetzen; die absolute Kraft aber soll auf den Mittelpunkt zurückgeführt werden, der gleichsam mit irgendeiner Ursache ausgestattet ist, ohne die sich die bewegenden Kräfte nicht durch die Bereiche in der Umgebung verteilen können, ob nun diese Ursache irgendein Zentralkörper ist (wie der Magnet im Zentrum der magnetischen Kraft, oder die Erde im Zentrum der gravitierenden Kraft), oder irgendeine andere, die nicht offen zutage liegt. Diese Kräftetheorie ist natürlich rein mathematisch, denn die Ursachen der Kräfte und ihre physikalische Grundlage erwäge ich noch nicht.

Es verhält sich also die beschleunigende Kraft zur bewegenden wie die Geschwindigkeit zur Bewegung. Denn die Menge der Bewegung ergibt sich aus der Geschwindigkeit und der Menge der Materie, und die bewegende Kraft ist das Produkt aus der beschleunigenden Kraft und der Menge der gleichen Materie. Denn die Summe der Einwirkungen der beschleunigenden Kraft auf die einzelnen Teilchen des Körpers ergibt die bewegende Kraft des ganzen Körpers. Daher ist unmittelbar über der Oberfläche der Erde, wo die beschleunigende Schwerkraft oder die gravitierende Kraft auf alle Körper gleich stark einwirkt, die bewegende Schwerkraft oder das Gewicht wie die Körpermasse. Steigt man aber in Regionen auf, wo die beschleunigende Schwerkraft kleiner wird, so wird sich das Gewicht gleichermaßen verkleinern, und es wird immer gleich dem Produkt aus der Körpermasse und der beschleunigenden Schwerkraft. So wird in Regionen, wo die beschleunigende Schwerkraft zweimal kleiner ist, das Gewicht eines Körpers, der zweimal oder dreimal kleiner ist, viermal oder sechsmal kleiner sein.

Des weiteren bezeichne ich Anziehung und Anstöße im gleichen Sinn als beschleunigend und bewegend. Ich benutze nämlich die Begriffe Anziehung, Anstoß, oder jedwede Hinneigung zum Mittelpunkt unterschiedslos und gegeneinander austauschbar, da ich diese Kräfte nicht physikalisch, sondern nur mathematisch betrachte. Daher hüte sich der Leser zu denken, ich wollte irgend durch derartige Begriffe die Art und Weise von Einwirkungen oder ihre physikalische Ursache oder Seinsweise definieren; oder ich wollte den Mittelpunkten (die mathematische Punkte sind) ganz wirklich und im physikalischen Sinne Kräfte zuschreiben, wenn ich vielleicht die Ausdrücke: die Mittelpunkte ziehen an, oder: es gibt Kräfte der Mittelpunkte, verwenden werde.

Scholium

Bis hierher schien es mir richtig zu erklären, in welchem Sinne weniger bekannte Begriffe im Folgenden aufzufassen sind. Zeit, Raum, Ort und Bewegung sind allen wohlbekannt. Dennoch ist anzumerken, daß man gewöhnlich diese Größen nicht anders als in der Beziehung auf sinnlich Wahrnehmbares auffaßt. Und daraus entstehen gewisse Vorurteile, zu deren Aufhebung man sie zweckmäßig in absolute und relative, wirkliche und scheinbare, mathematische und landläufige Größen unterscheidet.

I. Die absolute, wirkliche und mathematische Zeit fließt in sich und in ihrer Natur gleichförmig, ohne Beziehung zu irgendetwas außerhalb ihrer Liegendem, und man nennt sie mit einer anderen Bezeichnung „Dauer“. Die relative Zeit, die unmittelbar sinnlich wahrnehmbare und landläufig so genannte, ist ein beliebiges sinnlich wahrnehmbares und äußerliches Maß der Dauer, aus der Bewegung gewonnen (sei es ein genaues oder ungleichmäßiges), welches man gemeinhin anstelle der wahren Zeit benützt, wie Stunde, Tag, Monat, Jahr.

II. Der absolute Raum, der aufgrund seiner Natur ohne Beziehung zu irgendetwas außer ihm existiert, bleibt sich immer gleich und unbeweglich. Der relative Raum ist dessen Maß oder ein beliebiger veränderlicher Ausschnitt daraus, welcher von unseren Sinnen durch seine Lage in Beziehung auf Körper bestimmt wird, mit dem gemeinhin anstelle des unbeweglichen Raumes gearbeitet wird; so der Ausschnitt des unterirdischen Raumes, oder des Luftraumes, oder des Weltraumes, die durch ihre Lage zur Erdoberfläche bestimmt sind. Der absolute und der relative Raum sind von Art und Größe gleich, aber sie bleiben nicht immer das Gleiche. Bewegt sich z.B. die Erde, so wird der Raum der Atmosphäre, der relativ zur Erde und in Hinblick auf sie immer derselbe bleibt, einmal ein bestimmter Teil des absoluten Raumes, in den die Atmosphäre eintritt, ein andermal ein anderer Teil davon sein, und so wird er sich, absolut gesehen, beständig ändern.

III. Ort ist derjenige Teil des Raumes, den ein Körper einnimmt, und er ist je nach dem Verhältnis des Raumes entweder absolut oder relativ. Er ist ein Teil des Raumes, sage ich, nicht die Lage des Körpers oder eine ihn umgebende Oberfläche. Denn die Orte gleichartiger fester Körper sind stets einander gleichartig, während die Oberflächen wegen der Unähnlichkeiten der Gestalt der Körper meist ungleich sind. Die Lagen der Körper haben genau genommen gar keine Größe und sind nicht so sehr Orte, als vielmehr eine Folge der jeweiligen Ortsbefindlichkeit. Die Bewegung des Ganzen ist gleich der Summe der Bewegungen der Teile, das heißt, die Ortsveränderung des Ganzen ist gleich der Summe der Ortsveränderungen der einzelnen Teile, und folglich ist der Ort des Ganzen identisch mit der Summe der Orte der Teile, und deshalb ist er innerhalb und im ganzen Körper.

IV. Die absolute Bewegung ist die Fortbewegung eines Körpers von einem absoluten Ort zu einem absoluten Ort, die relative die Ortsveränderung von einem relativen Ort zu einem relativen. So ist bei einem unter Segeln fahrenden Schiff der relative Ort des Körpers jener Bereich der Fahrstrecke, in dem sich der Körper befindet, oder jener Teil des gesamten Schiffsraumes, den der Körper gerade ausfüllt und der sich so zugleich mit dem Schiff bewegt. Und die relative Ruhe ist das Verbleiben des Körpers in der gleichen Position des Schiffes oder in dem gleichen Teil des Schiffsraumes. Doch die wahre Ruhe ist das Verbleiben des Körpers in demselben Teil jenes unbewegten Raumes, in dem sich das Schiff selbst zugleich mit seinem Schiffsraum und mit allem, was darin ist, bewegt. Gesetzt den Fall, die Erde ruhte wirklich, so

wird ein Körper, der im Schiff relativ ruht, sich wirklich und absolut mit eben der Geschwindigkeit bewegen, mit der das Schiff sich auf der Erdkugel bewegt. Angenommen aber, die Erde bewege sich ebenfalls, so wird sich die wirkliche und absolute Bewegung eines Körpers teils aus der wirklichen Bewegung der Erde im unbewegten Raum, teils aus der relativen Bewegung des Schiffes auf der Erdkugel ergeben. Und wenn auch ein Körper sich relativ zum Schiff bewegen sollte, so wird sich seine wirkliche Bewegung teils aus der wirklichen Bewegung der Erde im unbewegten Raum, teils aus den relativen Bewegungen sowohl des Schiffes auf der Erdkugel, als auch des Körpers in dem Schiff ergeben, und aus diesen relativen Bewegungen wird sich die relative Bewegung des Körpers auf der Erde ergeben. Angenommen, der Teil der Erde, wo das Schiff sich befindet, bewege sich wirklich nach Osten mit einer Geschwindigkeit von 10010 Einheiten, und durch Wind und Segel getrieben laufe das Schiff mit zehn Geschwindigkeitseinheiten nach Westen, ein Seemann aber gehe auf dem Schiff nach Osten gerade mit einer Geschwindigkeitseinheit, so wird sich der Seemann im unbewegten Raum wirklich und absolut mit 10001 Geschwindigkeitseinheiten nach Osten bewegen, relativ zur Erde aber nach Westen mit neun Geschwindigkeitseinheiten.

Die absolute Zeit wird in der Astronomie von der relativen durch eine Verstetigung des landläufigen Zeitbegriffs unterschieden. Die natürlichen Tage, die man allgemein für passend hält, um damit die Zeit zu messen, sind nämlich ungleich. Diese Ungleichheit korrigieren die Astronomen, damit sie die Himmelsbewegungen aufgrund einer richtigeren Zeit messen können. Es ist möglich, daß es keine gleichförmige Bewegung gibt, durch die die Zeit genau gemessen werden kann. Alle Bewegungen können beschleunigt oder verzögert sein; aber der Fluß der absoluten Zeit kann sich nicht ändern. Die Dauer oder die Beständigkeit des Daseins aller Dinge ist gleich, ob die Bewegungen nun schnell, langsam, oder gar nicht vorhanden sind. In der Tat wird die Dauer von ihren sinnlich erfahrbaren Maßeinheiten mit Recht unterschieden und erst durch astronomische Verstetigung aus ihnen bestimmt. Die Notwendigkeit dieser Verstetigung zur zeitlichen Bestimmung der Erscheinungen wird sowohl durch das Experiment mit der Pendeluhr, als auch insbesondere durch die Verfinsterung der Jupitermonde erwiesen.

Wie die Anordnung der Teile der Zeit unveränderlich ist, so ist es auch die Anordnung der Teile des Raumes. Bewegen sie sich nämlich von ihren Plätzen, so bewegen sie sich sozusagen von ihrem eigenen Wesen weg. Denn die Zeiteile und die Raumteile sind gleichsam die Orte ihrer selbst und aller Dinge. Alle haben ihren Platz in der Zeit in bezug auf ihre Abfolge und im Raum in bezug auf die Anordnung ihrer Lage. Es gehört zu ihrem Wesen, daß sie Orte sind, und es ist ein Widerspruch in sich, wenn die ersten Orte beweglich sind. Sie sind daher absolute Orte, und nur Ortsveränderungen von diesen Orten weg sind absolute Bewegungen.

Da nun aber diese Teile des Raumes nicht sichtbar und durch unsere Sinne nicht voneinander unterscheidbar sind, so verwenden wir an ihrer Stelle wahrnehmbare Maße. Wir legen nämlich alle Orte aus den Stellungen und Abständen von Dingen zu irgendeinem Körper fest, den wir als unbeweglich betrachten; sodann beurteilen wir auch alle Bewegungen in bezug auf die eben genannten Orte, inwieweit Körper nach unserer Feststellung von diesen weg ihren Ort verändern. Ebenso benutzen wir anstelle der absoluten Orte und Bewegungen die relativen, und das ist nicht unbequem in unserem täglichen Leben. Bei philosophischen Untersuchungen aber muß man von den Sinnen abstrahieren. Es kann nämlich sein, daß es keinen wirklich ruhenden Körper gibt, auf den man Orte und Bewegungen beziehen könnte.

Ruhe und Bewegung, absolut wie relativ, unterscheiden sich voneinander durch ihre eigentümlichen Beschaffenheiten, wie auch durch ihre Ursachen und Wirkungen. Eigentümlichkeit der Ruhe ist es, daß Körper, die wirklich ruhen, im Verhältnis zueinander ruhen. Obwohl es nun möglich ist, daß irgendein Körper in den Bereichen der Fixsterne oder weit jenseits davon absolut ruht, ist es unmöglich, aufgrund der gegenseitigen Lage der Körper in unseren Weltgegenden eine sichere Kenntnis darüber zu erlangen, ob irgendeiner von ihnen eine gegebene Position zu jenem weit entfernten Körper beibehält oder nicht: die wahre Ruhe kann aus ihrer Lage zueinander nicht erschlossen werden.

Eigentümlichkeit der Bewegung ist es, daß Teile, welche zum jeweiligen Ganzen gegebene Positionen beibehalten, an der Bewegung dieses Ganzen teilnehmen. Denn alle Teile von sich drehenden Systemen sind bestrebt, sich von der Drehachse zu entfernen, und der Impetus sich radial bewegender Körper ergibt sich aus dem verbundenen Impetus ihrer einzelnen Teile. Haben sich also umlaufende Körper radial bewegt, so handelt es sich um eine Bewegung von Körpern, die im Rahmen des sich drehenden Systems relativ in Ruhelage sind. Und deswegen kann man aufgrund einer Ortsveränderung weg von der Nachbarschaft von Körpern, die als ruhende betrachtet werden, nicht zu der Definition kommen, es handle sich dabei um eine wirkliche und absolute Bewegung. Man darf nämlich im Drehsystem außen befindliche Körper nicht bloß als ruhend ansehen, sondern sie müssen wirklich ruhen. Andererseits werden alle inneren Teile, abgesehen von ihrer Ortsveränderung weg von der Nachbarschaft von sich drehenden Körpern, auch an deren wahrer Drehbewegung teilnehmen, und sie werden auch dann nicht wirklich ruhen, wenn jene Ortsveränderung aufgehört hat, sondern sie werden nur so aussehen, als ruhten sie. Es verhalten sich nämlich die sich drehenden Systeme zu ihren inneren Teilen wie der äußere Teil des Ganzen zum inneren Teil, oder wie die Rinde zum Kern. Bewegt sich aber die Rinde, so bewegt sich auch der Kern als Teil des Ganzen mit, auch wenn es keine Ortsveränderung von der Nachbarschaft der Rinde weg mehr gibt.

Der vorstehend erläuterten Eigentümlichkeit ist verwandt, daß etwas an einem Ort Befindliches sich mitbewegt, wenn sich der Ort bewegt; deshalb nimmt ein Körper, der sich von einem Ort bewegt, der sich seinerseits in Bewegung befindet, an der Bewegung seines bisherigen Ortes teil. Daher sind alle Bewegungen, die von bewegten Orten aus stattfinden, nur Teile von absoluten Gesamtbewegungen, und jede Gesamtbewegung setzt sich zusammen aus der Bewegung des Körpers von seinem ersten Ort weg, und aus der Bewegung dieses ersten Ortes von seinem eigenen Ort weg, und so weiter, bis man schließlich bei einem unbeweglichen Ort anlangt, wie in dem oben erwähnten Beispiel des Seemanns. Also können absolute Gesamtbewegungen nur durch unbewegte Orte bestimmt werden, und deshalb habe ich sie oben auf unbewegte, die relativen Bewegungen aber auf bewegte Orte bezogen. Orte sind aber nicht unbeweglich, wenn sie nicht alle von Ewigkeit zu Ewigkeit dieselbe gegenseitige Lage beibehalten und so immer unbewegt bleiben und den Raum bilden, den ich unbeweglich nenne.

Die Ursachen, durch die sich wirkliche und relative Bewegungen voneinander unterscheiden, sind die auf die Körper von außen eingedrückten Kräfte, die eine Bewegung erzeugen können. Eine wahre Bewegung wird nur durch Kräfte erzeugt oder verändert, die auf den bewegten Körper selbst von außen eindrücken, eine relative Bewegung kann jedoch erzeugt oder verändert werden, ohne daß auf den fraglichen Körper Kräfte von außen eindrücken. Es genügt nämlich, daß sie lediglich auf diejenigen Körper eindrücken, zu denen die Beziehung besteht, so daß diese Beziehung verändert wird, auf der Ruhe oder relative Bewegung des fraglichen Körpers beruhen, wenn

die Bezugskörper ihren Bewegungszustand verändern. Umgekehrt verändert sich die wirkliche Bewegung durch Kräfte, die auf den bewegten Körper von außen eingedrückt haben, immer; die relative Bewegung wird dagegen von solchen Kräften nicht notwendigerweise verändert. Wenn nämlich dieselben Kräfte auch auf Körper, zu denen die Beziehung besteht, von außen so eindrücken, daß ihre relative Lage beibehalten wird, so bleibt auch die Beziehung erhalten, auf welcher die relative Bewegung beruht. Es kann also jede relative Bewegung verändert werden, wo die wahre beibehalten wird, und beibehalten werden, wo die wahre verändert wird, und deshalb beruht die wirkliche Bewegung am wenigsten auf derartigen Relationen.

Die Wirkungen, durch die man absolute und relative Bewegungen voneinander unterscheiden kann, sind die Fliehkräfte von der Achse der Kreisbewegung; denn in einer ausschließlich relativen Kreisbewegung existieren diese Kräfte nicht, in einer wirklichen und absoluten aber sind sie größer oder kleiner, je nach der Menge der Bewegung. Wenn ein Eimer an einer sehr langen Schnur hängt und beständig im Kreis gedreht wird, bis die Schnur durch die Zusammendrehung sehr steif wird, dann mit Wasser gefüllt wird und zusammen mit diesem stillsteht, und dann durch irgendeine plötzliche Kraft in entgegengesetzte Kreisbewegung versetzt wird und, während die Schnur sich aufdreht, längere Zeit diese Bewegung beibehält, so wird die Oberfläche des Wassers am Anfang eben sein wie vor der Bewegung des Gefäßes. Aber nachdem das Gefäß durch die allmählich auf das Wasser von außen übertragene Kraft bewirkt hat, daß auch dieses Wasser merklich sich zu drehen beginnt, so wird es selbst allmählich von der Mitte zurückweichen und an der Wand des Gefäßes emporsteigen, wobei es eine nach innen gewölbte Form annimmt (wie ich selbst festgestellt habe), und mit immer schnellerer Bewegung wird es mehr und mehr ansteigen, bis es dadurch, daß es sich im gleichen Zeittakt dreht wie das Gefäß, relativ in diesem stillsteht. Dieser Anstieg zeigt ein Bestreben zur Entfernung von der Achse der Bewegung an, und durch dieses Bestreben wird die wirkliche und absolute Kreisbewegung des Wassers feststellbar und meßbar, die seiner relativen Bewegung hier völlig entgegengesetzt ist. Am Anfang, als die relative Bewegung des Wassers gegenüber dem Gefäß am größten war, rief jene Bewegung keinerlei Bestreben zur Entfernung von der Achse hervor. Das Wasser strebte nicht nach außen, indem es zugleich an den Wänden des Gefäßes emporstieg, sondern blieb eben, und deshalb hatte seine wahre Kreisbewegung noch nicht begonnen. Nachher aber, als die relative Bewegung des Wassers abnahm, zeigte sein Anstieg an den Wänden des Gefäßes das Bestreben zur Entfernung von der Achse an, und dieses Bestreben zeigte seine wahre, ständig zunehmende Kreisbewegung an, und diese erreichte schließlich ihr Maximum, als das Wasser relativ im Gefäß stillstand. Daher hängt dieses Bestreben nicht von einer Ortsveränderung des Wassers in Hinsicht auf die kreisförmig umlaufenden Körper ab, und deshalb besteht kein definitorischer Zusammenhang zwischen der wahren Kreisbewegung und solchen Ortsveränderungen. Die wahre kreisförmige Bewegung eines jeden sich drehenden Körpers, genau bestimmt, ist eine einzige und entspricht einem genau bestimmten Bestreben als sozusagen zugehörige und adäquate Wirkung. Die relativen Bewegungen aber sind, je nach den verschiedenen Beziehungen zu äußeren Körpern, zahllos, und wie diese Beziehungen haben sie mit den wahren Wirkungen nichts zu tun, wenn sie nicht in einem gewissen Umfang an jener wirklichen und genau bestimmten Bewegung teilnehmen. Daher werden auch im Weltsystem derjenigen, die wollen, daß unsere Himmelssphären sich innerhalb derjenigen der Fixsterne im Kreise bewegen und die Planeten mit sich herumführen, einzelne Teile der Sphären und die Planeten, die jedenfalls in ihren Sphären, in die sie eingeführt sind, relativ stillstehen, sich in Wahrheit bewegen. Sie verändern nämlich ihre Positionen zueinander (anders als es bei wirklich

ruhenden Körpern der Fall ist) und nehmen, zusammen mit den Sphären fortgetragen, an deren Bewegungen teil und haben, als Teile des gesamten umlaufenden Systems, das Bestreben, sich von dessen Achse zu entfernen.

Die relativen Größen sind daher nicht diejenigen Größen, deren Namen sie beanspruchen, sondern sie sind deren wahrnehmbare (wahre oder irrtümliche) Maße, deren man sich gemeinhin anstelle der wirklich zu messenden Größen bedient. Wenn aber die Bedeutung der Wörter durch ihren Gebrauch zu bestimmen ist, so hat man unter den Bezeichnungen Zeit, Raum, Ort und Bewegung eigentlich diese wahrnehmbaren Maße zu verstehen, und die Ausdrucksweise wird ungewöhnlich und rein mathematisch sein, wenn man die astronomisch gemessenen Größen darunter verstehen wollte. Deshalb tun diejenigen der Heiligen Schrift Gewalt an, die diese Bezeichnungen als astronomisch gemessene Größen dort hineininterpretieren. Aber nicht weniger besudeln diejenigen die Mathematik und die Philosophie, die die wirklichen Größen mit ihren Relationen und den gemeinhin verwendeten Maßen durcheinanderbringen.

Die wahren Bewegungen der einzelnen Körper zu erkennen und von den scheinbaren durch den wirklichen Vollzug zu unterscheiden, ist freilich sehr schwer, weil die Teile jenes unbeweglichen Raumes, in dem die Körper sich wirklich bewegen, nicht sinnlich erfahren werden können. Die Sache ist dennoch nicht gänzlich hoffnungslos, denn man kann Beweise dafür teils aus den scheinbaren Bewegungen finden, die die Differenzen zwischen wirklichen Bewegungen sind, teils aus den Kräften, die die Ursachen und die Wirkungen der wirklichen Bewegungen sind. Würden z.B. zwei Kugeln in gegebener Entfernung voneinander durch einen Faden verbunden und kreisten sie weiter um einen gemeinsamen Schwerpunkt, so würde aus dem Maß der Spannung des Fadens das Ausmaß des Bestrebens der Kugeln, sich von der Achse der Bewegung zu entfernen, bestimmbar, und daraus könnte die Größe der kreisförmigen Bewegung berechnet werden. Ließe man dann beliebige gleiche Kräfte von außen auf die sich jeweils entsprechenden Seiten der Kugeln gleichzeitig einwirken, um die Kreisbewegung zu vergrößern oder zu verkleinern, so würde aus der vergrößerten oder verkleinerten Spannung des Fadens die Vergrößerung oder Verkleinerung der Bewegung bestimmbar, und daraus könnte man schließlich die Seiten der Kugeln ermitteln, auf die die Kräfte von außen einwirken müssen, um die Bewegung maximal zu vergrößern; das heißt die hinteren Seiten oder diejenigen, die in der kreisförmigen Bewegung nachfolgen. Hätte man aber die Seiten erkannt, die nachfolgen, und die entgegengesetzten Seiten, die vorausgehen, so könnte auch die Richtung der Bewegung erkannt werden. Auf diese Weise könnte sowohl die Größe, als auch die Richtung dieser Kreisbewegung in jedem beliebig großen leeren Raume ermittelt werden, wo nichts Äußeres und Wahrnehmbares vorhanden ist, womit man die Kugeln in Beziehung setzen könnte. Würden nun in jenem Raum irgendwelche Körper sehr weit voneinander entfernt platziert, welche eine gegebene gegenseitige Lage beibehalten, wie etwa die Fixsterne im Weltraum, so könnte man freilich nicht aus der relativen Ortsveränderung der Kugeln zwischen diesen Körpern feststellen, ob diesen oder ob jenen die Bewegung zuzuschreiben sei. Achtete man aber auf den Faden und würde man dabei feststellen, daß seine Spannung gerade so groß ist, wie sie aufgrund der Bewegung der Kugeln sein muß, so dürfte man folgern, daß die Bewegungen den Kugeln zuzuordnen sei und die Körper stillstehen, und dann erst dürfte man aus der Ortsveränderung der Kugeln zwischen den Körpern die Richtung dieser Bewegung ermitteln. Wie man aber die wahren Bewegungen aus ihren Ursachen, ihren Wirkungen und ihren scheinbaren Unterschieden, und umgekehrt, wie man aus den wahren oder scheinbaren Bewegungen deren Ursachen und Wirkungen ermitteln kann, wird im Folgenden

ausführlicher gezeigt werden. Denn zu diesem Zweck habe ich die folgende Abhandlung verfaßt.

AXIOME ODER GESETZE DER BEWEGUNG

Gesetz I

Jeder Körper verharrt in seinem Zustand der Ruhe oder der gleichförmig-geradlinigen Bewegung, sofern er nicht durch eingedrückte Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird.

Geschosse verharren in ihren Bewegungen, sofern sie nicht vom Luftwiderstand verlangsamt werden und durch die Schwerkraft nach unten getrieben werden. Ein Kreisel, dessen Teile, da sie zusammenhängen, sich selbst beständig von geradlinigen Bewegungen in die Kreisbahn zurückziehen, hört nicht auf sich zu drehen, sofern er nicht von der Luft gebremst wird. Die größeren Körper der Planeten und Kometen aber bewahren ihre fortschreitenden und umlaufenden Bewegungen, zumal diese Bewegungen in Räumen stattfinden, die ihnen weniger Widerstand bieten, für entsprechend längere Zeit.

Gesetz II

Die Bewegungsänderung ist der eingedrückten Bewegungskraft proportional und geschieht in der Richtung der geraden Linie, in der jene Kraft eindrückt.

Angenommen, irgendeine Kraft erzeuge irgendeine Bewegung, so wird die doppelte Kraft die doppelte, die dreifache Kraft die dreifache Bewegung erzeugen, ob sie nun gleichzeitig und auf einmal, oder ob sie schrittweise und nach und nach eingedrückt hat. Und diese Bewegung wird (da sie immer auf die mit der sie erzeugenden Kraft gleiche Richtung festgelegt wird), wenn ein Körper schon vorher in Bewegung war, entweder seiner gleichsinnigen Bewegung hinzugefügt, oder von seiner Gegenbewegung abgezogen, oder seiner im Winkel dazu stehenden Bewegung unter dem entsprechenden Winkel hinzugefügt und mit ihr gemäß der jeweiligen Bewegungsrichtung zu einer neuen vereinigt.

Gesetz III

Der Einwirkung ist die Rückwirkung immer entgegengesetzt und gleich, oder: die Einwirkungen zweier Körper aufeinander sind immer gleich und wenden sich jeweils in die Gegenrichtung.

Was immer ein anderes drückt oder zieht, wird ebenso sehr von diesem gedrückt oder gezogen. Drückt jemand einen Stein mit dem Finger, so wird dessen Finger ebenso vom Stein gedrückt. Zieht ein Pferd einen mit einem Seil angehängten Stein, so wird auch das Pferd sozusagen ebenso zu dem Stein zurückgezogen werden. Denn das nach beiden Seiten gespannte Seil wird durch ein und dasselbe Bestreben, sich zu entspannen, das Pferd gegen den Stein zwin-

gen und den Stein gegen das Pferd, und es wird die Vorwärtsbewegung des einen ebenso sehr hindern, wie es die des anderen fördern wird. Wenn irgendein Körper, der auf einen anderen gestoßen ist, dessen Bewegung durch seine Kraft irgendwie verändert hat, so wird dieser auch umgekehrt dieselbe Bewegungsveränderung in entgegengesetzter Richtung durch die Kraft des anderen Körpers erfahren (wegen der Gleichheit des veränderten Druckes). Durch diese Einwirkungen werden gleiche Veränderungen erzeugt, und zwar nicht der Geschwindigkeiten, sondern der Bewegungen; natürlich nur bei Körpern, die nicht von anderswoher gehindert sind. Denn die Veränderungen der Geschwindigkeiten, die gleichartig in entgegengesetzte Richtungen erzeugt worden sind, sind den Körpern umgekehrt proportional, weil die Bewegungen in gleicher Weise verändert werden. Dieses Gesetz gilt auch bei Anziehungen, wie in dem nachfolgenden Scholium bewiesen werden wird.

...

Corollar V

Bei Körpern, die in einem gegebenen Raum eingeschlossen sind, sind die Bewegungen in Beziehung aufeinander die gleichen, ob dieser Raum nun ruht oder sich gleichförmig in gerader Richtung ohne eine Kreisbewegung bewegt.

Denn die Differenzen von Bewegungen, die in die gleiche Richtung streben, und die Summen von Bewegungen, die in entgegengesetzte Richtungen gehen, sind schon von Anfang an (nach der Hypothese) in beiden Fällen [Ruhe oder Bewegung des Raumes] dieselben, und aus diesen Summen und Differenzen entstehen Zusammenstöße und Impetus, mit denen sich die Körper gegenseitig treffen. Daher werden nach dem Gesetz II die Wirkungen der Zusammenstöße in beiden Fällen gleich sein, und deshalb werden die Bewegungen untereinander in dem einen Fall den Bewegungen untereinander im anderen Fall gleich sein. Das gleiche wird durch ein einleuchtendes Experiment bestätigt. Auf die gleiche Weise verhalten sich alle Bewegungen auf einem Schiff, ob dieses nun stillsteht oder ob es sich gleichförmig geradeaus bewegt.

Corollar VI

Wenn Körper sich etwa auf beliebige Weise gegeneinander bewegen und von gleichen beschleunigenden Kräften auf parallelen Linien angetrieben werden, so werden sie fortfahren sich auf dieselbe Weise untereinander zu bewegen, wie wenn sie von jenen Kräften nicht beschleunigt worden wären.

Denn dadurch, daß jene Kräfte in gleicher Weise (im Verhältnis zu den Mengen [Massen] der zu bewegenden Körper) und entlang paralleler Linien einwirken, werden sie alle Körper in gleicher Weise (was die Geschwindigkeit anlangt) nach Gesetz II bewegen und deshalb niemals deren Lagen und Bewegungen in Beziehung aufeinander verändern.

Optik

(aus: *Optik oder Abhandlung über Spiegelungen, Brechungen, Beugungen und Farben des Lichts*; I., II. und III. Buch (1704); aus dem Englischen übersetzt von W. Abendroth; Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Verlag Harri Deutsch 1998.
Anhang: Fragen)

Frage 28:

... Um also die regelmässige und andauernde Bewegung der Planeten und Kometen zu erklären, muss der Himmelsraum von jeglicher Materie leer angenommen werden, ausgenommen vielleicht gewisse äusserst dünne Dämpfe, Dünste oder Ausstrahlungen [Effluvia], die aus den Atmosphären der Erde, der Planeten und Kometen und einem so ausserordentlich dünnen ätherischen Medium aufsteigen, wie wir es oben beschrieben haben. Ein dichtes Fluidum kann nichts nützen zur Erklärung der Naturerscheinungen, da sich ohne ein solches die Bewegungen der Planeten und Kometen weit besser erklären. Es dient nur, die Bewegungen dieser grossen Körper zu stören und zu verzögern und das Wirken der Natur zu lähmen, und in den Poren der Körper die schwingenden Bewegungen ihrer Theilchen aufzuhalten, auf der die Wärme und die Wirkbarkeit der Körper beruht. Wenn aber eine solche Flüssigkeit von keinem Nutzen ist und die Operationen der Natur hindert und schwächt, so ist kein Grund für deren Existenz vorhanden, und folglich muss sie verworfen werden. Damit ist auch die Hypothese beseitigt, dass das Licht in Druck oder Bewegung bestehe, die sich in solch einem Medium verbreiten.

Für die Verwerfung eines solchen Mediums haben wir auch die Autorität jener ältesten und berühmtesten Philosophen Griechenlands und Phöniziens für uns, welche den leeren Raum und die Atome und die Schwere der Atome zu den ersten Grundsätzen ihrer Philosophie machten und die Schwerkraft stillschweigend irgend einer anderen, von der dichten Materie verschiedenen Ursache zuschrieben. Spätere Philosophen verbannen die Betrachtung einer solchen Ursache aus der Naturphilosophie, ersinnen Hypothesen, um Alles mechanisch zu erklären, und weisen die anderen Ursachen der Metaphysik zu, während es doch die Hauptaufgabe der Naturphilosophie ist, aus den Erscheinungen ohne Hypothesen Schlüsse zu ziehen und die Ursachen aus ihren Wirkungen abzuleiten, bis die wahre erste Ursache erreicht ist, die sicherlich keine mechanische ist, und nicht nur den Mechanismus der Welt zu entwickeln, sondern hauptsächlich Fragen zu lösen, wie die folgenden:

Was erfüllt die von Materie fast leeren Räume, und woher kommt es, dass Sonne und Planeten einander anziehen, ohne dass eine dichte Materie sich zwischen ihnen befindet? Woher kommt es, dass die Natur nichts vergebens thut, und woher rührt all die Ordnung und Schönheit der Welt? Zu welchem Zwecke giebt es Kometen, und woher kommt es, dass die Planeten sich alle in concentrischen Kreisen nach einer und derselben Richtung bewegen, während die Kometen auf alle möglichen Weisen in sehr excentrischen Bahnen laufen, und was hindert die Fixsterne daran, dass sie nicht auf einander fallen? Wie wurden die Körper der Thiere so kunstvoll ersonnen und zu welchem Zwecke dienen ihre einzelnen Theile? Wurde das Auge hergestellt ohne Fertigkeit in der Optik und das Ohr ohne die Wissenschaft vom Schall? Wie geschieht es, dass die Bewegungen des Körpers dem Willen folgen, und woher rührt der Instinkt der Thiere? Ist nicht der Sitz der Empfindungen beim Thiere da, wo die empfindende Substanz sich befindet, und wohin die wahrnehmbaren Bilder der Aussenwelt durch die Nerven und das Gehirn geleitet werden, um dort durch ihre unmittelbare Gegenwart bei dieser Substanz zur Wahrnehmung zu

gelangen?

Und da dies Alles so wohl eingerichtet ist, *wird es nicht aus den Naturerscheinungen offenbar, dass es ein unkörperliches, lebendiges, intelligentes und allgegenwärtiges Wesen geben muss, welches im unendlichen Raume, gleichsam seinem Empfindungsorgane, alle Dinge in ihrem Innersten durchschaut und sie in unmittelbarer Gegenwart völlig begreift, Dinge, von denen in unser kleines Empfindungsorgan durch die Sinne nur die Bilder geleitet und von dem, was in uns empfindet und denkt, geschaut und betrachtet werden?* Und wenn uns auch jeder richtige, in dieser Philosophie gethane Schritt nicht unmittelbar zur Erkenntnis der ersten Ursache führt, bringt er uns doch dieser Erkenntniss näher und ist deshalb hoch zu schätzen.

...

Frage 31:

Besitzen nicht die kleinen Partikeln der Körper gewisse Kräfte [Powers, Virtues or Forces], durch welche sie in die Ferne hin nicht nur auf die Lichtstrahlen einwirken, um sie zu reflectiren, zu brechen und zu beugen, sondern auch gegenseitig auf einander, wodurch sie einen grossen Theil der Naturerscheinungen hervorbringen? Denn es ist bekannt, dass die Körper durch die Anziehungen der Gravitation, des Magnetismus und der Elektrizität auf einander einwirken. Diese Beispiele, die uns Wesen und Lauf der Natur zeigen, machen es wahrscheinlich, dass es ausser den genannten noch andere anziehende Kräfte gegen mag, denn die Natur behauptet immer Gleichförmigkeit und Uebereinstimmung mit sich selbst. Wie diese Anziehungen bewerkstelligt werden mögen, will ich hier gar nicht untersuchen. Was ich Anziehung nenne, kann durch Impulse oder auf anderem, mir nicht bekanntem Wege zu Stande kommen. Ich brauche das Wort nur, um im allgemeinen irgend eine Kraft zu bezeichnen, durch welche die Körper gegen einander hin streben, was auch die Ursache davon sein möge. Erst müssen wir aus den Naturerscheinungen lernen, welche Körper einander anziehen, und welches die Gesetze und die Eigenthümlichkeiten dieser Anziehung sind, ehe wir nach der Ursache fragen, durch welche die Anziehung bewirkt wird. Die Anziehungen der Schwerkraft, des Magnetismus und der Elektrizität reichen bis in merkliche Entfernungen und sind in Folge dessen von aller Welts Augen beobachtet worden, aber es mag wohl andere geben, die nur bis in so kleine Entfernungen reichen, dass sie der Beobachtung bis jetzt entgangen sind; vielleicht reicht die elektrische Anziehung, selbst wenn sie nicht durch Reibung erregt ist, zu solchen kleinen Entfernungen. ...

Gottfried Wilhelm Leibniz

geb. 1.7.1646 in Leipzig; gest. 14.11.1716 in Hannover

(Zitate aus Samuel Clarke; *Der Briefwechsel mit G.W. Leibniz*; Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1990.)

Erster Brief von Leibniz an Caroline

3. Herr Newton sagt, daß der Raum das Organ ist, dessen Gott sich bedient, um die Dinge wahrzunehmen. Wenn er aber, um sie wahrzunehmen, irgendein Mittel benötigt, so sind sie demnach ganz und gar nicht von ihm abhängig und ebensowenig von ihm geschaffen. ...

Clarke's erste Entgegnung

3. Sir Isaac Newton sagt weder, daß der Raum das Organ ist, dessen Gott sich bedient, um die Dinge wahrzunehmen, noch, daß er überhaupt irgendein Mittel benötigt, um die Dinge wahrzunehmen: sondern im Gegenteil, daß er, da er allgegenwärtig ist, alle Dinge, wo immer im Raum sie sind, durch seine unmittelbare Gegenwart wahrnimmt, ohne Vermittlung oder Beistand welchen Organs oder Mediums auch immer. Um dies verständlicher zu machen, erläutert er es durch ein Gleichnis: daß nämlich, wie der menschliche Geist durch seine unmittelbare Nähe zu den Bildern oder Vorstellungen, die sich durch Vermittlung der Sinnesorgane im Gehirn formen, diese Bilder sieht, als wären sie die Dinge selbst, so Gott alle Dinge durch seine unmittelbare Nähe zu ihnen sieht, da er den Dingen selbst tatsächlich nahe ist, allen Dingen im Universum, wie der menschliche Geist allen in seinem Gehirn geformten Bildern der Dinge nahe ist. Sir Isaac Newton betrachtet das Gehirn und die Sinnesorgane als die Mittel, durch die jene Bilder geformt werden: aber nicht als Mittel, mit deren Hilfe der Geist jene Bilder sieht oder wahrnimmt, sobald sie in dieser Weise geformt sind. Und im Universum sieht er die Dinge nicht so, als ob sie von irgendwelchen Hilfsmitteln oder Organen geformte Bilder sind, sondern als wirkliche Dinge, geformt von Gott selbst, die er an allen Orten, wo immer sie sich befinden, gänzlich ohne Vermittlung irgendeines Mediums sieht. Und dieses Gleichnis ist es, was er meint, wenn er sich den unendlichen Raum (sozusagen) als das *Sensorium* des allgegenwärtigen Wesens vorstellt. ...

Zweiter Brief von Leibniz an Caroline

1. ... Die Hauptgrundlage der Mathematik ist *der Satz vom Widerspruch* oder *von der Identität*, d.h. daß eine Aussage nicht gleichzeitig richtig und falsch sein kann, und daß folglich *A gleich A ist und nicht „nicht A“ sein kann*. Und dieser einzige Grundsatz reicht aus, um die ganze Arithmetik und die ganze Geometrie, d.h. sämtlich mathematischen Grundlagen zu beweisen. Um aber von der Mathematik zur Physik überzugehen, ist noch ein weiterer Grundsatz erforderlich, wie ich in meiner Theodizee bemerkt habe, nämlich *der Grundsatz von der Erforderlichkeit eines hinreichenden Grundes*; d.h. daß nichts geschieht, ohne daß es einen Grund gibt, weshalb es eher so als anders geschieht. ...

2. Man behauptet weiter, daß nach den mathematischen Grundlagen, d.h. nach der Philosophie von Herrn Newton (denn die mathematischen Grundlagen sagen darüber nichts) *die Materie der unbedeutendste Teil des Universums ist*. Er nimmt nämlich außer der Materie einen leeren Raum an, so daß ihm zufolge die Materie nur einen sehr kleinen Teil des Raumes einnimmt. ... je mehr Materie es [aber] in der Welt gibt, umso mehr Gelgenheit gibt es für Gott, seine Weisheit und seine Macht auszuüben; und dies, neben anderen Gründen, ist es, weshalb ich meine, daß es überhaupt kein Vakuum gibt.

3. Im Anhang zur Optik des Herrn Newton findet man ausdrücklich gesagt, daß *der Raum das Sensorium Gottes ist*. Nun hat das Wort *Sensorium* immer schon das Organ der Sinnesempfindung bezeichnet. Er und seine Freunde mögen sich jetzt wohl ganz anders erklären. Ich habe nichts dagegen.

Clarkes zweite Entgegnung

1. ... Es ist allerdings wahr, daß nichts ist, ohne einen hinreichenden Grund, weshalb es ist, und weshalb es eher so als anders ist. Und deshalb kann es, wo keine Ursache ist, auch keine Wirkung geben. Jedoch ist dieser hinreichende Grund oftmals kein anderer, als der bloße Wille Gottes. Weshalb z.B. diese individuelle Anordnung von Materie an einem individuellen Ort und jene an einem anderen individuellen Ort geschaffen wurde, wo es doch (da alle Orte gegenüber aller Materie absolute neutral sind) *vice versa* genau dasselbe gewesen wäre, gesetzt die beiden Anordnungen (oder die Teilchen) der Materie sind die gleichen, dafür gibt es keinen anderen Grund, als den bloßen Willen Gottes. ...

2. Viele alte Griechen, die ihre Philosophie von den Phöniziern hatten, und deren Philosophie von Epikur verfälscht wurde, hielten in der Tat Materie und Vakuum für Alles, aber sie waren nicht in der Lage, diese Grundlagen mit Hilfe der Mathematik für die Erklärung der Naturerscheinungen einzusetzen. ...

3. Das Wort *Sensorium* bezeichnet eigentlich nicht das Organ, sondern den Ort der Empfindung. Das Auge, das Ohr usw. sind Organe, nicht aber Sitz des Empfindungsvermögens. Im übrigen sagt Sir Isaac Newton nicht, daß der Raum das *Sensorium* ist, sondern nur gleichnishaft, daß er *wie das Sensorium ist* usw. ...

Dritter Brief von Leibniz an Caroline

4. Was mich angeht, so habe ich mehr als einmal betont, daß ich *den Raum* für etwas bloß Relatives halte, wie die Zeit; für eine Ordnung des gleichzeitig Bestehenden, wie die Zeit eine Ordnung von Aufeinanderfolgendem ist. Denn der Raum bezeichnet als Ausdruck der Möglichkeit eine Ordnung von Dingen, die zur selben Zeit existieren, insofern sie zusammen existieren, ohne auf ihre besonderen Arten zu existieren einzugehen: und wenn man mehrere Dinge zusammen sieht, so nimmt man diese Ordnung der Dinge untereinander wahr.

5. Um die Einbildung derer zu widerlegen, die *den Raum* für eine Substanz oder zumin-

dest für irgendeine absolute Wesenheit halten, habe ich mehrere Beweise. Aber ich will mich gegenwärtig nur des einen bedienen, zu dem man mir hier den Anlaß liefert. Ich sage also, daß dann, wenn der Raum eine absolute Wesenheit wäre, etwas vorkäme, wofür man unmöglich einen hinreichenden Grund angeben könnte, was gegen unser Axiom ist. Dies beweise ich folgendermaßen. Der Raum ist etwas absolut Gleichförmiges, und ohne darin befindliche Dinge unterscheidet sich ein Punkt des Raumes absolut in nichts von einem anderen Punkt des Raumes. Nun folgt hieraus, vorausgesetzt der Raum ist irgend etwas für sich selbst außer der Ordnung der Körper untereinander, daß es unmöglich einen Grund geben könnte, weshalb Gott, bei Aufrechterhaltung derselben Lagen der Körper zueinander, sie im Raum so und nicht anders angeordnet hätte, und weshalb nicht alles entgegengesetzt angeordnet wurde, beispielsweise durch einen Tausch von Osten und Westen. Wenn aber der Raum nichts anderes ist, als diese Ordnung oder Beziehung, und wenn er ohne die Körper überhaupt nichts ist, als die Möglichkeit, sie darin anzuordnen, so würden diese beiden Zustände, der eine der, wie er ist, der andere entgegengesetzt angenommen, sich untereinander in nichts unterscheiden: ihr Unterschied findet sich nur in unserer abwegigen Voraussetzung der Wirklichkeit des Raumes an sich. Aber in Wahrheit wäre der eine genau dasselbe wie der andere, da sie absolut ununterscheidbar sind und folglich kein Platz ist für die Frage nach einem Grund für die Bevorzugung des einen vor dem anderen.

6. Ebenso verhält es sich mit *der Zeit*. Angenommen jemand fragte, weshalb Gott nicht alles um ein Jahr früher geschaffen hat; und wenn dieselbe Person den Schluß ziehen wollte, daß Gott etwas getan hat, wofür man unmöglich einen Grund angeben kann, weshalb er es so und nicht anders gemacht hat, so würde man ihm antworten, daß seine Schlußfolgerung richtig wäre, wenn die Zeit etwas wäre, das außerhalb der zeitlichen Dinge ist, weil es dann unmöglich wäre, einen Grund zu finden, weshalb die Dinge, bei gleichbleibender Aufeinanderfolge, diesem und nicht anderen Augenblicken zugeordnet sein sollten. Aber eben dies beweist, daß die Augenblicke außer den Dingen nichts sind, und daß sie ausschließlich in deren aufeinanderfolgender Ordnung Bestand haben, welche dieselbe bleibt, so daß sich der eine der beiden Zustände, wie derjenige der angenommenen zeitlichen Vorverschiedung, in nichts unterscheiden würde und nicht von dem anderen unterschieden werden könnte, der jetzt ist.

7. Man sieht aus all dem, was ich hier gesagt habe, daß mein Axiom nicht richtig erfaßt worden ist, und daß man es zurückweist, während man es scheinbar zugesteht. *Es ist wahr*, so sagt man, *daß es nichts ohne hinreichenden Grund dafür gibt, weshalb es so und nicht anders ist*, aber man fügt hinzu, daß dieser hinreichende Grund häufig *der einfache oder bloße Wille Gottes* ist, wie bei der Frage, weshalb die Materie im Raum unter Beibehaltung der gegenseitigen Lagen der Körper nicht an einen anderen Ort gesetzt worden ist. Aber das heißt gerade zu behaupten, daß Gott etwas will, ohne daß er irgendeinen hinreichenden Grund für seinen Willen hat, entgegen dem Axiom oder der allgemeinen Regel allen Geschehens. ...

Clarkes dritte Entgegnung

2. Zweifellos existiert nichts ohne einen hinreichenden Grund, weshalb es so und nicht anders existiert, und weshalb es so und nicht anders ist. Aber bei Dingen, die von sich aus neutral sind, ist der bloße Wille, auf den nicht Äußeres einwirkt, allein dieser hinreichende Grund. Das zeigt das Beispiel, daß Gott jedes Teilchen der Materie nicht dort, sondern hier erschaffen oder

[hierin] gestellt hat, da alle Orte ursprünglich gleich sind. Und ebenso liegt die Sache sogar dann, wenn der Raum nichts Wirkliches wäre, sondern nur die bloße Ordnung von Körpern: auch dann nämlich wäre er gänzlich neutral, und es gäbe keinen anderen Grund als den bloßen Willen, warum drei gleiche Teilchen in der Reihenfolge a, b, c plaziert oder angeordnet sein sollten, nicht aber in der entgegengesetzten Reihenfolge. Und deshalb läßt sich aus dieser Neutralität aller Orte kein Argument gewinnen, um zu beweisen, daß kein Raum wirklich ist. Denn verschiedene Räume sind wirklich verschieden oder voneinander getrennt, obwohl sie vollkommen gleich sind. Auch ergibt sich aus der Annahme, daß der Raum nicht wirklich ist, sondern nur die bloße Ordnung von Körpern, dieser offensichtliche Unsinn, daß nach dieser Vorstellung, wenn die Erde und die Sonne und der Mond dorthin gestellt worden wären, wo die entferntesten Fixsterne jetzt sind (gesetzt sie wären in derselben Ordnung und Entfernung dorthin gestellt worden, die sie jetzt zueinander einhalten), das nicht nur (wie der gelehrte Verfasser zu Recht sagt) *la même chose* gewesen wäre, im Ergebnis dieselbe Sache, was allerdings zutrifft: sondern darüber hinaus ergäbe sich, daß sie alsdann sich auch an demselben Ort befunden hätten, an dem sie jetzt sind, was ein eindeutiger Widerspruch ist. ...

3. Der Raum ist nicht ein Wesen, ein ewiges und unendliches Wesen, sondern eine Eigenschaft oder eine Folge der Existenz eines unendlichen und ewigen Wesens. Der unendliche Raum ist die Unermeßlichkeit, aber die Unermeßlichkeit ist nicht Gott: und deshalb ist der unendliche Raum nicht Gott. ...

4. Wenn der Raum nichts wäre als die Ordnung gleichzeitig bestehender Dinge, so ergäbe sich, wenn Gott die gesamte materielle Welt gleich mit welcher Geschwindigkeit geradlinig fortbewegen würde, daß sie doch noch immer am selben Ort bliebe, und daß beim urplötzlichen Anhalten jener Bewegung nichts den geringsten Stoß erfahren würde. Und wenn die Zeit nichts wäre als die Ordnung der Aufeinanderfolge geschaffener Dinge, so ergäbe sich, daß die Welt, wenn Gott sie Millionen von Jahren früher als geschehen erschaffen hätte, doch keineswegs früher erschaffen worden wäre. Außerdem: Raum und Zeit sind Mengen, was Lage und Ordnung nicht sind.

5. In diesem Abschnitt wird eingewendet, daß deshalb, weil der Raum gleichförmig und gleich ist und ein Teil sich von anderen nicht unterscheidet, die an einem Ort geschaffenen Körper, wenn sie an einem anderen Ort geschaffen worden wären (vorausgesetzt sie behalten untereinander dieselbe Lage), immer noch an demselben Platz wie vorher erschaffen worden wären, was ein handgreiflicher Widerspruch ist. Allerdings beweist die Gleichförmigkeit des Raumes, daß es keinen (äußeren) Grund für Gott geben konnte, Dinge eher an diesem als an jenem Ort zu erschaffen: aber hält das davon ab, daß sein Wille für sich allein ein hinreichender Grund für das Wirken an irgendeinem Ort ist, da alle Orte neutral oder gleich sind, und daß er guten Grund haben kann, an einem Ort zu wirken?

Vierter Brief von Leibniz an Caroline

1. Unter Dingen, die sich absolut nicht voneinander unterscheiden, gibt es keinerlei Auswahl, und folglich keinerlei Wählen oder Wollen, denn die Auswahl müßte einen Vernunftgrund oder eine Grundlage haben.

3. Es ist einerlei, in welche Anordnung auch immer man drei gleichartige und in allem gleiche Körper bringt, und folglich wird er, der nichts ohne Weisheit tut, sie überhaupt nicht in eine Anordnung bringen. Da er aber auch der Urheber der Dinge ist, so wird er gar nichts dergleichen schaffen, und folglich gibt es gar nichts dergleichen in der Natur.

4. Es gibt keine zwei ununterscheidbaren Einzeldinge. ... Das ist ein Beweis gegen die Atome, die nicht weniger als das Vakuum den Grundlagen der wahren Metaphysik widerstreiten.

6. Zwei voneinander ununterscheidbare Dinge vorauszusetzen bedeutet, ein und dasselbe unter zwei Namen vorauszusetzen. Deshalb ist die Hypothese, daß das Universum zuerst eine andere zeitliche und örtliche Lage hätte haben können als die, die es tatsächlich innehat, und daß gleichwohl alle Teile des Universums zueinander dieselbe Lage hätten haben können wie die, die sie tatsächlich einnehmen, eine unmögliche Erfindung.

7. Derselbe Grund, aus dem der Raum ohne die Welt nur eine Einbildung ist, beweist, daß ein jeder leere Raum bloß etwas Eingebildetes ist, denn beide unterscheiden sich nur der Größe nach.

8. Wenn der Raum eine Eigenschaft oder ein Merkmal ist, so müßte er die Eigenschaft irgendeiner Substanz sein. Der leere beschränkte Raum aber, den seine Schutzheiligen zwischen zwei Körpern voraussetzen: welcher Substanz sollte der wohl als Eigenschaft oder als Zustand zukommen?

9. Wenn der unendliche Raum die Unermeßlichkeit ist, so wird der endliche Raum das Gegenteil der Unermeßlichkeit sein, d.h. die Meßbarkeit oder die beschränkte Ausdehnung. Aber die Ausdehnung muß der Zustand von etwas Ausgedehntem sein. Wenn nun jener Raum leer ist, so wird er eine Eigenschaft ohne Subjekt, eine Ausdehnung ohne Ausgedehntes. Deshalb fällt, wer den Raum zu einer Eigenschaft macht, mit meiner Meinung zusammen, wonach er eine Ordnung von Dingen, nicht aber irgend etwas Absolutes ist.

13. Die Behauptung, daß Gott das ganze Universum in gerader oder sonstiger Richtung voranbewegen könnte, ohne ansonsten das geringste zu verändern, ist wiederum eine verstiegene Voraussetzung. Denn zwei voneinander nicht unterscheidbare Zustände sind derselbe Zustand, und folglich ist das eine Veränderung, die nichts verändert. ...

15. Es ist eine ebensolche, d.h. unmögliche Erfindung anzunehmen, daß Gott die Welt einige Millionen Jahre früher erschaffen hätte. Diejenigen, die sich derartigen Erfindungen hingeben, könnten jenen, die die Ewigkeit der Welt behaupten würden, nichts entgegensetzen. Weil Gott nichts ohne Grund tut, und weil keinerlei Grund angebbbar ist, weshalb er die Welt um nichts früher erschaffen hat, so folgt, daß er entweder überhaupt nichts erschaffen hat, oder daß er die Welt vor jeder bestimmbaren Zeit geschaffen hat, d.h. das die Welt ewig wäre. Zeigt man aber, daß der Anfang, welcher es auch sei, immer derselbe ist, so entfällt die Frage, weshalb er kein anderer gewesen ist.

16. Wenn der Raum und die Zeit etwas Absolutes wären, d.h. wenn sie etwas anderes wären, als gewisse Ordnungen von Dingen, so wäre das, was ich gesagt habe, ein Widerspruch. Da sie das aber keineswegs sind, so ist die Hypothese widersprüchlich, d.h. sie ist eine unmögliche Erfindung. ...

38. Diejenigen, welche sich vorstellen, daß sich die aktiven Kräfte in der Welt von selbst vermindern, kennen die grundlegenden Gesetze der Natur und die Schönheit der Werke Gottes nicht sehr gut.

Clarkes vierte Entgegnung

1. und 2. Diese Vorstellung führt allgemein zu Notwendigkeit und Verhängnis, da sie voraussetzt, daß Beweggründe zum Willen eines vernunftbegabten Handelnden sich ebenso verhalten, wie die Gewichte zu einer Waage, so daß ein vernünftig Handelnder unter zwei in keiner Weise voneinander verschiedenen Dingen ebensowenig eine Auswahl treffen kann, wie eine Waage sich bewegen kann, wenn die Gewichte auf beiden Seiten gleich sind. Aber der Unterschied ist folgender. Eine Waage ist kein handelndes Wesen, sondern nur passiv... Aber vernunftbegabte Wesen sind keine passiv Handelnden, die von Beweggründen so bewegt werden, wie eine Waage durch Gewichte, sondern sie haben aktive Potenzen und bewegen sich selbst, manchmal im Hinblick auf starke Beweggründe, manchmal im Hinblick auf schwache, und manchmal, wenn die Dinge in keiner Weise voneinander verschieden sind. In diesem letzteren Fall mag es sehr gute Gründe zum Handeln geben, wenn auch zwei oder mehr Handlungsweisen in keiner Weise voneinander verschieden sein mögen. ...

5. und 6. Wenn zwei Dinge vollkommen gleich sind, so hören sie deshalb nicht auf, zwei zu sein. Die Teile der Zeit sind einander so ebenso gleich wie jene des Raumes: aber zwei Zeitpunkte sind nicht derselbe Zeitpunkt, und sie sind auch nicht bloß zwei Namen für denselben Zeitpunkt. Hätte Gott die Welt erst in diesem Augenblick erschaffen, so wäre sie nicht zu der Zeit erschaffen worden, zu der sie erschaffen wurde. Und wenn Gott der Materie eine endliche Größe gegeben hat (oder geben kann), so muß folglich das materielle Universum seinem Wesen nach beweglich sein; denn nichts, das endlich ist, ist unbeweglich. ...

7. Ist die materielle Welt von endlicher Größe, so ist der außerweltliche Raum nicht imaginär, sondern wirklich. Und auch leere Räume in der Welt sind nicht bloß imaginär. Mögen in einem luftleer gepumpten Rezipienten auch Lichtstrahlen und vielleicht noch etwas nadere Materie in außerordentlich geringer Menge vorhanden sein, so zeigt doch das Fehlen eines Widerstandes klar an, daß der größte Teil jenes Raumes von Materie entleert ist. ...

8. Der von Körpern leere Raum ist das Merkmal einer unkörperlichen Substanz. Der Raum ist nicht von Körpern begrenzt, sondern er ist innerhalb und außerhalb von Körpern gleichermaßen vorhanden. Der Raum ist nicht zwischen Körpern eingeschlossen ...

9. Der leere Raum ist keine Eigenschaft ohne Subjekt; denn unter leerem Raum verstehen wir nie einen von allem, sondern nur einen von Körpern leeren Raum. In jeglichem leeren Raum ist sicherlich Gott gegenwärtig, und womöglich viele andere Substanzen, die nicht Materie, und die weder greifbar, noch Wahrnehmungsgegenstände für jeden anderen unserer Sinne sind.

13. ... Zwei Orte, auch wenn sie genau gleich sind, sind nicht derselbe Ort. Auch ist die Bewegung oder Ruhe des Universums nicht derselbe Zustand, ebenso wie die Bewegung oder Ruhe eines Schiffes nicht [deshalb] derselbe Zustand ist, weil ein in der Kajüte eingeschlossener Mann nicht wahrnehmen kann, ob das Schiff segelt oder nicht, solange es sich gleichförmig

bewegt. Auch wenn der Mann sie nicht wahrnimmt, ist die Bewegung des Schiffes ein wirklich eigener Zustand und hat wirklich eigene Wirkungen und würde bei einem plötzlichen Halt andere wirkliche Wirkungen haben, und dasselbe gälte für eine un wahrnehmbare Bewegung des Universums. Auf diese Beweisführung hat niemand je eine Antwort gegeben. Sir Isaac Newton geht darauf in seinen *Mathematischen Grundlagen* (Definit. 8 [und das anschließende Scholium]) ausführlich ein, wo er durch die Untersuchung der Merkmale, Ursachen und Wirkungen von Bewegung den Unterschied zwischen wirklicher Bewegung oder dem Transport eines Körpers von einem Teil des Raumes zu einem anderen, und relativer Bewegung aufzeigt, welche lediglich eine Veränderung der Anordnung oder Lage von Körpern zueinander ist. Diese Beweisführung ist eine mathematische, die durch wirkliche Wirkungen beweist, daß es wirkliche Bewegung geben kann, wo keine relative ist: und hierauf kann man nicht antworten, indem man schlicht das Gegenteil behauptet.

15. Es war für Gott nicht unmöglich, die Welt früher oder später zu erschaffen, als er sie erschaffen hat, und es ist ihm keineswegs unmöglich, sie früher oder später als dann zu zerstören, wenn sie wirklich zerstört werden wird. ... Denn die Weisheit Gottes mag sehr gute Gründe dafür gehabt haben, diese Welt zu der besonderen Zeit zu erschaffen, zu der er sie schuf, und sie mag andere Arten von Dingen erschaffen haben, ehe diese materielle Welt ihren Anfang nahm, und sie mag andere Arten von Dingen erschaffen, wenn diese Welt zerstört sein wird.

38. Das ist eine bloße Behauptung ohne Beweis. Zwei Körper, die ganz unelastisch sind, verlieren, wenn sie mit gleichen entgegengesetzten Kräften aufeinandertreffen, beide ihre Bewegung. Und Sir Isaac Newton hat ein mathematisches Beispiel angeführt (S. 341 der lateinischen Ausgabe seiner *Opticks*) in dem Bewegung mengenmäßig beständig vermindert und vermehrt wird, ohne daß diese auf andere Körper übertragen wird.

41. ... Offensichtlich ist auch, daß die Zeit nicht nur die Ordnung der Nacheinanderfolge von Dingen ist; denn die Menge der Zeit kann größer oder kleiner sein, und trotzdem bleibt jene Ordnung dieselbe. Die Ordnung des Aufeinanderfolgens von Dingen in der Zeit ist nicht die Zeit selber: denn sie können in derselben Aufeinanderfolge schneller oder langsamer aufeinander folgen, aber nicht in derselben Zeit. ...

45. Daß ein Körper einen anderen ohne vermittelndes Zwischenglied anziehen könnte, ist allerdings kein Wunder, sondern ein Widerspruch: denn das heißt anzunehmen, daß etwas wirkt, wo es nicht ist. Aber das Mittel, durch das zwei Körper einander anziehen, mag unsichtbar und unkörperlich und von anderer Art sein als ein Mechanismus; und doch kann man es, da es regelmäßig und gleichbleibend wirkt, durchaus natürlich nennen ...

46. Wenn das Wort *natürliche Kräfte* hier mechanische bedeutet, dann sind alle Tiere und selbst die Menschen ebenso bloße Maschinen wie eine Uhr. Wenn das Wort aber nicht mechanische Kräfte bedeutet, dann kann die Schwerebewegung von regelmäßigen und natürlichen Kräften verursacht sein, auch wenn sie nicht mechanische sind.

Fünfter Brief von Leibniz an Caroline

Zu 5 und 6

27. Die Teile der Zeit oder des Ortes sind, für sich selbst genommen, Dinge, die nur in der Vorstellung vorhanden sind; deshalb gleichen sie einander vollkommen, wie zwei abstrakte Einheiten. So aber verhält es sich mit zwei konkreten *Einen* oder mit zwei wirklichen Zeiten oder mit zwei vollen Räumen, d.h. mit wahrhaften Wirklichkeiten nicht.

29. Ich habe bewiesen, daß der Raum nichts anderes ist, als eine Ordnung des Daseins von Dingen, die man bemerkt, wenn sie gleichzeitig sind. Die Einbildung eines materiellen endlichen Universums, das sich als Ganzes in einem unendlichen leeren Raum umherbewegt, kann deshalb nicht zulässig sein. Sie ist völlig unvernünftig und undurchführbar. Denn abgesehen davon, daß es außerhalb des materiellen Universums gar keinen wirklichen Raum gibt, wäre ein solcher Vorgang ohne Zweck; das hieße arbeiten ohne etwas zu tun, *agendo nihil agere*. Für denjenigen, der davon wüßte, ergäbe sich daraus keinerlei beobachtbare Veränderung. Es sind das Einbildungen von *Philosophen mit unvollständigen Begriffen*, sich den Raum zu einer absoluten Wirklichkeit zu machen. ...

31. Ich gebe keineswegs zu, daß alles Endliche beweglich ist. Und selbst nach der Voraussetzung meiner Gegner ist ein Teil des Raumes, obgleich endlich, keineswegs beweglich. Was beweglich ist, muß imstande sein, seine Lage in Bezug auf irgendeine andere Sache zu verändern und einen neuen, von dem vorherigen unterscheidbaren Zustand zu erreichen: andernfalls ist die Veränderung nur Einbildung. ...

Zu 7

33. Da der Raum an sich wie die Zeit nur eine in der Vorstellung vorhandene Sache ist, so kann der Raum außer der Welt nur eingebildet sein, wie sogar die Scholastiker sehr wohl erkannt haben. Der Fall liegt ebenso mit dem leeren Raum in der Welt, den ich aus den angegebenen Gründen ebenfalls für eingebildet halte.

34. Man hält mir das Vakuum entgegen, daß Herr Guericke von Magdeburg entdeckt hat, der es durch Abspumpen der Luft aus einem Rezipienten hergestellt hat; und man behauptet, daß in dem Rezipienten wahrhaftig ein vollkommenes Vakuum ist oder ein Raum, der zumindest teilweise ohne Materie ist. ... ich finde, daß man den Rezipienten mit einem durchlöchernten Kasten im Wasser vergleichen kann, in dem sich Fische oder andere grobe Körper befinden, deren Platz, wenn man sie herausnähme, notwendigerweise von Wasser eingenommen würde. Es gibt da nur den Unterschied, daß das Wasser, obwohl es flüssig und nachgiebiger ist als jene groben Körper, doch ebenso schwer und ebenso massiv ist, wenn nicht noch mehr, während die Materie, die anstelle der Luft in den Rezipienten eintritt, sehr viel dünner ist. Die neuen Anhänger des Leeren antworten auf dieses Beispiel, daß nicht die Grobheit der Materie, sondern lediglich ihre Menge Widerstand leistet, so daß es notwendigerweise mehr Leeres gibt, wo weniger Widerstand ist. ... Darauf antworte ich, daß nicht so sehr die Menge der Materie, als die Schwierigkeit, mit der sie entweicht, den Widerstand ausmacht. Beispielsweise enthält treibendes Holz weniger schwere Materie, als ein gleich großes Wasservolumen, und dennoch leistet es einem Boot mehr Widerstand als Wasser.

35. ... Denn es ist eine seltsame Vorstellung, daß alle Materie schwer sein soll, und sogar zu jeder anderen Materie hin, wie wenn jeder Körper in gleicher Weise jeden anderen Körper entsprechend den Massen und den Abständen anzöge; und das durch eine treffend so genannte Anziehung, die in keiner Weise von einem verborgenen Anstoß der Körper hergeleitet werden

könnte: während doch die Schwere der sinnlich wahrnehmbaren Körper zum Mittelpunkt der Erde hin durch die Bewegung irgendeiner Flüssigkeit hervorgerufen sein muß. Und das Gleiche wird von anderen Schwerearten gelten, wie jener der Planeten gegen die Sonne hin oder untereinander. Ein Körper wird auf natürliche Weise niemals anders bewegt, als durch einen anderen Körper, der ihn anstößt, indem er ihn berührt; und danach bleibt es so, bis er durch einen anderen Körper, der ihn berührt, gehindert wird. Jede andere Wirkung auf Körper ist entweder übernatürlich oder eingebildet.

Zu 8 und 9

47. Die Menschen gelangen etwa so dazu, sich den Begriff des Raumes zu bilden. Sie bedenken, daß mehrere Dinge gleichzeitig existieren, und sie finden unter diesen eine bestimmte Ordnung des zusammen Existierens vor, nach der das Verhältnis der einen zu den anderen mehr oder weniger einfach ist. Das ist ihre Lage oder Entfernung voneinander. Geschieht es, daß eines dieser zusammen Existierenden sein Verhältnis zu einer Mehrheit anderer verändert, ohne daß diese das ihre untereinander verändern, und daß ein neu Hinzugekommenes dasselbe Verhältnis zu den anderen einnimmt, die das erste zu den anderen gehabt hätte, so sagt man, daß es dessen *Ort* eingenommen hat und nennt diese Veränderung *eine Bewegung* desjenigen, bei dem die unmittelbare Ursache der Veränderung liegt. Und wenn mehrere oder selbst alle ihre Richtung und Geschwindigkeit gemäß bestimmten bekannten Regeln verändern würden, so könnte man immer das Lageverhältnis bestimmten, welches jedes zu jedem anderen annimmt; und ebenso dasjenige, welches jedes andere haben würde, wenn es sich gar nicht verändert hätte, oder es sich anders verändert hätte. Nimmt man nun an oder fingiert man, daß es unter jenen zusammen Existierenden eine hinreichende Anzahl einiger gibt, die sich zueinander in keiner Weise verändert haben, so wird man sagen, daß jene, die zu diesen fixierten Existierenden dasselbe Verhältnis haben, welches andere vorher zu diesen hatten, denselben *Ort* eingenommen haben, den diese anderen innegehabt haben. Und dasjenige, was alle diese Orte begreift, nennt man *Raum*. Das zeigt, daß es, um eine Vorstellung vom Ort und folglich vom Raum zu haben, hinreicht, diese Verhältnisse und die Regeln ihrer Veränderungen zu betrachten, ohne daß man sich dazu irgendeine absolute Wirklichkeit außer den Dingen ausdenken muß, deren Lage man betrachtet. Und um eine Art von Definition zu geben, so ist *Ort* dasjenige, wovon man sagt, daß es für A und B dasselbe ist, wenn das Verhältnis des Zusammenseins von B mit C, E, F, G usw. vollständig mit dem Verhältnis des Zusammenseins von A mit ebendiesen übereinstimmt, vorausgesetzt, daß es keine Ursache für eine Veränderung unter C, E, F, G usw. gegeben hat. Man könnte auch ohne eine Übertreibung sagen, daß *Ort* dasjenige ist, was zu verschiedenen Momenten auch für verschiedene Existierende dasselbe ist, wenn ihre Verhältnisse des Zusammenseins mit bestimmten Existierenden, welche vom einen zum anderen Moment fixiert bleiben sollen, vollständig übereinstimmen. Und *fixierte Existierende* sind diejenigen, in denen es keine Ursache einer Veränderung der Ordnung des Zusammenseins mit den anderen gegeben hat, oder (was dasselbe ist) unter denen keinerlei Bewegung stattgefunden hat. Der *Raum* schließlich ist das, was sich ergibt, wenn man die Orte zusammenfaßt. ... Ich bemerke abschließend, daß die Spuren bewegter Körper, die diese zuweilen auf den unbewegten hinterlassen, auf denen sie ihre Bewegung vollführen, die Vorstellungskraft der Menschen veranlaßt haben, sich jene Idee zu bilden, daß es auch dann irgendeine Spur an sich gäbe, wenn es keinerlei unbewegte Sachen gäbe; aber das ist lediglich in der Vorstellung vorhanden und besagt nur, daß *man, wenn es da irgend etwas Unbewegtes gäbe, darauf eine solche [Spur] markieren könnte*. Und es ist diese Analogie, die einen sich Orte, Spuren, Räume einbilden läßt, während doch diese Dinge lediglich in der

Wahrheit der Beziehungen, nicht aber in irgendeiner absoluten Wirklichkeit Bestand haben.

zu 13

52. Um zu beweisen, daß der Raum ohne die Körper eine absolute Wirklichkeit ist, war eingewandt worden, daß sich das materielle Universum im Raum umherbewegen könne. Ich habe erwidert, daß keineswegs einzusehen ist, weshalb das materielle Universum endlich sein soll; und daß, wenn man das voraussetzte, es vernunftwidrig ist, ihm Bewegung zuzuschreiben, es sei denn so, daß Teile ihre Lage untereinander verändern: denn eine andere Bewegung würde keinerlei beobachtbare Veränderung hervorbringen und wäre ohne Zweck. Etwas anderes ist es, wenn seine Teile ihre Lage untereinander verändern, denn dann erkennt man eine Bewegung im Raum, die aber in der Ordnung der Verhältnisse stattfindet, welche sich verändern. Nun wirft man ein, daß die Wahrheit der Bewegung von der Beobachtung unabhängig ist, und daß ein Schiff sich voranbewegen kann, ohne daß wer darinnen ist, es bemerkt. Ich antworte, daß die Bewegung unabhängig von der Beobachtung, keineswegs aber unabhängig von der Beobachtbarkeit ist. Es gibt keinerlei Bewegung, wenn es keinerlei beobachtbare Veränderung gibt, auch überhaupt keine Veränderung. ...

Zu 15

62. Ich sage keineswegs, daß die Materie und der Raum ein und dieselbe Sache sind; ich sage lediglich, daß es keinerlei Raum gibt, wo es keinerlei Materie gibt; und daß der Raum für sich selbst durchaus keine absolute Wirklichkeit hat. Der Raum und die Materie unterscheiden sich wie die Zeit und die Bewegung. Die Dinge sind, wenngleich voneinander verschieden, doch nicht voneinander zu trennen.

Zu 38

99. Ich versuche nicht, hier meine *Dynamik* zu begründen, oder meine Kräftelehre. Das wäre nicht der rechte Ort dafür. Dennoch kann ich ohne weiteres auf den Einwand antworten, den man mir hier entgegensetzt. Ich hatte behauptet, daß sich die aktiven Kräfte in der Welt erhalten. Man hält mir entgegen, daß zwei weiche oder unelastische Körper, die zusammenstoßen, an ihrer Kraft verlieren. Ich antworte nein. In der Tat nehmen die ganzen [Körper] in diesem Fall im Verhältnis zu ihrer Gesamtbewegung [an Kraft] ab, aber diese geht auf die Teile über, die durch die Kraft des Zusammentreffens oder des Stoßes im Inneren hin und herbewegt werden. Folglich tritt ein Verlust nur scheinbar ein. Die Kräfte sind keineswegs zerstört, sondern auf die kleineren Teile verteilt. Das heißt nicht, sie zu verlieren, sondern es bedeutet dasselbe, wie großes Geld in kleines umzutauschen. Dennoch stimme ich zu, daß die Menge der Bewegung keineswegs dieselbe bleibt, und insoweit billige ich, was auf Seite 341 von Herrn Newtons Optik steht, die hier zitiert wird. Ich habe aber anderswo gezeigt, daß es einen Unterschied zwischen der Menge der Bewegung und der Menge der Kraft gibt.

Zu 41

105. Man hält mir hier entgegen, daß die Zeit keine Ordnung der aufeinanderfolgenden Dinge sein könne, weil die Menge der Zeit zunehmen oder abnehmen könne, während die Ordnung des Aufeinanderfolgens dieselbe bleibt. Ich antworte, daß das durchaus nicht so ist: denn wenn die Zeit mehr ist, so wird es mehr gleichartige dazwischenliegende Zustände geben, und wenn sie weniger ist, so wird es weniger davon geben, weil es überhaupt nichts Leeres gibt, keine Verdichtung und kein Hereinströmen, sozusagen, hinsichtlich der Zeit sowenig wie hinsichtlich der Orte.

Zu 45

118. Ich hatte eingewandt, daß eine Anziehung im eigentlichen oder im scholastischen Sinn eine Fernwirkung ohne ein vermittelndes Etwas wäre. Man antwortet hier, daß eine Anziehung ohne ein vermittelndes Etwas ein Widerspruch wäre. Sehr gut: aber wie versteht man dann, daß die Sonne die Erdkugel durch einen leeren Raum hindurch anziehen soll? Ist es Gott, der als vermittelndes Etwas dient? ...

119. Oder gibt es vielleicht irgendwelche immateriellen Substanzen, oder irgendwelche geistigen Strahlen, oder irgendeine Eigenschaft ohne Substanz, eine gleichsam bewußtseinsbegabte Spezies, oder ich weiß nicht, was sonst noch, was dieses erforderliche vermittelnde Etwas ausmacht? ...

120. Dieses Übertragungsmittel ist (so behauptet man) unsichtbar, untastbar, nicht mechanisch. Man könnte mit demselben Recht hinzufügen: unerklärbar, nicht zu verstehen, ungewiß, grundlos und beispiegellos.

121. Es ist aber (so behauptet man) geregelt, es ist unveränderlich, und folglich natürlich. Ich antworte, daß es nicht geregelt sein könnte, ohne verstehbar zu sein ...

Clarkes fünfte Entgegnung

26–32. ... Es wird behauptet, daß Bewegung notwendigerweise (§31) eine relative Lageveränderung eines Körpers mit Bezug auf andere Körper einschließt: und dennoch wird keine Möglichkeit aufgezeigt, die unsinnige Folgerung zu vermeiden, daß in diesem Fall die Beweglichkeit eines Körpers von der Existenz anderer Körper abhängt, und daß jeder einzelne, allein existierende Körper bewegungsunfähig wäre; oder daß die Teile eines rotierenden Körpers (angenommen der Sonne) die aus ihrer Rotationsbewegung hervorgehende *vis centrifuga* verlieren würden, wenn alle äußere Materie um sie herum vernichtet würde.

Anmerkung zu §46: ... Alle Vorstellungen (so glaube ich), die man sich über den Raum je gemacht hat oder machen konnte, sind diese folgenden. Entweder ist er ein absolutes Nichts oder ein bloßer Gedanke oder nur eine Beziehung eines Dinges zu einem anderen, oder er ist körperlich oder von irgendeiner anderen Substanz, oder ein Merkmal einer Substanz.

Daß er nicht absolut nichts ist, liegt auf der Hand. Denn vom Nichts gibt es keine Menge, keine Maße, keine Eigenschaften. Dieser Satz ist die erste Grundlage jeglicher Wissenschaft; er drückt den einzigen Unterschied aus zwischen dem, was existiert, und dem, was nicht existiert.

Daß er nicht ein bloßer Gedanke ist, liegt ebenso völlig auf der Hand. Denn man kann sich keinen Gedanken des Raumes größer als endlich bilden, und dennoch beweist die Vernunft, daß es ein Widerspruch ist, wenn der Raum selber nicht wirklich unendlich wäre.

Daß er nicht eine bloße Beziehung eines Dinges zu einem anderen ist, die aus ihrer Lage oder Ordnung zueinander hervorgeht, ist nicht weniger augenscheinlich: denn der Raum ist eine Menge, was Beziehungen (wie Lage und Ordnung) nicht sind; ich habe das umfänglich bewiesen. ...

Daß der Raum nicht körperlich ist, ist gleichfalls völlig klar. Denn in diesem Fall müßte das Körperliche notwendigerweise unendlich sein und es gäbe keinen Raum, der der Bewegung keinen Widerstand

leistete. Das widerspricht der Erfahrung.

Nicht weniger offenkundig ist es, daß der Raum nicht irgendeine Art von Substanz ist. Denn der unendliche Raum ist *immensitas* [Unermäßlichkeit], nicht *immensum* [das Unermäßliche], während eine unendliche Substanz *immensum* ist, nicht *immensitas*. Ebenso wie auch Dauer keine Substanz ist: denn unendliche Dauer ist *aeternitas*, nicht *aeternum*; aber die unendliche Substanz ist *aeternum*, nicht *aeternitas*.

Deshalb verbleibt als notwendige Folgerung, daß der Raum eine Eigenschaft ist, ebenso wie die Dauer. ...

Zu 118–123

Daß die Sonne die Erde durch den dazwischenliegenden leeren Raum anzieht, d.h. daß Erde und Sonne gegeneinander schwer sind oder zueinander hinstreben (was immer die Ursache jenes Strebens sein mag), mit einer Kraft, die ihren Massen oder dem Produkt aus ihren Volumina und ihren Dichten direkt und ihrem Abstandsquadraten umgekehrt proportional ist, und daß der Raum dazwischen leer ist, d.h. nichts in sich hat, was der Bewegung hindurchgehender Körper spürbar Widerstand leistet: all das ist nichts als eine durch Erfahrung erkannte Erscheinung oder wirkliche Tatsache. Daß diese Erscheinung nicht *sans moyens* erzeugt wird, d.h. ohne irgendeine Ursache, die imstande ist, eine solche Wirkung hervorzubringen, ist ohne Zweifel wahr. Deshalb mögen die Philosophen diese Ursache, sei sie mechanisch oder nicht mechanisch, suchen und entdecken, wenn sie können. Wenn sie die Ursache aber nicht entdecken können; ist deshalb die Wirkung selbst, die Erscheinung oder die durch Erfahrung entdeckte Tatsache (und nur das ist mit den Wörtern Anziehung und Gravitation gemeint) etwa weniger wahr?

Ernst Mach

geb. 18.2.1838 in Turas (Mähren); gest. 19.2.1916 in Haar (bei München)

(Zitate aus Ernst Mach; *Die Mechanik in ihrer Entwicklung*; Bibliothek Klassischer Texte; Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1991.)

Kapitel 2.6: Newtons Ansichten über Zeit, Raum und Bewegung

1. In einer Anmerkung, welche Newton seinen Definitionen unmittelbar folgen läßt, spricht er Ansichten über Zeit und Raum aus, die wir etwas näher in Augenschein nehmen müssen. Wir werden nur die wichtigsten, zur Charakteristik der Newtonschen Ansichten notwendigen Stellen wörtlich anführen.

[Zitat aus dem Scholium der *Principia* über die Zeit]

2. Es scheint, als ob Newton bei den eben angeführten Bemerkungen noch unter dem Einfluß der mittelalterlichen Philosophie stünde, als ob er seiner Absicht, nur das *Tatsächliche* zu untersuchen, *untreu* würde. Wenn ein Ding A sich mit der Zeit ändert, so heißt dies nur, die Umstände eines Dinges A hängen von den Umständen eines andern Dinges B ab. Die Schwingungen eines Pendels gehen in der *Zeit* vor, wenn dessen Exkursion von der Lage der Erde *abhängt*. Da wir bei Beobachtung des Pendels nicht auf die Abhängigkeit von der Lage der Erde zu achten brauchen, sondern dasselbe mit irgendeinem andern Ding vergleichen können (dessen Zustände freilich wieder von der Lage der Erde abhängen), so entsteht leicht die Täuschung, daß alle diese Dinge unwesentlich seien. Ja, wir können auf das Pendel achtend, von allen übrigen äußeren Dingen absehen und finden, daß für jede Lage unsere Gedanken und Empfindungen andere sind. Es scheint demnach die Zeit etwas Besonderes zu sein, von dessen Verlauf die Pendellage abhängt, während die Dinge, welche wir zum Vergleich nach freier Wahl herbeiziehen, eine zufällige Rolle zu spielen scheinen. Wir dürfen aber nicht vergessen, daß alle Dinge miteinander zusammenhängen und daß wir selbst mit unsern Gedanken nur ein Stück Natur sind. Wir sind ganz außerstande, die Veränderungen der Dinge an der *Zeit* zu messen. Die Zeit ist vielmehr eine Abstraktion, zu der wir durch die Veränderung der Dinge gelangen, weil wir auf kein *bestimmtes* Maß angewiesen sind, da eben alle untereinander zusammenhängen. Wir nennen eine Bewegung gleichförmig, in welcher gleiche Wegzuwüchse gleichen Wegzuwüchsen einer Vergleichsbewegung (der Drehung der Erde) entsprechen. Eine Bewegung kann gleichförmig sein in bezug auf eine andere. Die Frage, ob eine Bewegung *an sich* gleichförmig sei, hat *gar keinen Sinn*. Ebensowenig können wir von einer „absoluten Zeit“ (unabhängig von jeder Veränderung) sprechen. Diese absolute Zeit kann an gar keiner Bewegung abgemessen werden, sie hat also auch gar keinen praktischen und auch keine wissenschaftlichen Wert, niemand ist berechtigt zu sagen, daß er von derselben etwas wisse, sie ist ein müßiger „metaphysischer“ Begriff. ...

Zur Vorstellung der Zeit gelangen wir durch den Zusammenhang des Inhalts unseres Erinnerungsfeldes mit dem Inhalt unseres Wahrnehmungsfeldes, wie wir kurz und allgemein verständlich sagen wollen. Wenn wir sagen, daß die Zeit in einem bestimmten Sinne abläuft, so bedeutet dies, daß die physikalischen (und folglich auch die physiologischen) Vorgänge sich nur in einem bestimmten Sinne vollziehen. ...

Anderwärts („Prinzipien der Wärmelehre“) habe ich ... auch auf den Zusammenhang des

Entropiebegriffs mit der Nichtumkehrbarkeit der Zeit ... hingewiesen (S.338) und die Ansicht ausgesprochen, daß die Entropie des Weltalls, wenn sie überhaupt bestimmt werden könnte, wirklich eine Art absoluten Zeitmaßes darstellen würde. ...

3.

[Zitat aus dem Scholium der *Principia* über den Raum, Beschreibung des Eimerexperiments]

... *Alle* Massen, *alle* Geschwindigkeiten, demnach *alle* Kräfte sind relativ. Es gibt keine Entscheidung über Relatives und Absolutes, welche wir treffen könnten, zu welcher wir gedrängt wären, aus welcher wir einen intellektuellen oder einen andern Vorteil ziehen könnten. – Wenn noch immer moderne Autoren durch die Newtonschen, vom Wassergefäß hergenommenen Argumente sich verleiten lassen, zwischen relativer und absoluter Bewegung zu unterscheiden, so bedenken sie nicht, daß das Weltsystem uns nur *einmal* gegeben, die ptolemäische oder kopernikanische Auffassung aber *unsere* Interpretationen, aber beide gleich wirklich sind. Man versuche, das Newtonsche Wassergefäß festzuhalten, den Fixsternhimmel dagegen zu rotieren und das Fehlen der Fliehkräfte nun nachzuweisen.

5. ... Beide Auffassungen sind auch gleich *richtig*, nur ist die letztere einfacher und *praktischer*. Das Weltsystem ist uns nicht *zweimal* gegeben mit ruhender und rotierender Erde, sonder nur *einmal* mit seinen allein bestimmaren Relativbewegungen. Wir können also nicht sagen, wie es wäre, wenn die Erde nicht rotierte. Wir können den einen uns gegebenen Fall in verschiedener Weise interpretieren. Wenn wir aber so interpretieren, daß wir mit der Erfahrung in Widerspruch geraten, so interpretieren wir eben falsch. Die mechanischen Grundsätze können also wohl so gefaßt werden, daß auch für Relativdrehungen Zentrifugalkräfte sich ergeben.

Der Versuch Newtons mit dem rotierenden Wassergefäß lehrt nur, daß die Relativdrehungen des Wassers gegen die *Gefäßwände* keine merklichen Zentrifugalkräfte weckt, daß dieselben aber durch die Relativdrehung gegen die Masse der Erde und die übrigen Himmelskörper geweckt werden. Niemand kann sagen, wie der Versuch quantitativ und qualitativ verlaufen würde, wenn die Gefäßwände immer dicker und massiver, zuletzt mehrere Meilen dick würden. Es liegt nur der *eine* Versuch vor, und wir haben denselben mit den übrigen uns bekannten Tatsachen, nicht aber mit unsern willkürlichen Dichtungen in Einklang zu bringen.

7. Statt nun einen bewegten Körper auf den Raum (auf ein Koordinatensystem) zu beziehen, wollen wir direkt sein Verhältnis zu den *Körpern* des Weltraumes betrachten, durch welche jenes Koordinatensystem allein *bestimmt* werden kann. Voneinander sehr ferne Körper, welche in bezug auf andere ferne festliegende Körper sich mit konstanter Richtung und Geschwindigkeit bewegen, ändern ihre gegenseitige Entfernung der Zeit proportional. Man kann auch sagen, alle sehr fernen Körper ändern, von gegenseitigen oder andern Kräften abgesehen, ihre Entfernungen einander proportional. Zwei Körper, welche in kleiner Entfernung voneinander sich mit konstanter Richtung und Geschwindigkeit gegen andere festliegende Körper bewegen, stehen in einer komplizierten Beziehung. Würde man die beiden Körper als abhängig betrachten, r ihre Entfernung, t die Zeit und a eine von den Richtungen und Geschwindigkeiten abhängige

Konstante nennen, so würde sich ergeben: $\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{1}{r} \left[a^2 - \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right]$. Es ist offenbar viel *einfacher* und *übersichtlicher*, die beiden Körper als voneinander unabhängig anzusehen und die Unveränderlichkeit ihrer Richtung und Geschwindigkeit gegen andere festliegende Körper zu

beachten. ...

Bedenkt man, daß die in die Beschleunigung eingehende Zeit selbst nichts ist als die Maßzahl von Entfernungen (oder von Drehungswinkeln) der Weltkörper, so sieht man, daß selbst in dem einfachsten Fall, in welchem man sich scheinbar nur mit der Wechselwirkung von *zwei* Massen befaßt, ein Absehen von der übrigen Welt *nicht möglich* ist. Die Natur beginnt eben nicht mit Elementen, so wie wir genötigt sind, mit Elementen zu beginnen. Für uns ist es allerdings ein Glück, wenn wir zeitweilig unsern Blick von dem überwältigenden Ganzen ablenken und auf das Einzelne richten können. Wir dürfen aber nicht versäumen, alsbald das vorläufig Unbeachtete neuerdings ergänzend und korrigierend zu untersuchen.

A1.1 Ludwig Boltzmann

Über die mechanische Erklärung irreversibler Vorgänge

Zitate entnommen aus [2]

(Zu Hrn. Zermelo's Abhandlung; Zermelo, Wied. Ann. 59, S. 793, 1896.)

Ich will mich in der Duplik so kurz fassen, als es ohne Gefährdung der Klarheit möglich ist.

§1. Der zweite Hauptsatz wird mechanisch durch die natürlich unbeweisbare Annahme *A* erklärt, dass das Universum, wenn man es als mechanisches System auffasst, oder wenigstens ein sehr ausgedehnter, uns umgebender Teil desselben von einem sehr unwahrscheinlichen Zustande ausging und sich noch in einem solchen befindet. Wenn man daher ein kleineres System von Körpern in dem Zustande, in dem es sich gerade befindet, plötzlich von der übrigen Welt abschließt, so befindet sich dasselbe vermöge der Annahme über den Zustand des Universums anfangs oft in einem ganz unwahrscheinlichen Zustande und dieser geht dann, solange das System abgeschlossen ist, in immer wahrscheinlichere über. Dagegen hat es eine an Unmöglichkeit grenzende Unwahrscheinlichkeit, dass das abgeschlossene System sich anfangs im Wärme-gleichgewichts befand, und sich, während es abgeschlossen ist, soweit davon entfernt, dass seine Entropieverminderung wahrnehmbar wäre.

Es handelt sich also nicht um das Verhalten eines ganz beliebigen, sondern eines gerade dem jetzigen Weltzustande entnommenen Systems (l. c. S. 795). Dies hat der Anfangszustand vor den späteren Zuständen voraus (l. c. S. 798), wodurch Hrn. Zermelos Schluss entfällt, dass alle Punkte der *H*-Kurve Maxima sein müssten (l. c. S. 798). Daher kommt es, dass die Entropie jedesmal zunimmt, sich die Temperatur- und Konzentrationsunterschiede ausgleichen (l. c. S. 795), dass der Anfangswert des *H* ein solcher ist, der in beobachtbarer Zeit fast ausnahmslos abnimmt (l. c. S. 797), dass Anfangs- und Endzustand nicht vertauschbar sind. Die Annahme *A* ist die nach den Gesetzen der Mechanik begreifliche physikalische Erklärung der Besonderheit der Anfangszustände (l. c. S. 799) oder besser ein einheitlicher, diesen Gesetzen entsprechender Gesichtspunkt, der die Art der Besonderheit des Anfangszustandes in jedem speziellen Falle voraussagen lässt; denn niemand wird verlangen, dass man das letzte Erklärungsprinzip selbst wieder erkläre.

Würden wir dagegen über den gegenwärtigen Zustand des Universums keine Voraussetzung machen, so könnten wir natürlich nicht erwarten, dass sich das vom Universum abgetrennte System, dessen Anfangszustand dann ein ganz beliebiger wäre, eher anfangs als später in einem unwahrscheinlichen Zustand befinde. Dann wäre vielmehr zu erwarten, dass es sich schon im Momente der Abtrennung im Wärme-gleichgewichts befindet. Unter den wenigen Fällen, wo dies nicht eintreffen würde, wären solche am häufigsten, wo der Zustand des Systems, wenn man ihn in der Zeit (immer im abgetrennten Zustande) vor- oder rückwärts verfolgt, sich fast augenblicklich einem wahrscheinlicheren nähert. Noch weit seltener wären Fälle, wo der Zustand während längerer Zeit noch unwahrscheinlicher wird; diese aber wären ebenso häufig wie die, wo er die gleiche Zeit nach rückwärts verfolgt, noch unwahrscheinlicher wird.

§2. Die Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf einen bestimmten Fall kann natürlich niemals exakt bewiesen werden. Wenn von 100 000 Objekten einer bestimmten Gattung jährlich etwa 100 durch Brand zerstört werden, so können wir nicht sicher schließen, daß dies auch im nächsten Jahre eintreffen wird. Im Gegenteile, wenn die gleichen Bedingungen durch $10^{10^{10}}$ Jahre andauern würden, so würde es während dieser Zeit oft vorkommen, dass an einem Tage alle 100 000 Objekte gleichzeitig abbrennen, und auch dass während eines ganzen Jahres nicht ein einziges Objekt Schaden leidet. Trotzdem vertraut jede Versicherungsgesellschaft der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Um wie viel mehr scheint wegen der großen Zahl der Moleküle in einem Kubikmillimeter die freilich für keinen einzigen speziellen Fall mathematisch beweisbare Annahme gerechtfertigt und allen unseren Erwartungen entsprechend, dass, wenn zwei materiell verschiedene oder ungleich warme Gase in Berührung gebracht werden, jedes Molekül nicht nur im ersten Momente, sondern während langer Zeit Molekülen von den verschiedensten Zuständen begegnet, entsprechend den Wahrscheinlichkeitsgesetzen, welche durch die an der betreffenden Stelle herrschenden Mittelwerte bestimmt sind. Diese Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen können die direkte Verfolgung der Bewegung jedes Moleküls zwar nicht ersetzen, aber wenn man von den verschiedensten, gleichen Mittelwerten entsprechenden (also für die Beobachtung gleichen) Anfangsbedingungen ausgeht, so ist man berechtigt zu erwarten, dass die nach beiden Methoden erhaltenen Resultate bis auf einzelne Ausnahmen genügend übereinstimmen werden, welche relativ noch viel seltener sind, als im obigen Beispiele der Fall, dass alle 100 000 Objekte am selben Tage verbrennen. Die Annahme, dass diese seltenen Fälle in der Natur nicht zur Beobachtung kommen, ist nicht strenge beweisbar (strenge beweisbar ist das ganze mechanische Bild nicht), aber sie ist nach dem Gesagten so natürlich und naheliegend, so allen Erfahrungen über Wahrscheinlichkeiten von der Methode der kleinsten Quadrate bis zum Würfelspiel entsprechend, dass der Zweifel daran gewiss nicht die Berechtigung des Bildes, wenn es sonst brauchbar ist, in Frage stellen wird.

Ganz unbegreiflich aber ist es mir, wie man darin eine Widerlegung der Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitsrechnung sehen kann, wenn irgendwelche andere Betrachtungen zeigen, dass innerhalb Äonen hin und wieder Ausnahmen eintreten müssen; denn gerade das lehrt ja die Wahrscheinlichkeitsrechnung ebenfalls.

§3. Denken wir uns speziell plötzlich eine Scheidewand, welche zwei mit verschiedenartigen Gasen erfüllte Räume trennte, hinweggezogen. Man dürfte kaum bei irgend einer anderen Gelegenheit (am wenigsten in allen Fällen, wo sich die Methode der kleinsten Quadrate bewährt) so viele voneinander unabhängige, in der verschiedensten Weise wirkende Ursachen haben, welche die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsgesetze rechtfertigen. Die Ansicht, dass sich gerade hier die Wahrscheinlichkeitsgesetze nicht bewähren, dass in der Mehrzahl der Fälle die Moleküle nicht diffundieren, dass vielmehr fortwährend große Teile des Gefäßes bedeutend mehr Sauerstoff-, andere wieder mehr Stickstoffmoleküle enthalten werden, kann und will ich nicht dadurch widerlegen, dass ich die Bewegung von Trillionen von Molekülen in Millionen von verschiedenen speziellen Fällen exakt rechnend verfolge; so viel Berechtigung dürfte diese Ansicht sicher nicht haben, dass dadurch die Brauchbarkeit des Bildes, welches von der Annahme der Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitsgesetze ausgeht und daraus die logischen Konsequenzen zieht, in Frage gestellt würde.

Der Poincarésche Satz aber spricht nicht gegen, sondern insofern sogar für die Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitsrechnung, da auch diese lehrt, dass in Äonen wieder verhältnismäßig kurz dauernde Zeiten eintreten werden, während welcher die Zustandswahrscheinlichkeit, die Entropie des Gasgemisches wieder erheblich abnimmt, wo also wieder mehr geordnete, ja hier und da sogar dem Anfangszustand sehr ähnliche Zustände eintreten. In diesen enorm viel späteren Zeiten ist natürlich fortwährend jede bemerkbare Abweichung der Entropie von ihrem Maximalwerte äußerst unwahrscheinlich, aber eine augenblickliche Zu- oder Abnahme derselben gleich wahrscheinlich.

Es ist auch in diesem Beispiele wieder klar, dass sich der Prozess in beobachtbarer Zeit deshalb in nicht umkehrbarer Weise abspielt, weil man absichtlich von einem ganz unwahrscheinlichen Zustand ausging. Bei den Naturvorgängen wird dies durch die Annahme erklärt, dass man das Körpersystem aus dem Universum ausscheidet, welches augenblicklich einen sehr unwahrscheinlichen Gesamtzustand hat.

Dieses Beispiel zweier anfangs unvermischter Gase gibt uns sogar ein beiläufiges Bild, wie man sich den Anfangszustand der Welt zu denken hat. Denn wenn wir in dem Beispiele ein in einem kleineren Raume befindliche Gasmasse bald nach begonnener Diffusion von der übrigen Gasmasse isolieren, so wird sie bezüglich des Vor- und Rückschritts in der Zeit ganz dieselbe Einseitigkeit zeigen, wie das in §1 isolierte Körpersystem.

§4. Ich habe selbst wiederholt gewarnt, einer Ausdehnung unserer Gedankenbilder über die Erfahrung hinaus zu sehr zu vertrauen und erinnert, dass man darauf gefasst sein muss, dass sich die Bilder der heutigen Mechanik und besonders die Auffassung der kleinsten Teilchen der Körper als materielle Punkte, als provisorisch herausstellen werden. Unter allen diesen Reserven aber kann derjenige, welcher dazu Lust hat, dem Drange nachgeben, sich spezielle Vorstellungen über das Universum zu machen.

Man hat dann die Wahl zwischen zweierlei Vorstellungen. Man kann annehmen, dass sich das gesamte Universum gegenwärtig in einem sehr unwahrscheinlichen Zustande befindet. Man kann sich aber auch die Äonen, innerhalb deren wieder unwahrscheinliche Zustände eintreten, winzig gegen die Dauer, die Siriusfernen winzig gegen die Dimensionen des Universums denken. Es müssen dann im Universum, das sonst überall im Wärmegleichgewichte, also tot ist, hier und da solche verhältnismäßig kleine Bezirke von der Ausdehnung unseres Sternensystems (nennen wir sie Einzelwelten) vorkommen, die während der verhältnismäßig kurzen Zeit von Äonen erheblich vom Wärmegleichgewichte abweichen, und zwar ebenso häufig solche, in denen die Zustandswahrscheinlichkeit gerade zu- als abnimmt. Für das Universum sind also beide Richtungen der Zeit ununterscheidbar, wie es im Raum kein Oben oder Unten gibt. Aber wie wir an einer bestimmten Stelle der Erdoberfläche die Richtung gegen den Erdmittelpunkt als nach unten bezeichnen, so wird ein Lebewesen, das sich in einer bestimmten Zeitphase einer solchen Einzelwelt befindet, die Zeitrichtung gegen die unwahrscheinlicheren Zustände anders als die entgegengesetzte (erstere als die Vergangenheit, den Anfang, letztere als die Zukunft, das Ende) bezeichnen und vermöge dieser Benennung werden sich für dasselbe kleine Gebiete, die es aus dem Universum isoliert, „anfangs“ immer in einem unwahrscheinlichen Zustande befinden. Diese Methode scheint mir die einzige, wonach man den zweiten Hauptsatz, den Wärmetod jeder Einzelwelt ohne eine einseitige Änderung des ganzen Universums von einem bestimmten Anfangs- gegen einen schließlichen Endzustand denken kann. Die Einwendung, dass ein Gedan-

kenbild, welches so viel tote Teile des Universums zur Erklärung von so wenig belebten braucht, unökonomisch und daher unzweckmäßig sei, lasse ich nicht gelten. Ich erinnere nicht noch zu gut einer Person, welche absolut nicht glaubte, dass die Sonne 20 Millionen Meilen von der Erde entfernt sei, denn die Annahme von so viel nur Lichtäther enthaltenden Raum neben so wenig mit Leben erfülltem, sei einfach einfältig.

§5. Ob man sich in solchen Spekulationen ergehen will, ist natürlich Geschmacksache. Von einer Wahl nach Geschmack zwischen der Carnot-Clausius'schen Fassung und dem mechanischen Bilde aber kann sicher nicht die Rede sein (l. c. S. 791). Die Wichtigkeit der ersteren als des einfachsten Ausdrucks der bisher beobachteten Tatsachen bestreitet niemand. Ich behaupte nur, dass das mechanische Bild in allem wirklich Beobachteten damit übereinstimmt. Dass es auf die Möglichkeit gewisser neuer Beobachtungen, z.B. über die Bewegung kleiner Körperchen in tropfbaren und gasförmigen Flüssigkeiten, über Reibung und Wärmeleitung in äußerst verdünnten Gasen etc. hinweist, dass es in unkontrollierbaren Fragen (z.B. über das Verhalten des Universums oder eines ganz abgeschlossenen Systems während unendlich langer Zeit) nicht mit der Carnot-Clausius'schen Fassung stimmt, mag man einen prinzipiellen Unterschied nennen, jedenfalls scheint es kein Grund, das mechanische Bild aufzugeben, wie Hr. Zermelo (l. c. S. 794) meint, wenn es sich nicht, was nicht zu erwarten, prinzipiell abändern lässt. Gerade dieser Unterschied scheint mir dafür zu sprechen, dass es die Allseitigkeit unserer Gedankenbilder fördern muss, neben den Konsequenzen des Prinzips in der Carnot-Clausius'schen Fassung auch die des mechanischen Bildes zu studieren.

Literaturverzeichnis

- [1] http://ago.astronomie.ch/volume4/page6/odba_intro.html
(und weitere Seiten)
- [2] Peter C. Aichelburg (Hrsg.); *Zeit im Wandel der Zeit*; Verlag Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden, 1988.
- [3] Aristoteles' Physik; Bücher I-IV; Felix Meiner Verlag, 1987; Übersetzt von Hans Günter Zekl.
- [4] *dtv-Atlas zur Philosophie*; Deutscher Taschenbuch Verlag, München, 1991.
- [5] Augustinus, *Confessiones - Bekenntnisse*; Kösel-Verlag, München, 1980, 4. Auflage; übersetzt von Joseph Bernhart.
- [6] Julian Barbour; *Newtons Problems*; Vorabauszug aus dem geplanten 2. Band zu *Absolute or Relative Motion? A Study from the Machian Point of View of the Discovery and Structure of Dynamical Theories*; Cambridge University Press, Cambridge, 1989.
- [7] *Mach's Principle - From Newton's Bucket to Quantum Gravity*; Julian Barbour & Herbert Pfister (Hrsg.); Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 1995.
- [8] Max Born; *Optik*; Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1972.
- [9] Encyclopaedia Britannica; 15.th edition, 1988.
- [10] Ludwig Boltzmann; *Über die mechanische Erklärung irreversibler Vorgänge*; Annalen der Physik und Chemie NF 60 (1897) 392–398.
- [11] www.hfac.uh.edu/gbrown/philosophers/leibniz/Caroline/caroline.html.
- [12] Samuel Clarke; *Der Briefwechsel mit G.W. Leibniz von 1715/1716*; Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1990; übersetzt von Ed Dellian.
- [13] Jean D'Alembert; *Abhandlung über Dynamik*, Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Verlag Harri Deutsch, 1997; übersetzt von A. Korn.
- [14] René Descartes; *Die Prinzipien der Philosophie*; Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1992; übersetzt von Artur Buchenau.

- [15] Encyclopaedic Dictionary of Mathematics; Second Edition, MIT Press, 1987.
- [16] Albert Einstein; *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*; Annalen der Physik, Leipzig, 17 (1905) 891.
- [17] Albert Einstein; *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?* (Ann. Phys., Leipzig, 18 (1905) 639.
- [18] Albert Einstein; *Aus meinen späten Jahren*; Ullstein Sachbuch, Verlag Ullstein, Frankfurt, Berlin, 1993.
- [19] Albert Einstein; *Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie*; Annalen der Physik 55 (1918) 241.
- [20] Albert Einstein; *Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes*; Annalen der Physik 35 (1911) 898.
- [21] Richard Feynman; *The Character of Physical Law*; The MIT Press, 1987.
- [22] Markus Fierz; *Über den Ursprung und die Bedeutung der Lehre Isaac Newtons vom absoluten Raum*; Gesnerus, 11. Jahrgang (1954), S.62–120.
- [23] Torsten Fließbach; *Allgemeine Relativitätstheorie*; BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim, Wien Zürich, 1990.
- [24] Galilei; *Dialog über die beiden hauptsächlichsten Weltsysteme, das ptolemäische und das kopernikanische*; Teubner Stuttgart, 1982; aus dem Italienischen übersetzt von Emil Strauss.
- [25] Domenico Giulini; *Ernst Mach und das Problem der Trägheit*; Skript zu einem Vortrag im interdisziplinären Seminar zu ‘Raum und Zeit’, 1998.
- [26] Peter Janich; *Geschwindigkeit und Zeit – Aristoteles und Augustinus als Lehrmeister der modernen Physik?*; in *Philosophie und Physik der Raum-Zeit*; Jürgen Audretsch und Klaus Mainzer (Hrsg.); BI-Wissenschaftsverlag, 1994.
- [27] Stephen W. Hawking; *Eine kurze Geschichte der Zeit – Die Suche nach der Urkraft des Universums*; Rowolt Verlag, Reinbeck bei Hamburg, 1988.
- [28] Werner Heisenberg; *Der Teil und das Ganze - Gespräche im Umkreis der Atomphysik*; dtv-Verlag, München, 1976.
- [29] Hermann von Helmholtz; *Über die Erhaltung der Kraft*; in Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften Bd. 1; Verlag Harri Deutsch, Frankfurt, 1996.
- [30] Hermann von Helmholtz; *Über Wirbelbewegungen, Über Flüssigkeitsbewegungen*, 1858; in Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften Bd. 1; Verlag Harri Deutsch, Frankfurt, 1996.
- [31] Heinrich Hertz; *Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zusammenhange dargestellt*; in Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften; Verlag Harri Deutsch, (1996).
- [32] David Hilbert; *Grundlagen der Geometrie*; 11. Auflage; Teubner, Stuttgart, 1972.

- [33] Friedrich Hund; *Geschichte der physikalischen Begriffe*; Spektrum Akademischer Verlag; Heidelberg, Berlin, Oxford, 1996.
- [34] Claude Itzykson & Jean-Bernard Zuber; *Quantum Field Theory*; McGraw-Hill, 1980.
- [35] *Klassiker der Naturphilosophie*; Gernot Böhme (Hrsg.); C.H. Beck-Verlag, München, 1989.
- [36] G.L. Lamb, Jr.; *Elements of Soliton Theory*; Pure & Applied Mathematics, John Wiley & Sons, 1980.
- [37] Ludwig Lange; *Die geschichtliche Entwicklung des Bewegungsbegriffs*; Leipzig 1886.
- [38] Ludwig Lange; *Über das Beharrungsgesetz*, Berichte d. königl. sächs. Gesellsch. d. Wissenschaft, math.-phys. Klasse (1885), S. 333–351.
- [39] Max von Laue; *Geschichte der Physik*; Universitäts-Verlag Bonn, 1947.
- [40] Gottfried Wilhelm Leibniz, *Initia rerum Mathematicarum metaphysica*; in *Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie*, übersetzt von A. Buchenau.
- [41] Gottfried Wilhelm Leibniz; *Vernunftprinzipien der Natur und der Gnade – Monadologie*; Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1982; übersetzt von A. Buchenau.
- [42] Hendrik Antoon Lorentz; *Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light*; Proc. Acad. Sci., Amsterdam, 6 [1904], S. 809.
- [43] Ernst Mach; *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch kritisch dargestellt*; Akademie Verlag, Berlin, 1988.
- [44] Klaus Mainzer; *Philosophie und Geschichte von Raum und Zeit*; in *Philosophie und Physik der Raum-Zeit*; Jürgen Audretsch und Klaus Mainzer (Hrsg.); BI-Wissenschaftsverlag, 1994.
- [45] <http://me.in-berlin.de/~jd/himmel/astro/Cassini.html>
- [46] *Metzler Philosophen Lexikon*; J.B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 1989.
- [47] C.W. Misner, K.S. Thorne, J.A. Wheeler; *Gravitation*; W.H. Freeman and Company, San Francisco, 1973.
- [48] Peter Mittelstaedt; *Der Zeitbegriff in der Physik*; BI-Wissenschaftsverlag, 1989.
- [49] Peter Mittelstaedt; *Philosophische Probleme der modernen Physik*; BI-Wissenschaftsverlag, 1989.
- [50] Isaac Newton; *Mathematische Grundlagen der Naturphilosophie*; übersetzt von Ed Dellian; Felix Meiner Verlag, 1988.
- [51] Isaac Newton; *Über die Gravitation...*; Klostermann Texte Philosophie; Vittorio Klostermann, Frankfurt, 1988; übersetzt von Gernot Böhme.
- [52] Isaac Newton; *Optik oder Abhandlung über Spiegelungen, Brechungen, Beugungen und Farben des Lichts*; I., II. und III. Buch (1704); aus dem Englischen übersetzt von W. Abendroth; Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Verlag Harri Deutsch 1998.

- [53] Carl Neumann; *Über die Principien der Galilei-Newtonschen Theorie*; Akademische Antrittsvorlesung, gehalten in der Aula der Universität Leipzig am 3. Nov. 1869; Teubner (Leipzig) 1870.
- [54] Wolfgang Pauli; *Theory of Relativity*; Dover Publications, New York, 1981.
- [55] Platon; *Timaios*; aus: Platon, Werke VII, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1972 (Sonderausgabe 1990); Übersetzung von Hieronymus Müller und Friedrich Schleiermacher.
- [56] Jules Henri Poincaré; *Sur la dynamique de l'électron*, C.R. Acad. Sci., Paris, 140 (1905) S. 1504; und Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, Bd. 21 (1906) S. 129.
- [57] Hans Reichenbach; *Philosophie der Raum-Zeit-Lehre*; Hans Reichenbach - Gesammelte Werke Bd. 2; Vieweg-Verlag, Braunschweig; 1977.
- [58] Hans Reichenbach; *Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit-Lehre*; in *Die philosophische Bedeutung der Relativitätstheorie*; Hans Reichenbach - Gesammelte Werke Bd. 3; Vieweg-Verlag, Braunschweig, 1977.
- [59] Roman U. Sexl, Helmuth K. Urbantke; *Relativität, Gruppen, Teilchen*; Springer-Verlag, Wien, New York, 1992.
- [60] Károly Simonyi; *Kulturgeschichte der Physik*; Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main, 1990.
- [61] Peter Guthrie Tait; *Note on Reference Frames*; Proc. Roy. Soc. (Edinburgh), Session 1883-84, Vol. XII, 743-745.
- [62] James Thomson; *On the Law of Inertia; the Principle of Chronometry; and the Principle of Absolute Cinural Rest, and of Absolute Rotation*; Proc. Roy. Soc. (Edinburgh), Session 1883-84, Vol. XII, 568-578.
- [63] Carl Friedrich von Weizsäcker; *Der zweite Hauptsatz und der Unterschied von Vergangenheit und Zukunft*; Annalen der Physik 36 (1939) 275-283.
- [64] Zeh, H.D.; *The Physical Basis of the Direction of Time*, Springer-Verlag, Berlin, 1989.

Index

- Aberration, 134
- Absolute Raumzeit, 81
- Abstandsbegriff, 20
 - bei relationalen Raumvorstellungen, 63
- Actio in distans, 54
- Äquivalenz von Masse und Energie, 147
- Äquivalenzprinzip, 66, 68, 74, 153, 169
- Äther, 74, 131
- Ätherhypothese, 134, 146
- Aristoteles, 29, 35
 - Ansätze des Äquivalenzprinzips, 38
 - Ansätze des Trägheitsprinzips, 37
 - Argumentation gegen Leere, 36
 - Bewegungslehre, 38, 39
 - Vergleich mit elektrischem Strom, 40
 - Physik, Buch IV, 35
 - Vollkommenheit der Kreisbahn, 39
 - Zeit und Bewegung, 42
 - Zeitbegriff, 41
 - Zeitmessung, 47
 - Zeitrichtung, 43
- Aristotels
 - Ortsbegriff, 36
- Augustinus, 45

- Bedingte Wahrscheinlichkeit, 128
- Bernoulli, Daniel, 93, 96
- Bewegung
 - absolute, 68
 - als Wirkung, 94
 - relative, 70
- Bewegung in einem Medium, 40
- Bewegungsmenge, 29, 66
- Bezugssystem, 82, 116
- Big-Bang, 177
- Boltzmann, Ludwig, 126
- Bradley, James, 134

- Brahe, Tycho, 49
- Breather-Lösung, 136
- Bruno, Giordano, 51
- Buridan
 - Jean, 41
- Buridan, Jean, 29

- Casimir-Effekt, 150, 182, 183
- Causa aequat effectum, 94
- Clarke, Samuel, 80
- Confessiones, 45
- Corpus Hermeticum*, 76
- CP-Verletzung, 122, 126

- d'Alembert, Jean Lerond, 93
- d'Alembertsches Prinzip, 93
- De Gravitatione*, 59
- Dellian, Ed, 64
- Descartes
 - Bewegungsbegriff, 54
 - Materiebegriff, 56
 - Raubegriff, 54
 - Wirbeltheorie, 52
- Descartes, René, 52
- Detailed balance, 128
- Dialog*, 50
- Differentielle Kraft, 160
- Doppelwallpotential, 185

- Eddington, Arthur Stanley, 172
- Eichtransformation, 175
- Eichung, 176
- Eigenwerte, 182
- Eigenzeit, 167
- Eimerexperiment, 70
- Eimerversuch, 111
- Einstein, Albert, 140, 148, 153
- Einstein-Synchronisation, 145

- Entropie, 127
- Entropie als Mangel an Information, 127
- Ephemeridenzeit, 69
- Ereignishorizont, 171, 174, 175, 177
- Euler, Leonard, 93, 96
- Feldbegriff, 68
- Fermatscher Satz, 27
- Fermi-See, 184
- Fernwirkung, 53, 54, 76, 85
- Finkelstein, David, 172
- Fitzgerald, George Francis, 134
- Fizeau, Armand, 132
- Fluxionsrechnung, 93
- Freier Wille, 121
- Friedmann, Aleksandr Alexandrovich, 177
- Friedmann-Modelle, 179
- Galilei, 115
- Galilei, Galileo, 49
- Geodäte, 26
- Geodätisch Vollständig, 174
- Gewicht, 52
- Gleichverteilungssatz, 123
- Gleichzeitigkeit, 142
- Gott als Uhrmacher, 79
- Gravitation
 - als universelle Kraft, 161
- Gravitationsgesetz
 - Modell zur Erklärung, 29
- Graviton, 176
- Grundzustandsenergie
 - elektromagnetisches Feld, 183
 - harmonischer Oszillator, 182
- Guericke, Otto von, 88
- Halley, Edmund, 177
- Hamilton, William Rowan, 93
- Hamilton-Operator, 182
- Harmonischer Oszillator, 182
- Heisenbergsche Unschärferelation, 182
- von Helmholtz, Hermann, 132
- Helmholtz, Hermann, 67
- Higgs-Boson, 184
- Hilbert, David, 116
- Homogenität des Raumes, 145
- Horror vacui, 39
- Hubble, Edwin Powell, 177
- Huygens, 115
- Identifizierbarkeit von Punkten, 23
- Impetus, 29, 41
- Impuls, 66
- Impulserhaltung, 53
- Inertialsystem, 73, 115, 118
- Inertialuhr, 118
- Inertialzeitskala, 118
- Inkommensurable, 94
- Isotropie des Raumes, 145
- Jacobi, Karl Gustav Jakob, 93
- Kausale Struktur, 151
- Kepler, 35
 - geometrisches Sphärenmodell, 49
- Kepler, Johannes, 49
- Keplersche Gesetze, 49
- Knotentheorie der Materie, 132
- Kongruenzerhaltende Kraft, 160
- Konstanz der Lichtgeschwindigkeit, 141
- Konventionalismus, 100
- Kopernikus, Nikolaus, 48
- Kosmologische Konstante, 176
- Kosmologisches Prinzip, 178
- Krümmungsskalar, 164
- Krümmungstensor, 164
- Kraft, 29, 67
 - als Ursache, 94
 - differentielle, 160, 167
 - eingedrückte, 67
 - eingepflanzte, 66
 - kongruenzerhaltende, 160
 - universelle, 74, 160, 167
- Kruskal, Martin David, 174
- Lagrange, Joseph Louis, 93
- Lange, Ludwig Gustav, 115
- Lebendige Kraft, 97
- Leerer Raum, 87
- Leibniz, 79
 - Raumvorstellung, 80
- Leibniz-Clarke-Korrespondenz, 80
- Levi-Civita-Zusammenhang, 164

- Lichtgeschwindigkeit in bewegten Flüssigkeiten, 132
- Lichtkegel, 151
- Linearisierte Einstein-Gleichungen, 175
- Lorentz, Hendrik Antoon, 134
- Lorentz-Fitzgerald-Kontraktion, 134, 137
- Lorentz-Invarianz, 139
- Lorentz-Transformation, 135

- Mach, 30
- Mach, Ernst, 103
- Machsches Prinzip, 31, 111
- „Maß der Kraft“, 94
- Masse, 64
 - schwere, 154
 - träge, 104, 154
- Die Mechanik* (Mach), 103
- Mechanisches Weltbild, 52
- Melissos, 36
- Metrik, 163
- Metrischer Tensor, 160
- Mexican hat, 185
- Michelson, Albert, 133
- Michelson-Morley-Experiment, 133
- Michelson-Morley-Versuch, 147
- Minkowski, Hermann, 150
- Monade, 80
- Monadologie*, 80
- Mondbahn, Schwankungen, 69
- Morley, Edward, 133

- Neumann, Carl Gottfried, 117
- Newton
 - Raubegriff, 61
- Newton, Isaac, 59
- Newtonsche Bewegungsgesetze, 72

- Olbers, Heinrich Wilhelm Matthias, 177
- Optik*, 74
- Ort
 - absoluter, 68

- Pendel, 167
- Pendelkette, 135
- Pendeluhr, 28
- Pendelversuche, 66
- Perzeption, 80

- Philiponos, 40
- Planck-Länge, 186
- Planck-Zeit, 186
- Platon, 33
 - Ansätze von Chemie, 34
 - Modell der Elemente, 34
 - Raubegriff, 34
 - Zeitbegriff, 34
- Poincaré, Jules Henri, 140
- Principia mathematica*, 64
- Principia Philosophiae*, 52
- Prinzip der Identität des Ununterscheidbaren, 80
- Prinzip des hinreichenden Grundes, 80
- Prioritätenstreit, 79
- Proportionalitätsstreit, 94
- Pseudometrik, 163

- Raum
 - absoluter, 68, 89
 - Ursprung, 77
 - relationaler, 80, 89
- Reichenbach, Hans, 143
- Relationale Raumzeit, 81
- Relativitätsprinzip, 51, 140, 145
- Ricci-Tensor, 164
- Riemann-Christoffel-Krümmungstensor, 164
- Rindler-Universum, 169
- Robertson-Walker-Metrik, 178
- Rotverschiebung im Gravitationsfeld, 169

- Sagredo, Giovan Francesco, 50
- Salviati, Filippo, 50
- Scholium*, 68
- Schwarzes Loch, 172, 175
- Schwarzschild-Metrik, 172
- Schwarzschild-Radius, 172, 186
- Schwere Masse, 66
- Sensorium dei, 76
- Simplicio, 50
- Soliton, 136
- Space-time foam, 186
- Spektrum, 182
- Spontane Symmetriebrechung, 184
- Starrer Körper, 160
- Stoke, George Gabriel, 131

- Stoß, total inelastischer, 105
- Symmetrie der Gleichzeitigkeit, 143
- Synchronisation von Uhren, 143
- Szekeres, 174
- Tait, Peter Guthrie, 117, 119
- Thomson, James, 117
- Thomson, William (Kelvin), 132
- Tisserand, Francois, 31
- Torricelli, Evangelista, 39
- Träge Masse, 66
- Trägheitskräfte, 84
- Trägheitskraft, 30, 67
- Traegheitsprinzip
 - Trägheitsprinzip, 53
- Trägheitsprinzip, 51
 - zirkuläres, 51
- Traité de Dynamique*, 93
- Uhr, 109
- Universelle Kraft, 160
- Urknall, 177
- Vakuum, 87, 181
- Wahrscheinlichkeit, bedingte, 128
- Weißes Loch, 175
- von Weizsäcker, Carl Friedrich, 129
- Zeit
 - absolute, 68
 - metrische, 28, 47
 - Nichtexistenz von Zukunft und Vergangen-
heit, 41, 46
 - topologische, 27
- Zeitabbildung, 109
- Zeitmaß, 100
- Zeitmessung
 - Verstetigung, 69
- Zeitpfeil, 43, 121
 - biologischer, 122
 - elektrodynamischer, 121
 - evolutionärer, 122
 - kosmologischer, 122, 126
 - psychologischer, 46, 121, 124
 - thermodynamischer, 110, 121
- Zentripetalkraft, 67
- absolute, 68
- beschleunigende, 68
- bewegende, 68
- Zitat
 - Aristoteles, 36
 - Augustinus, 45
 - d'Alembert, 53
 - d'Alembert, 95–98
 - Descartes, 52
 - Ed Dellian, 65
 - Einstein, 17, 51, 92, 148
 - Fierz, 76, 111
 - Galilei, 50
 - Heisenberg, 34
 - Helmholtz, 67
 - Hertz, 16, 30, 65
 - Hund, 40
 - Janich, 48
 - Kelvin, 29
 - Kopernikus, 48
 - Lange, 118
 - Laue, 132
 - Leibniz, 80, 81
 - Mach, 65, 106, 108, 117
 - Newton, 76, 94, 95, 97
 - De Gravitatione, 60
 - Optik, 65, 75
 - Principia, 68
 - Platon, 34
 - Weizsäcker, 129
- Zwei-Wege-Lichtgeschwindigkeit, 147
- Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik, 121
- Zwillingsparadoxon, 137